



Università
Ca' Foscari
Venezia

Corso di Laurea magistrale in Statistica Per l'Impresa

Tesi di Laurea

—

Ca' Foscari
Dorsoduro 3246
30123 Venezia

Il problema della raccolta RAEE: il caso aziendale One to One S.r.l.

Relatore

Prof. Giovanni Fasano

Laureando

Mattia Pizzo

Matricola: 835753

Anno Accademico

2012 / 2013

*Ai miei genitori,
per esser stati
un costante sostegno
durante questo lungo
e difficile percorso.
Alla mia dolce metà,
per esserci stata sempre
dall'inizio alla fine.*

Ringraziamenti

Con questa tesi si conclude ufficialmente il mio percorso universitario: mi sembra dunque doveroso ringraziare tutti coloro che mi sono stati vicini in questi anni, e in particolar modo in questi ultimi mesi.

Prima di tutto vorrei ringraziare il Professor Fasano, che pazientemente mi ha guidato ed aiutato durante questo duro lavoro di tesi.

Un enorme Grazie a Mamma e Papà che mi hanno sempre spronato ad andare avanti anche nei momenti più difficili e hanno gioito assieme a me nei momenti felici della mia esperienza universitaria.

A Mihaela che da quando ci siamo conosciuti, è sempre stata al mio fianco aiutandomi ed incoraggiandomi in ogni momento.

Alla Zia Manu, sempre disponibile quando ne avevo bisogno.

A tutte le persone che ho conosciuto e con le quali ho condiviso questo mio cammino.

INDICE

INDICE	I
INTRODUZIONE	IV
CAPITOLO 1 - La raccolta dei RAEE	1
1.1 - Cosa sono e come si classificano i RAEE	1
1.2 - I raggruppamenti RAEE	2
1.3 - Leggi e regolamentazioni sulla raccolta RAEE	3
1.4 - Evoluzione della raccolta RAEE	6
1.5 – Nascita di One to One S.r.l.	10
1.6 - Collaborazione con Nec New Ecology	12
CAPITOLO 2 - Progetto One to One S.r.l.	13
2.1- Presentazione del progetto	13
2.1.1 - Informazioni di base	13
2.2 - Esplorazione dei dati del progetto	18

CAPITOLO 3 – Ottimizzazione: PL e PLI	23
3.1 - Accenni teorici	23
3.1.1 Introduzione alla programmazione lineare	23
3.1.2 La regione ammissibile	26
3.1.3 Soluzioni di base	27
3.1.4 Dalla PL alla PLI	30
3.1.5 Metodo di Branch & Bound	32
CAPITOLO 4 – Problema del commesso viaggiatore	37
4.1 – Concetto di “grafo” e di “ciclo Hamiltoniano”	37
4.2 – Modelli matematici per risolvere il TSP	40
4.2.1 TSP asimmetrico (Asymmetric TSP, ATSP)	40
4.2.1 TSP simmetrico (Symmetric TSP, STSP)	41
4.3 – Algoritmi risolutivi per il TSP	42
4.3.1 Algoritmi euristici	43
4.3.2 Algoritmi esatti	47
CAPITOLO 5 – Modelli risolutivi	51
5.1 – Il TSP per One to One S.r.l.	51
5.2 – AMPL e Neos Server	53
5.2.1 Il TSP per One to One S.r.l. in AMPL	54
5.3 – Risultati ottenuti dal TSP per One to One S.r.l.	57
5.3.1 TSP dei clienti con cadenza di raccolta settimanale	61
5.3.2 TSP dei clienti con cadenza di raccolta bisettimanale	65
5.4 – TSP per One to One S.r.l. con vincoli temporali	68
5.4.1 Risultati ottenuti dal TSP con vincoli temporali	69

CAPITOLO 6 – Aspetti migliorativi del progetto	72
6.1 – Risparmio dei costi di trasporto	72
6.2 – Riduzione anomalie riscontrate dal CdC RAEE	76
CONCLUSIONI	79
APPENDICE	81
A.1 – Elenco dei prodotti oggetto del D.lgs. 151/2005	81
A.2 – File AMPL del TSP modificato con vincoli di tempo	85
BIBLIOGRAFIA	88
SITOGRAFIA	89

INTRODUZIONE

La gestione dello smaltimento dei RAEE è un argomento complesso da coordinare. La responsabilità di amministrare questo grande sistema di raccolta, è sempre stata affidata agli stessi produttori delle apparecchiature elettriche ed elettroniche.

In questa tesi vedremo com'è organizzata ad oggi la raccolta di tali rifiuti, esponendo alcune modifiche/aggiornamenti di legge, procederemo descrivendo un nuovo metodo di raccolta per un caso particolare, mostrandone per di più alcuni miglioramenti.

Il nostro interesse sarà rivolto ad un aspetto logistico relativo all'azienda One to One S.r.l., che oltre a cercare di aiutare i destinatari delle nuove normative, facendosi carico della chiarificazione degli aspetti burocratici, garantisce un servizio di ritiro del materiale obsoleto direttamente nelle sedi di lavorative dei propri clienti.

A gestire la raccolta dei RAEE se ne occuperà la ditta di smaltimento Nec New Ecology, e proprio per quest'ultima si sono volute sviluppare le analisi presenti in questo elaborato. Il nostro lavoro sarà proprio quello di trovare un modello matematico con l'intento di minimizzare i costi da dover sostenere.

Per poter sviluppare un modello che potesse rappresentare il nostro caso aziendale, ci siamo serviti di alcuni strumenti teorici. Abbiamo introdotto così i concetti di programmazione lineare e lineare intera, e introdotto il problema del commesso viaggiatore, cercando di capire se tali teorie potessero essere applicate al nostro problema reale.

Infine verranno presentati attraverso l'utilizzo dei dati forniti dall'azienda, i risultati che si sono ottenuti, dimostrando che sono possibili migliorie che potrebbero cambiare il sistema di raccolta fino ad ora utilizzato.

Capitolo 1

LA RACCOLTA DEI RAEE

1.1 – Cosa sono e come si classificano i RAEE

Attraverso l'utilizzo dell'acronimo R.A.E.E., si vuole definire l'insieme di rifiuti di apparecchiature elettriche ed elettroniche considerate scarto in quanto materiale guastato, inutilizzato oppure obsoleto. In particolare si considerano i rifiuti delle seguenti categorie di dispositivi elettrici ed elettronici:

1. Grandi elettrodomestici;
2. Piccoli elettrodomestici;
3. Apparecchiature informatiche e per telecomunicazioni;
4. Apparecchiature di consumo (radio, TV, ecc...);
5. Apparecchiature di illuminazione;
6. Strumenti elettrici ed elettronici (trapani, macchine da cucire, ecc...);
7. Giocattoli ed apparecchiature per lo sport e per il tempo libero;
8. Dispositivi medici (ad eccezione di tutti i prodotti impiantati ed infetti);
9. Strumenti di monitoraggio e controllo (termostati, pesapersona digitali, ecc...);
10. Distributori automatici.

All'interno del paragrafo A.1 dell'Appendice, posta alla fine dell'elaborato, verrà presentato un elenco completo e più esaustivo riguardo la lista delle tipologie di rifiuti elettronici appena citati, ovvero tutti i prodotti oggetto del D.lgs. 151/2005 del quale si parlerà in modo approfondito nel paragrafo 1.3 dell'elaborato.

I RAEE possono essere classificati attraverso due diverse tipologie:

- RAEE domestici: RAEE originati dai nuclei domestici oppure di origine commerciale, industriale, istituzionale e di altro tipo analoghi, assimilabili per natura e per quantità, a quelli originati dai nuclei domestici.
- RAEE professionali: RAEE prodotti dalle attività amministrative ed economiche diversi da quelli provenienti dai nuclei domestici.

1.2 - I raggruppamenti RAEE

Per regolamentare e facilitare la raccolta dei RAEE, è stato emanato il D.M. 185 del 25 settembre 2007 che definisce i “Raggruppamenti di RAEE” che devono essere effettuati nei Centri di Raccolta e per i quali è previsto un differente metodo di trattamento negli impianti di riciclaggio.

I cinque raggruppamenti istituiti sono i seguenti:

- **R1 – freddo e clima:**
grandi apparecchi di refrigerazione, frigoriferi, congelatori, altri grandi elettrodomestici utilizzati per la refrigerazione, la conservazione e il deposito di alimenti, apparecchi per il condizionamento;
- **R2 – altri grandi elettrodomestici bianchi:**
lavatrici, asciugatrici, lavastoviglie, apparecchi per la cottura, stufe elettriche, piastre riscaldanti elettriche, forni a microonde, altri grandi elettrodomestici utilizzati per la cottura e l’ulteriore trasformazione di alimenti, apparecchi elettrici di riscaldamento, radiatori elettrici, altri grandi elettrodomestici utilizzati per riscaldare ambienti ed eventualmente letti e divani, ventilatori elettrici, altre apparecchiature per la ventilazione e l’estrazione d’aria;
- **R3 - tv e monitor;**
- **R4 - piccola elettronica di consumo, apparecchi di illuminazione e altre apparecchiature:** informatiche e da ufficio, videocamere, videoregistratori, amplificatori, strumenti musicali, utensili elettrici ed elettronici, giocattoli e

apparecchiature per il tempo libero, dispositivi medici, strumenti di monitoraggio e controllo, distributori automatici di bevande, denaro, ecc.;

➤ **R5 - sorgenti luminose:**

tubi fluorescenti, lampade fluorescenti compatte, ecc.

1.3 – Leggi e regolamentazioni sulla raccolta RAEE

Il decreto principale per la raccolta dei rifiuti di apparecchiature elettriche ed elettroniche è il D. Lgs. 151/2005, che definisce e regola ogni singolo aspetto riguardante questa tipologia di apparecchiature. Attribuisce ai così detti sistemi collettivi compiti precisi e stabilisce misure efficaci allo scopo di:

- prevenire la produzione di RAEE;
- promuovere il reimpiego, il riciclaggio e le altre forme di recupero dei RAEE, in modo da ridurre la quantità da avviare allo smaltimento;
- migliorare, sotto il profilo ambientale, l'intervento dei soggetti che partecipano al ciclo di vita di dette apparecchiature (ad esempio produttori, distributori, consumatori e operatori direttamente coinvolti nel trattamento dei RAEE);
- ridurre l'uso di sostanze pericolose nelle apparecchiature elettriche ed elettroniche.

Ai Comuni, impone di assicurare la funzionalità, l'accessibilità e l'adeguatezza dei sistemi di raccolta differenziata dei RAEE provenienti dai nuclei domestici, con l'obbligo di raccogliarli separatamente dai rifiuti urbani. Così facendo, si permette ai detentori finali ed ai distributori di conferire gratuitamente al centro di raccolta i rifiuti prodotti nel loro territorio.

I soggetti responsabili della raccolta, del trasporto e dello stoccaggio dei RAEE raccolti in raggruppamenti separati, devono assicurare che le suddette operazioni siano eseguite in maniera da ottimizzare il reimpiego ed il riciclaggio delle apparecchiature o dei relativi componenti che possono essere reimpiegati o riciclati e garantire l'integrità degli stessi RAEE al fine di consentirne la messa in sicurezza.

Il D.Lgs. n.151/2005 per gli impianti di trattamento non prevede impatti ambientali superiori a quelli di un qualsiasi impianto industriale e non comporta quindi particolari precauzioni dovute alla natura dei materiali trattati. Tuttavia l'impianto deve essere delimitato da idonea recinzione lungo tutto il suo perimetro, la barriera esterna di protezione deve essere realizzata con siepi, alberature e schermi mobili, atti a minimizzare l'impatto visivo dell'impianto. A tale barriera di protezione ambientale, deve essere garantita la manutenzione nel tempo. L'impianto deve essere opportunamente attrezzato per:

1. trattare lo specifico flusso di apparecchiature dismesse;
2. identificare e gestire le componenti pericolose che devono essere rimosse preventivamente alla fase di trattamento.

Inoltre deve essere garantita la presenza di personale qualificato ed adeguatamente addestrato per gestire gli specifici rifiuti, evitando rilasci nell'ambiente, ed in grado di adottare tempestivamente procedure di emergenza in caso di incidenti.

Nell'impianto devono essere distinte le aree di stoccaggio dei rifiuti in ingresso da quelle utilizzate per lo stoccaggio dei rifiuti in uscita e dei materiali da avviare a recupero, più precisamente deve essere organizzato nei seguenti specifici settori corrispondenti, per quanto applicabile, alle rispettive fasi di trattamento:

- ✓ settore di conferimento e stoccaggio dei RAEE dismessi;
- ✓ settore di messa in sicurezza;
- ✓ settore di smontaggio dei pezzi riutilizzabili;
- ✓ settore di frantumazione delle carcasse;
- ✓ settore di stoccaggio delle componenti critiche per l'ambiente;
- ✓ settore di stoccaggio dei componenti e dei materiali recuperabili;
- ✓ settore di stoccaggio dei rifiuti non recuperabili risultanti dalle operazioni di trattamento da destinarsi allo smaltimento

L'impianto infine deve essere dotato di:

- bilance per misurare il peso dei rifiuti trattati;
- adeguato sistema di canalizzazione a difesa delle acque meteoriche esterne;
- adeguato sistema di raccolta ed allontanamento delle acque meteoriche con separatore delle acque di prima pioggia, da avviare all'impianto di trattamento;
- adeguato sistema di raccolta dei reflui; nel caso di stoccaggio di rifiuti che contengono sostanze oleose, deve essere garantita la presenza di decantatori e di detersivi-sgrassanti;
- superfici resistenti all'attacco chimico dei rifiuti;
- copertura resistente alle intemperie per le aree di conferimento, di messa in sicurezza, di stoccaggio delle componenti critiche per l'ambiente e dei pezzi smontati e dei materiali destinati al recupero.

Oltre al D.Lgs. 151/2005, il più importante Decreto Ministeriale è il D.M. n. 185 del 25 settembre 2007 che definisce gli organismi per il funzionamento del sistema RAEE, ovvero:

- il Centro di Coordinamento RAEE: è l'organismo finanziato e gestito dai produttori che deve coordinare e regolare le attività di competenza dei sistemi collettivi, ovvero soggetti come consorzi o società senza finalità di lucro;
- il Comitato di Vigilanza e Controllo: ha la funzione di vigilare sul buon funzionamento del sistema, attraverso l'attuazione di una serie di compiti specifici inerenti la tenuta del Registro, la raccolta dati, il calcolo delle quote di ciascun produttore e l'esecuzione di ispezioni. È l'organismo di vertice dell'intero sistema RAEE previsto dal D. Lgs. 151/2005.
- il Registro Nazionale dei Produttori di AEE, il funzionamento del quale è stato disciplinato dal suddetto Decreto Ministeriale, persegue il fine di controllare la gestione dei RAEE e di definire le quote di mercato di ciascun Produttore/Sistema Collettivo, necessarie per il finanziamento della gestione dei RAEE storici provenienti dai nuclei domestici;
- il Comitato di Indirizzo sulla Gestione dei RAEE, funge da supporto ai lavori del Comitato di Vigilanza e Controllo.

Per i distributori il D.Lgs. 151/2005 aveva già dato l'obbligo di assicurare al momento della fornitura di una nuova apparecchiatura elettrica ed elettronica destinata ad un nucleo domestico, il ritiro gratuito, in ragione di “Uno contro Uno”¹, della apparecchiatura usata, a condizione che la stessa sia di tipo equivalente e abbia svolto le stesse funzioni della nuova apparecchiatura fornita. Inoltre imponeva che provvedessero alla verifica del possibile reimpiego delle apparecchiature ritirate ed al trasporto presso i centri istituiti al trattamento dei RAEE.

A partire dal 18 giugno 2010 è stato reso operativo anche quest'ultimo obbligo specifico attribuito ai Distributori di apparecchiature elettriche ed elettroniche, infatti è a tutti gli effetti entrato in vigore il Decreto Ministeriale n. 65 dell'8 marzo 2010, il cosiddetto Decreto Semplificazioni o “Uno contro Uno”. Il D.M. consente quindi al cittadino che acquista una nuova apparecchiatura elettronica di lasciare al negoziante quella vecchia. Il ritiro è obbligatorio e gratuito, può avvenire solo se l'apparecchiatura acquistata è della stessa tipologia di quella consegnata e consente al commerciante il conferimento in forma semplificata presso i Centri di Raccolta autorizzati.

1.4 - Evoluzione della raccolta RAEE

La raccolta dei rifiuti elettronici è attualmente organizzata dal Centro di Coordinamento RAEE (CdC RAEE), con il fine di assolvere assieme ai Consorzi le obbligazioni loro attribuite dal D.Lgs n.151/2005. Tale organo ha il compito di assicurare maggiore trasparenza e controllo del Sistema RAEE, garantendo elevati livelli di servizio nel ritiro dei rifiuti dai Centri di Raccolta e assicurando un corretto comportamento dei Sistemi Collettivi attraverso un meccanismo che prevede verifiche dell'operato e sanzioni in caso di comportamenti non conformi alle regole. La funzione fondamentale del CdC RAEE è quello di garantire condizioni uniformi ed omogenee tra i Sistemi Collettivi, i quali sono differenti tra loro per quota di mercato rappresentata, numero di aziende aderenti, tipologia di RAEE trattati e forma giuridica. A ciascuno di essi è

¹ i distributori al momento della fornitura di una nuova apparecchiatura elettrica ed elettronica destinata ad un nucleo domestico, devono assicurare, nel caso ce ne fosse bisogno, il ritiro gratuito dell'apparecchiatura usata, a condizione che la stessa sia di tipo equivalente e abbia svolto le stesse funzioni della nuova apparecchiatura fornita.

CAPITOLO 1 – LA RACCOLTA DEI RAEE

assegnato il compito di gestire una percentuale di RAEE pari alla somma delle quote di mercato dei Produttori ad essi aderenti, di operare sull'intero territorio nazionale e di rispettare le regole stabilite dal Centro di Coordinamento RAEE.

I Sistemi Collettivi presenti nel territorio, sono di seguito elencati e successivamente vengono illustrati i loghi attraverso (Figura 1):

- ❖ APIRAEE
- ❖ CONSORZIO CCR
- ❖ DATASERV ITALIA
- ❖ ECODOM
- ❖ ECOELIT
- ❖ ECOEM
- ❖ ECOPED
- ❖ ECOLAMP
- ❖ ECOLIGHT
- ❖ ECOR'IT
- ❖ ERP
- ❖ RAECYCLE
- ❖ REMEDIA
- ❖ RIDOMUS
- ❖ ESA GESTIONE RAEE
- ❖ COBAT
- ❖ ECOSOL



Figura 1. Fonte: sito CDC RAEE

Per capire il meccanismo di questa complessa organizzazione viene presentato, di seguito, uno schema esplicativo di come funziona, sotto la direzione del Centro di Coordinamento RAEE, la raccolta dei rifiuti elettronici (Figura 2).

Questo circuito viene innescato dal cittadino che produce RAEE, per smaltirlo è obbligato a portare presso le piazzole del proprio comune i rifiuti elettronici generati. Ognuno di questi centri di raccolta quando è saturo in almeno un raggruppamento, chiede al Centro di Coordinamento di organizzare la raccolta del materiale. Il CdC commissiona il ritiro al sistema collettivo responsabile della gestione del punto di prelievo che ha effettuato la richiesta, e a sua volta predispone tutte le informazioni all'impianto di smaltimento che avrà il compito di organizzare ed eseguire il ritiro.



Figura 2. Fonte: sito internet Panasonic (capitolo Sostenibilità Ambientale)

Questo sistema di raccolta dei RAEE è ben avviato, principalmente per quanto riguarda la raccolta presso i Punti di Prelievo comunali, perché per quanto riguarda il ritiro diretto da parte dei distributori non si ha avuto ancora nessun approccio concreto.

Il motivo di questa situazione è dovuta al fatto che i distributori dovrebbero gravarsi del costo per il trasporto dei rifiuti fino alla più vicina piazzola comunale autorizzata al ritiro per quanto concerne la distribuzione.

Oltre al fatto che non sono mai partiti controlli per verificare il corretto svolgimento delle normative, i distributori non hanno mai provveduto a fare adeguata pubblicità di questo nuovo metodo di ritiro ed ovviamente non si è potuto finora avere un riscontro importante a livello nazionale.

Come precedentemente detto, il decreto ministeriale n. 65 ha esteso l'obbligo di ritiro gratuito dei RAEE, consegnati dal privato cittadino all'atto dell'acquisto del nuovo AEE (sempre nel caso in cui questo sia equivalente per funzioni e tipologia), a tutti i distributori di apparecchiature elettriche ed elettroniche, gli installatori e i centri di assistenza tecnica.

Considerando che quest'ultima normativa obbliga pure i piccoli rivenditori di apparecchiature elettroniche al ritiro in regime di "Uno Contro Uno", è chiaro che in tal modo si offre al cittadino la possibilità di poter scegliere dove portare il proprio rifiuto:

- ✓ continuare a portarlo presso la piazzola ecologica del proprio comune;
- ✓ direttamente al negozio dove effettuerà l'acquisto della nuova apparecchiatura.

Ovviamente ci sono dei pro e dei contro riguardanti questo differente metodo di raccolta: se da un lato si ha la possibilità di consegnare le apparecchiature danneggiate durante orari molto più flessibili (i negozi sono aperti praticamente tutti i giorni almeno otto ore al giorno mentre le piazzole sono aperte a volte solo un giorno e per poche ore), dall'altra parte c'è l'obbligo di raccolta del distributore solo per i cittadini che portano materiale che per tipologia e funzioni sia simile a ciò che viene acquistato nello stesso punto vendita. Quindi ad eccezione degli individui che, avendo comunque problemi di orario, attraverso questo innovativo metodo saranno avvantaggiati a consegnare i RAEE; tutte le persone che decideranno di prendere nuove apparecchiature per sostituire quelle danneggiate saranno sicuramente più interessate al nuovo sistema di raccolta, mentre chi vuole solo liberarsi di qualche apparecchiatura elettronica danneggiata, continuerà a portarlo presso i centri di raccolta.

Queste nuove normative risultano burocraticamente molto pesanti per il rivenditore, infatti sono state la causa principale dell'insuccesso del D.Lgs. n. 151/2005 al punto in cui era regolamentata la raccolta “Uno contro Uno dei RAEE”.

Infatti, tali direttive comprendono:

- iscrizione all'albo nazionale gestori ambientali e ottemperanza delle relative scadenze;
- informazione ai consumatori sulla gratuità del ritiro, con modalità chiare e di immediata percezione, anche tramite avvisi posti nei locali commerciali;
- tenuta dei documenti di trasporto per il ritiro e dello schedario di carico-scarico;
- stoccaggio/raggruppamento dei rifiuti in ambienti dedicati entro limiti di legge;
- trasporto dei rifiuti ai centri di raccolta con automezzi autorizzati.

Le attività commerciali soggette alla direttiva dovrebbero quindi dotarsi di personale qualificato o di formare il proprio personale in un ambito completamente nuovo, con conseguenti impieghi di tempo e di risorse economiche. L'alternativa per queste attività commerciali è quella della ricerca di un partner competente in materia ambientale che lo affianchi, lo supporti e lo sostenga in tutte le attività che non risultano essere di loro esperienza, permettendo quindi di non incorrere in sanzioni importanti.

One to One S.r.l., specializzata in servizi per l'ambiente, risulta essere il partner ideale grazie alla sua competenza e professionalità a cui il cliente potrà affidare la gestione del ritiro del “Uno Contro Uno” dei RAEE sia dal punto di vista burocratico che logistico, assicurandosi il corretto trattamento e la diligente raccolta dei rifiuti realmente recuperati nel rispetto delle normative.

1.5 – Nascita di One to One S.r.l.

One to One S.r.l. nasce a seguito di una modifica di legge e quindi di una nuova regolamentazione riguardante la raccolta di rifiuti elettronici, ma in modo particolare è stata creata dalla necessità di invogliare rivenditori, installatori e manutentori ad una corretta gestione dei RAEE e per garantire e promuovere il ritiro gratuito

dell'apparecchiatura usata e il suo corretto smaltimento, in ragione di “Uno Contro Uno”.

One to One S.r.l. si fa carico di tutto l'articolato processo burocratico, lasciando le aziende libere di proseguire con il lavoro quotidiano di vendita o assistenza al cliente, evitando inoltre che all'arrivo degli organi di controllo possano incorrere in sanzioni non solo amministrative ma anche penali.

Si occupa quindi di espletare tutti gli oneri amministrativi, a partire dall'iscrizione all'Albo Nazionale Gestori Ambientali ai sensi del DM 65/2010, tiene conto delle varie scadenze previste dalla legge, inoltre rifornisce del materiale informativo per i consumatori sulla gratuità del ritiro tramite diversi canali di comunicazione, equipaggiando i propri clienti col kit One to One S.r.l. (box, card, pieghevoli, cartellonistica per assolvere alle richieste di pubblicizzazione del servizio).

Inoltre il cliente viene munito di tutti i documenti di trasporto per il ritiro dei RAEE ed equipaggiato pure del programma gestionale informatico per la compilazione dello schedario di carico e scarico, direttamente collegato con gli uffici operativi di One to One S.r.l., snellendo l'adempimento burocratico relativo al ritiro, allo stoccaggio ed al trasporto dei rifiuti.

Fondamentale soprattutto in campo logistico il monitoraggio dei limiti di legge previsti dal DM 65/2010, infatti tale decreto obbliga i rivenditori, installatori e centri di assistenza ad avere un' autorizzazione per predisporre un raggruppamento/stoccaggio di RAEE presso il proprio negozio o in un luogo esterno al negozio, per un quantitativo massimo di 3.500 kg e per un tempo massimo di trenta giorni.

Attraverso la collaborazione con un'azienda specializzata, One to One S.r.l. organizza in modo esemplare pure il trasporto dei rifiuti dai centri di raccolta allo stabilimento per il riciclaggio del materiale, avvalendosi di automezzi autorizzati.

Come ulteriore incentivo per i clienti che vorranno far parte del circuito “One to One”, l'azienda offre l'opportunità di essere inseriti in un circuito di prestigio, che permette attraverso l'utilizzo massiccio di pubblicità, un aumento dell'affluenza di clienti presso il punto vendita.

1.6 – Collaborazione con Nec New Ecology

Per quanto riguarda l'aspetto organizzativo e logistico della raccolta, la One to One S.r.l. si è appoggiata ad una azienda all'avanguardia nel trattamento di RAEE, ovvero la Nec New Ecology di Fossò (Ve).

Nec New Ecology è attiva nel settore del recupero e del riciclaggio dei rifiuti dal 1970, un settore in continua evoluzione vista l'enorme quantità di spazzatura prodotta dalla nostra società. L'azienda è una delle realtà più importanti e dinamiche del segmento, iniziò ad operare nella raccolta e nella commercializzazione di rottami ferrosi, per poi specializzarsi nella raccolta, trasporto, stoccaggio, trattamento-recupero di rifiuti speciali e assimilabili agli urbani, per innovarsi in funzione del mercato è stato creato un centro polifunzionale per lo stoccaggio, il recupero e lo smaltimento dei rifiuti pericolosi e non. Si occupa nello specifico del trattamento di frigoriferi, congelatori ed altre apparecchiature contenenti sostanze refrigeranti dannose come il CFC, HCFC e HC, di lavatrici, lavastoviglie, televisori, monitor ed altre apparecchiature contenenti il tubo catodico. Inoltre smaltisce personal computer, tastiere, stampanti ed accessori, rifiuti elettronici in genere ma anche rifiuti speciali assimilabili, imballaggi e rifiuti speciali pericolosi.

Nec New Ecology può contare su di un'organizzazione solida ed esperta nell'utilizzo di impianti di ultima generazione, costruiti ed innovati nel corso degli anni, seguendo tutte le regolamentazioni previste dal decreto legislativo 151/2005, che le permettono di essere in Italia leader nel settore. I servizi che Nec New Ecology offre sono:

- ✓ selezione e cernita, trattamento di rifiuti pericolosi e non;
- ✓ stoccaggio provvisorio e trasporto;
- ✓ consulenza in materia di rifiuti pericolosi e non;
- ✓ area rifiuti RAEE, raccolta e trattamento;
- ✓ assistenza problematiche legate alla rimozione di materiale contenente amianto;
- ✓ rispetto ambientale correlato all'adempimento delle normative associate;
- ✓ gestione integrata di ambiente, qualità e sicurezza.

Capitolo 2

PROGETTO ONE TO ONE S.R.L.

2.1 – Presentazione del progetto

One to One S.r.l. nasce per i motivi già discussi nel capitolo precedente (par. 1.5), ma per poter organizzare un cambiamento strutturale della raccolta RAEE è sicuramente necessario fare analisi preventive sui costi che si dovranno sostenere, per poter realizzare un così ambizioso progetto.

In questo capitolo saranno presentate prima di tutto le problematiche relative alla realizzazione di questo innovativo metodo di raccolta, e in seguito verranno presi in considerazione i dati messi a disposizione dalla One to One S.r.l.. Considerato che questa azienda è nata da poco, era impossibile avere a disposizione documentazioni storiche, quindi si è stati costretti a prendere in considerazione previsioni, più accurate possibili, che descrivessero la situazione futura con la quale ci saremmo dovuti trovare.

2.1.1 – Informazioni di base

La città di Padova, dov'è situata la sede della One to One S.r.l., è la prima zona a cui l'azienda si è interessata per iniziare il suo piano di raccolta a tappeto, presso tutti i rivenditori di apparecchiature elettriche ed elettroniche.

One to One S.r.l. per garantire il corretto andamento del lato burocratico del processo, si interfaccia con i clienti attraverso un portale nel quale per ogni ordine pervenuto dai propri assistiti è in grado di capire in tempo reale sia il quantitativo in termini di peso, sia sapere che genere di materiale si dovrà raccogliere (per esempio se si hanno due

lavatrici sarà segnalato il numero di pezzi e il loro peso totale). In tal modo si ha sempre la possibilità di monitorare la situazione del cliente e sapere se i limiti temporali e di peso previsti dalla legge siano superati o meno.

Il problema principale che si presenterà al momento di analizzare un modello del nostro caso aziendale, sarà quello di non avere dati storici riguardo la frequenza degli ordini dei clienti, e quindi saremo costretti a fare delle ipotesi di distribuzione del numero giornaliero di richieste di ritiro, che potranno essere recapitate in One to One S.r.l. Ad ogni modo questo approfondimento lo rimandiamo al capitolo 5, dove verranno illustrate le soluzioni utilizzate per ovviare a questo genere di problematiche.

Gli aspetti fondamentali del progetto sono in ordine di importanza:

- tenere monitorato il limite di peso (3500 kg) per la raccolta del materiale
- tenere monitorato il limite di tempo (30 giorni) per la raccolta del materiale

Per controllare i limiti di peso si deve seguire giorno per giorno la situazione allo scopo di non oltrepassare mai i termini previsti dalla legge. Se un cliente non arriva mai a superare i valori massimi di peso, dal suo primo ordine che effettua possono passare al massimo 30 giorni previsti dal D.M. n.65/2010. Quindi il conteggio temporale comincia dal momento in cui il cliente effettua il suo primo ordine a portale, cioè quando nel suo negozio gli viene consegnata la prima apparecchiatura danneggiata.

Per cercare di capire più da vicino quali siano i numeri del nostro caso aziendale, viene presentata attraverso (Tabella 1), un'ipotesi di cadenza di ritiro del materiale dei punti di prelievo da dover gestire all'interno del territorio della città di Padova.

Tabella1.

PERIODICITA' PRESUNTA DI RITIRO:	<u>7 GIORNI</u>	<u>15 GIORNI</u>	<u>30 GIORNI</u>
NUMERO CLIENTI:	18	16	284

I clienti che si dovranno servire saranno complessivamente 318, la suddivisione effettuata è in base alla tempistica ipotetica di raccolta, ovvero in quanto tempo i clienti *per ipotesi* supereranno per mole di materiale accumulato i limiti previsti per legge. Da notare che gli assistiti con periodicità mensile saranno quei punti di prelievo per il quale varrà prevalentemente il vincolo legato al tempo massimo di raccolta, e la soglia massima di peso diventerà una condizione trascurabile.

Di seguito vengono presentate le categorie di negozi che dovranno per legge osservare le nuove norme giuridiche e quindi sono state prese in considerazione come possibili clienti della One to One S.r.l., come già accennato i punti di prelievo risiedono tutti all'interno della provincia di Padova. Inoltre saranno specificati tra parentesi i raggruppamenti detenuti da ogni tipologia di negozio:

- ✓ Casalinghi e oggetti per la casa (R1, R2, R3, R4);
- ✓ Cartoleria/Edicole (R4);
- ✓ Climatizzatori (R1);
- ✓ Assistenza (R1, R2, R3, R4);
- ✓ Elettrodomestici e riparazioni (R1, R2, R3, R4);
- ✓ Farmacia (R4);
- ✓ Ferramenta (R4);
- ✓ Vendita giocattoli (R4);
- ✓ Rivenditori di materiale informatico (R3, R4);
- ✓ Strumenti musicali (R4);
- ✓ Tabaccheria (R4);
- ✓ Vendita al dettaglio elettrodomestici (R1, R2, R3, R4).

Per quanto riguarda la raccolta settimanale e quindicinale tutti i clienti producono RAEE misto, invece per i clienti con raccolta mensile, sono presenti 32 clienti che producono RAEE misto, mentre i rimanenti 252 generano solamente rifiuti derivanti dalla piccola elettronica (R3 e R4).

CAPITOLO 2 – PROGETTO ONE TO ONE

I clienti che ipoteticamente avranno frequenza di raccolta ogni sette e quindici giorni sono riassunti descrivendoli per nome, indirizzo, tipologia del cliente e frequenza di raccolta nella Tabella 2 che segue.

Per quest'ultimi oltre a studiare il modello per limitare costi e tempi (modello che verrà pensato in funzione di tutti 318 i clienti), verranno trovate le distanze tra ogni punto di prelievo e la Nec New Ecology, ditta che dovrà trattare il materiale, ma pure le distanze che intercorrono da cliente a cliente per poi analizzare un percorso ottimale da seguire.

Tabella 2.

CLIENTE	INDIRIZZO	TIPOLOGIA CLIENTE	FREQUENZA RACCOLTA
CALEGARO LUIGI & FIGLI SRL	Via Del Santo, 75	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
CASA DEL CORSO SNC DI VARDANEGA MANUELA E C.	Piazza Insurrezione , 11	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
DANIELETTO ANDREA	Via Del Santo, 90	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
FORALBERG SRL	Via Cile, 2	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
H.X. SRL	Corso Stati Uniti 1	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
IFFEA SRL	Corso Stati Uniti, 9	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
L&R SNC DI ZANETTO LAURA E FOCOSO CALOGERO	Via Tiziano Aspetti, 83	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
LA BOTTEGA SAS DI BARGIONI ANTONIA & C.	Via Dei Soncin, 20	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
M.S. CENTER	Via Querini, 28	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
MAGHI KASA SRL	Galleria Degli Zabarella, 1	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
PLASTICOMMER SNC	Via San Gregorio Barbarigo, 41	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
SANT' ANDREA 19 DI FERLIN GUENDALINA	Via Sant' Andrea, 19	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
TRADE LINE	Via Angelo Pizzamano, 35	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
EUROKONTAT SRL	Via Del Cristo, 326	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
PACCAGNELLA ANTONIETTA	Via Boccalerie, 13	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI

CAPITOLO 2 – PROGETTO ONE TO ONE

CLIENTE	INDIRIZZO	TIPOLOGIA CLIENTE	FREQUENZA RACCOLTA
SM PLASTIC	Via Marsala, 44	CASALINGHI E OGGETTI PER LA CASA	15 GIORNI
ANDREOLI SPA	C. Stati Uniti, 23/C	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
ARGENTI GUIDO	Via Piovese, 167	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
ASS.PE.R.R.	Via Annibale da Bassano, 33/C	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
BENETOLLO RICCARDO	Via Lando Landucci, 29	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
BRICOCENTER	Via Venezia, 53/A	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
CTC SRL	Via del Castello 16, 35020 Pernumia (PD)	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
DE PRETTO GROUP SRL	Via Tullio Lombardo, 4	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
DPS GROUP SRL	Via Madonna Della Salute, 51	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
ELETTROIDEA SAS	Via Fabrici d'Acquapendente Girolamo, 62	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
EURO SYSTEM DI CARDUCCI CARLO	Via Lisbona 7/A	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
F.G.B.	Via Pinelli, 18	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
F.LLI CAZZOLA SERVICE	Via Adriatica, 60	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
MAC SERVICE SNC	Via Boscovich, 5	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
MEDIAMARKET SPA	Via Venezia, 98	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
NOVA SPA	Corso Stati Uniti, 23/C	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
PASQUETTO DI PASQUETTO STEFANO & C	Via Egidio Forcellini 57	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
ROSY STAR SRL	Via Annibale da Bassano, 53	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI
MATTARELLO MORENO	Via Corsica, 10	VENDITA DETTAGLIO ELETTRODOMESTICI	7 GIORNI

È facile notare che tutti i clienti con servizio ogni sette giorni sono negozi specializzati alla vendita al dettaglio di elettrodomestici, mentre i clienti con assistenza prevista ogni quindici giorni sono tutti i centri nel quale non sono presenti solo apparecchiature elettriche ed elettroniche ma anche tutti i restanti strumenti di arredo per la casa.

2.2 – Esplorazione dei dati del progetto

Se si vuole poter gestire al meglio la raccolta dei rifiuti, bisogna preparare un piano organizzativo efficace ed efficiente, e quindi organizzare nella maniera più opportuna tutte le risorse a nostra disposizione.

Per esempio i mezzi di trasporto messi a disposizione dalla Nec New Ecology per il progetto di One to One S.r.l. saranno due veicoli dalle seguenti caratteristiche:

- Un camion scarrabile da 20 m³ e una portata massima in peso di 4000 kg (il volume massimo disponibile sarà di 18 m³, il peso massimo disponibile rimarrà sempre di 4000 kg).
- Un furgone con sponda idraulica posteriore da 40 m³ e portata massima in peso di 6000 kg (in questo caso il volume massimo per il carico sarà di 38 m³ e il peso massimo rimarrà pari a 6000 kg).

L'idea iniziale della Nec New Ecology è predisporre il primo camion esclusivamente per la raccolta dei punti vendita che hanno cadenze di ritiro ogni sette e quindici giorni, mentre il furgone utilizzarlo per effettuare la mini raccolta presso i clienti per i quali si prevede la raccolta mensile. In realtà nell'elaborato si considereranno, attraverso le analisi che verranno svolte al capitolo 5, la possibilità di utilizzare tutti e due i camion per effettuare ogni giorno la raccolta presso i clienti che si presentano in scadenza per raggiunti limiti di peso o di tempo. Inoltre verranno applicati costi fissi per l'azienda molto elevati nel caso si ipotizzasse di impiegarli entrambi.

Il volume sarà un fondamentale nodo del nostro problema, facendo riferimento alla lista di elettrodomestici ed apparecchi elettronici messi in allegato nella sezione Appendice, per la maggior parte dei prodotti elencati è difficile calcolare il volume unitario, in quanto per ciascun oggetto esistono molteplici modelli ed oltre tutto si evolvono talmente velocemente che sarebbe alquanto complicato e dispendioso incorporare tali informazioni nel portale, con il quale One to One S.r.l. si interfaccia col cliente.

Per ovviare a questo inconveniente si è optato per una ragionevole rappresentazione volumetrica schematizzata come segue:

- Per quanto riguarda i raggruppamenti R1 e R2, abbiamo per ciascuna tipologia:
 - 1.1 un volume pari a circa 4-5 m³
 - 1.2, 1.3/8.8 un volume pari a circa 0,5 m³
 - 1.4 un volume pari a circa 2-3 m³
 - 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 1.10, 1.11 un volume medio pari a circa 0,4 m³
 - 1.16 un volume di circa 0.2 m³
- Per quanto riguarda gli R3 ed R4 dei clienti la cui raccolta è prevista per superamento di peso ogni sette/quindici giorni, la raccolta sarà gestita attraverso gabbie apposite con capienza di 4 m³ ciascuna.

I volumi saranno meno specifici dei precedenti ma impostati come segue:

- Per gli R3, cui corrispondono le tipologie 3.2.1, 4.2 e 7.3, si ha la possibilità di caricare in media 162 kg per m³
- Per gli R4, cui corrispondono tutte le rimanenti tipologie, si ha la possibilità di caricare in media 190 kg per m³

Un altro dato da non sottovalutare riguarda il numero di gabbie metalliche che si potranno inserire all'interno dei camion a nostra disposizione. Si deve quindi tenere conto che nel camion da 18 m³ è possibile caricare al massimo tre gabbie, mentre in quello da 38 m³ ce ne starebbero addirittura sei ceste metalliche.

- Per quanto riguarda infine gli R3 ed R4 dei clienti con raccolta mensile, si è ipotizzato che oltre un box di 1 m³ (dotazione fornita dalla One to One S.r.l. ai suoi clienti) di Raee non sarà necessario raccogliere oltre.

CAPITOLO 2 – PROGETTO ONE TO ONE

Tabella 3 (Tempi di guida e di riposo).

	REGOLAMENTAZIONI	NOTE
GUIDA GIORNALIERA	9 ore, 10 ore due volte alla settimana	
GUIDA SETTIMANALE	45 ore in media, per massimo 56 ore, ma comunque non superiore all'orario di lavoro massimo di 90 ore su due settimane	
GUIDA CONTINUATIVA	4 ore e 30 minuti	
INTERRUZIONE DELLA GUIDA	45 minuti, da ripartire al massimo in 15 minuti + 30 minuti	Comporta un'organizzazione del viaggio diversa ed attenta ripartizione dei 45 minuti obbligatori di sosta
RIPOSO GIORNALIERO REGOLARE	11 ore, da ripartire al massimo in 3 + 9 ore almeno (quindi per un totale di 12 ore)	
RIPOSO GIORNALIERO RIDOTTO	Almeno 9 ore, per massimo 3 volte in una settimana	
RIPOSO SETTIMANALE REGOLARE	Dopo sei periodi di 24 ore: 45 ore	
RIPOSO SETTIMANALE RIDOTTO	Minimo 24 ore continuative, a condizione che su 2 settimane consecutive vi sia un riposo settimanale regolare ed uno ridotto, con obbligo di compensazione con un periodo di riposo continuo entro la fine della terza settimana, attaccato ad un altro periodo di riposo di almeno 9 ore	
RIPOSO GIORNALIERO IN TRASFERTA	Anche a bordo del veicolo (munito di cuccetta)	Il veicolo deve rimanere fermo
A BORDO DI TRAGHETTO O TRENO	Riposo giornaliero regolare con possibilità di due interruzioni per altre attività per massimo 1 ora complessiva	
DEROGA GENERALIZZATA	Per raggiungere un posto appropriato per la sosta in sicurezza	

Proprio grazie a quest'ultime informazioni, nel quinto capitolo si sono pensati dei vincoli che combinati al tempo che occorre per andare e raccogliere effettivamente il materiale da un rivenditore all'altro, si riuscirà a determinare per quanti clienti con raccolta ogni sette/quindici giorni l'autista riesca a passare in un giorno di 9 ore (considerando partenza e ritorno dall'impianto della Nec New Ecology).

Infine un'ulteriore considerazione da fare è capire quale sarà il genere di rifiuto che ciascun punto vendita potrebbe produrre in modo tale da capire quali raggruppamenti si andranno a ritirare e organizzare il mezzo adatto alla raccolta. In tal senso si era addirittura pensato di predisporre due modelli nei quali si considerasse:

1. La raccolta per singolo raggruppamento
2. La raccolta mista dei raggruppamenti

Il problema che si riscontra nella prima ipotesi è il fatto che la maggior parte dei clienti hanno in loro possesso più di un raggruppamento, e dover passare più di una volta per lo stesso punto comporta un costo di trasporto, in proporzione maggiore al costo del tempo per lo scarico misto in impianto e conseguente suddivisione dei RAEE.

Proprio per avere un'idea dei costi di trasporto, ci si è informati sulle caratteristiche meccaniche dei mezzi a nostra disposizione e si è rilevato che sia il camion scarrabile, sia il furgone possono percorrere 5 km con un litro di gasolio, quest'ultimo ha un costo medio annuale per la ditta Nec New Ecology di 1,3 €/litro. Al costo del carburante, bisogna aggiungere il costo che l'azienda deve sostenere per la retribuzione degli autisti che è pari a 15 € all'ora per ogni singolo guidatore. Proprio per i costi parecchio elevati del trasporto l'azienda opterà senza dubbio per la raccolta mista dei raggruppamenti.

CAPITOLO 3

OTTIMIZZAZIONE: PL e PLI

3.1 – Accenni teorici

Prima di cominciare ad esporre qualsiasi ipotesi risolutiva del nostro problema, provvediamo a introdurre teoricamente alcuni concetti e strumenti base di Ricerca Operativa, che ci serviranno per poter creare il nostro modello finale e interpretare al meglio i risultati. Nei prossimi paragrafi verranno presentate alcune tecniche matematiche utili a trovare una soluzione di un problema di ottimizzazione, ovvero cercare un minimo di una funzione costo rispetto ad un gruppo di variabili, soggette ad alcuni vincoli più o meno restrittivi da rispettare.

3.1.1 – Introduzione alla Programmazione Lineare (PL)

Un problema di ottimizzazione vincolata viene identificato dalla massimizzazione (minimizzazione) di una funzione obiettivo nel rispetto di un certo numero di vincoli: si vuole perciò trovare una soluzione che massimizza o minimizza la funzione obiettivo f fra tutte le soluzioni x che soddisfano un insieme di m vincoli definiti attraverso funzioni g_i , $i = 1, \dots, m$.

In termini matematici consideriamo il problema:

$$\begin{array}{ll} \min(\max) & f(x) \\ \text{s.t.} & g_i(x) = b_i \quad (i = 1, \dots, k) \\ & g_i(x) \leq b_i \quad (i = k + 1, \dots, k') \\ & g_i(x) \geq b_i \quad (i = k' + 1, \dots, m) \\ & x \in R^n \end{array}$$

dove:

- $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}$ è un vettore di n variabili reali

(ciascun vettore rappresenta una potenziale soluzione del problema);

- f e g_i sono funzioni $R^n \rightarrow R$;
- $b_i \in R, i = 1, \dots, m$.

Un problema di Programmazione Lineare (PL) è un problema di ottimizzazione in cui la funzione obiettivo f e tutti i vincoli g_i sono funzioni lineari delle variabili $x_j, j = 1, \dots, n$:

$$\begin{array}{ll}
 \min(\max) & c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\
 \text{s.t.} & a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = b_i \quad (i = 1, \dots, k) \\
 & a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq b_i \quad (i = k + 1, \dots, k') \\
 & a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \geq b_i \quad (i = k' + 1, \dots, m) \\
 & x_i \in R \quad (i = 1, \dots, n)
 \end{array}$$

NOTA 1:

Nel caso in cui si volessero utilizzare le operazioni tra vettori, la funzione obiettivo di tale problema di PL si otterrebbe come prodotto scalare dei due vettori:

$$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ c_n \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}.$$

In ogni caso lo stesso prodotto si può riscrivere come prodotto di righe per colonne del vettore riga c^T e del vettore colonna x , ovvero:

$$c^T x = [c_1 c_2 \dots c_n] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n.$$

Il membro di sinistra di ogni vincolo può essere definito come segue:

$$a_i^T x = [a_{i1} \ a_{i2} \ \dots \ a_{in}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n .$$

Quindi la forma più compatta di un problema di PL si presenta in questo modo:

$$\begin{array}{ll} \min(\max) & c^T x \\ \text{s.t.} & a_i^T x = b_i \quad (i = 1, \dots, k) \\ & a_i^T x \leq b_i \quad (i = k + 1, \dots, k') \\ & a_i^T x \geq b_i \quad (i = k' + 1, \dots, m) \\ & x \in R^n \end{array}$$

Una soluzione ammissibile di un problema di Programmazione Lineare è un vettore $x \in R^n$ che soddisfa tutti i vincoli. L'insieme di tutte le soluzioni ammissibili si dice regione ammissibile (o insieme ammissibile).

Una soluzione ottima x^* è una soluzione ammissibile che ottimizza il valore della funzione obiettivo tra tutte le soluzioni ammissibili, i.e:

$$c^T x^* \leq (\geq) c^T x, \quad \forall x \in R^n, x \text{ ammissibile.}$$

Si può dimostrare **[DG09]**, che per un problema di PL vale la seguente casistica:

1. il problema è inammissibile: l'insieme ammissibile è vuoto e quindi non ho soluzioni;
2. il problema è illimitato (inferiormente/superiormente): è possibile trovare delle soluzioni ammissibili che fanno diminuire (o aumentare per problemi di massimo) il valore della funzione obiettivo a piacere;
3. il problema ammette soluzione ottima: esiste almeno una soluzione ammissibile, detta vertice (vedi a seguire TEOREMA 1), che ottimizza la funzione obiettivo e il valore ottimo della funzione obiettivo è limitato.

3.1.2 - La regione ammissibile

Ciascuna equazione o disequazione nel sistema dei vincoli di un problema di PL individua una regione nello spazio R^n : ogni equazione individua un iperpiano e ogni disequazione un semispazio chiuso. L'insieme ammissibile deriva dall'intersezione di questi iperpiani e semispazi chiusi.

È detto iperpiano l'insieme dei punti di R^n tali che, data la funzione lineare $g(x) = a^T x$, con $a \in R^n$, soddisfano l'equazione $a^T x = \bar{a}$, con $\bar{a} \in R$. Analogamente si dice semispazio chiuso l'insieme dei punti di R^n tali che, data la funzione lineare $g(x) = a^T x$, con $a \in R^n$, soddisfano la disequazione $a^T x \geq \bar{a}$, con $\bar{a} \in R$.

Definizione 1: (Poliedro). Un insieme $P \subseteq R^n$ si definisce poliedro se viene ottenuto dall'intersezione di un numero finito di iperpiani e semispazi chiusi in R^n .

Possiamo quindi scrivere un problema di PL nella seguente forma:

$$\min(\max) \{c^T x : x \in P\} \quad \text{oppure} \quad \min(\max) \quad c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad x \in P$$

dove P è un poliedro in R^n .

Definizione 2: (Combinazione convessa di due punti). Dati due punti $x, y \in R^n$, il punto $z \in R^n$ è combinazione convessa di x e y se esiste uno scalare $\lambda \in [0, 1]$ tale che $z = \lambda x + (1 - \lambda)y$.

Definizione 3: (Combinazione convessa stretta di due punti). Dati due punti distinti $x, y \in R^n$, il punto $z \in R^n$ è combinazione convessa stretta di x e y se esiste uno scalare $\lambda \in (0, 1)$ tale che $z = \lambda x + (1 - \lambda)y$. In pratica, la combinazione convessa stretta non include i due punti x e y .

Definizione 4: (Vertice di un poliedro). Dato un poliedro P e un punto del poliedro $v \in P$, v è vertice di P se non può essere espresso come combinazione convessa stretta di due punti distinti dello stesso poliedro, i.e.:

$$\nexists x, y \in P, \lambda \in (0, 1) : x \neq y, v = \lambda x + (1 - \lambda)y.$$

TEOREMA 1: (Vertice ottimo).

Dato un problema di PL $\min(\max)\{c^T x : x \in P\}$, se P è non vuoto e limitato, allora il problema ammette soluzione ottima ed esiste almeno un vertice ottimo.

Il Teorema 1, permette di restringere la ricerca dell'ottimo di un problema di PL ai soli vertici di un poliedro (punti limitati), potendo trascurare i restanti (infiniti) punti della regione ammissibile.

3.1.3 Soluzioni di base

Un metodo per risolvere un sistema di equazioni lineari si ottiene ricorrendo al concetto di matrice di base. Sia data una matrice $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ con $n > m$.

Definizione 5: (Base). Una base di A è una sottomatrice quadrata di A di rango massimo o, in altri termini, una matrice $B \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ottenuta scegliendo m colonne linearmente indipendenti della matrice A .

Dato un sistema $Ax = b$ si scelga una base B della matrice A . Le colonne della matrice A e le variabili del vettore x possono essere riordinate opportunamente in modo da poter scrivere:

$$A = [B/F], \quad B \in \mathbb{R}^{m \times m}, \quad \det(B) \neq 0, \quad x = \begin{bmatrix} x_B \\ x_F \end{bmatrix}, \quad x_B \in \mathbb{R}^m, \quad x_F \in \mathbb{R}^{n-m}$$

Dove:

- B è l'insieme delle colonne di A che formano la base;
- F l'insieme delle restanti colonne;
- x_B il vettore delle variabili corrispondenti alle colonne in base (variabili di base);
- x_F il vettore delle variabili corrispondenti alle colonne fuori base (variabili non di base o fuori base).

Di conseguenza, il sistema $Ax = b$ si può scrivere in forma a blocchi:

$$Ax = b \Rightarrow [B/F] \begin{bmatrix} x_B \\ x_F \end{bmatrix} = Bx_B + Fx_F = b.$$

Osservando che la matrice di base B è invertibile (ovvero ha rango massimo), una soluzione al sistema $Ax = b$ si può ottenere ponendo a 0 tutte le variabili fuori base ($x_F = 0$) e scrivendo $x = \begin{bmatrix} x_B \\ x_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{-1}b \\ 0 \end{bmatrix}$.

Definizione 6: (Soluzioni di base). Dato un sistema di equazioni $Ax = b$, la soluzione ottenuta scegliendo una base B della matrice e ponendo $x_B = B^{-1}b$ e $x_F = 0$ si dice soluzione di base.

La caratteristica delle soluzioni di base è di avere al massimo m variabili diverse da 0 (le variabili di base) ed almeno $n - m$ variabili pari a 0 (variabili non di base).

Infatti, potrebbe verificarsi il caso corrispondente alla seguente definizione:

Definizione 7: (Soluzioni di base degeneri). Dato un sistema di equazioni $Ax = b$ e una base B di A , la soluzione di base corrispondente si dice degenera se il vettore $x_B = B^{-1}b$ ha almeno una componente nulla.

Considerando un problema di Programmazione Lineare in forma standard:

$$\begin{array}{ll} \min(\max) & c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\ \text{s.t.} & a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = b_i \quad (i = 1 \dots m) \\ & x_i \in R^+ \quad (i = 1 \dots n) \end{array}$$

o in forma più compatta:

$$\begin{array}{ll} \min(\max) & c^T x \\ \text{s.t.} & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{array} \quad \text{oppure} \quad \min(\max) \{c^T x : Ax = B, x \geq 0\}.$$

Qualora il sistema di equazioni $Ax = b$ sia riferito ad un problema di PL in forma standard, si introducono le seguenti definizioni:

Definizione 8: (Soluzioni di base ammissibili). Dato un sistema di equazioni $Ax = b$ e una base B di A , la soluzione di base corrispondente (e, per estensione, la stessa base) si dice ammissibile se viene soddisfatta la condizione di non negatività $x_B = B^{-1}b \geq 0$.

Le soluzioni ammissibili di base associate al problema di Programmazione Lineare si ottengono risolvendo un sistema di equazioni univocamente determinato e che corrisponde all'intersezione di un numero opportuno di iperpiani in R^m .

TEOREMA 2: (Corrispondenza tra vertici e soluzioni di base).

Dato un problema di PL $\min\{c^T x : Ax = B, x \geq 0\}$ e il corrispondente poliedro della regione ammissibile $P = \{x \in R^n : Ax = b, x \geq 0\}$, \bar{x} è soluzione ammissibile di base del sistema $Ax = b \Leftrightarrow \bar{x}$ è vertice di P .

TEOREMA 3: (Soluzione ammissibile di base ottima).

Dato un problema di PL $\min\{c^T x : x \in P\}$, dove $P = \{x \geq 0 : Ax = b\}$ è un poliedro limitato e non vuoto, esiste almeno una soluzione ottima coincidente con una soluzione ammissibile di base.

Attraverso tali “Teoremi” si può derivare un metodo generale per la soluzione di un problema di PL nella forma: $\min\{c^T x : Ax = b, x \geq 0\}$.

Per il Teorema 3, la soluzione ottima, se esiste, può essere ricercata tra tutte le soluzioni di base del sistema di equazioni $Ax = b$. In particolare, siamo interessati alle soluzioni ammissibili di base, cioè le soluzioni in cui le variabili di base assumono valori positivi o nulli: $B^{-1}b \geq 0$.

Mentre il numero di soluzioni ammissibili risulta illimitato, il numero di soluzioni ammissibili di base (e, per il Teorema 2, il numero di vertici del poliedro ammissibile) è limitato superiormente dal numero delle possibili combinazioni di m colonne scelte tra le n colonne di A :

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

(numero massimo di soluzioni ammissibili di base e di vertici del poliedro ammissibile)

Un metodo iterativo che permette di esplorare in modo “efficiente” l’insieme delle soluzioni ammissibili di base a partire da una soluzione ammissibile di base data è il cosiddetto metodo del simplesso.

L’efficienza consiste nel garantire di generare, ad ogni iterazione:

- soluzioni ammissibili coincidenti con i vertici
- soluzioni che migliorino (o comunque non peggiorino) la soluzione dell’iterazione precedente, in termini di valore della funzione obiettivo.

3.1.4 – Dalla PL alla PLI

La Programmazione Lineare Intera (PLI) considera i medesimi problemi della PL, con la restrizione che una o più variabili possano assumere soltanto valori interi.

In generale, i modelli di Programmazione Intera sono adatti alle applicazioni caratterizzate dall'indivisibilità delle risorse e/o dalla necessità di scegliere tra un numero finito di alternative. Le questioni teoriche poste da tali problemi e le tecniche usate per la loro soluzione hanno caratteristiche molto diverse da quelle relative ai problemi di ottimizzazione continua considerati precedentemente.

Un problema di Programmazione Lineare Intera è scrivibile come illustrato di seguito:

$$\begin{cases} z_{PLI}^* = \min_x c^T x \\ Ax \geq b \\ x \geq 0 \\ x \text{ intero} \end{cases} \quad (I)$$

con $A \in R^{m \times n}$.

Indicando con X la regione ammissibile di PLI e con X_{PL} l'insieme:

$$X_{PL} = \{x \in R^n \mid Ax \geq b, x \geq 0\}$$

si ha che $X = X_{PL} \cap Z^n$: cioè la regione ammissibile di PLI è costituita dai punti a coordinate intere contenuti in X_{PL} . Per semplicità assumeremo che X_{PL} sia un poliedro non vuoto.

Introduciamo ora il concetto del rilassamento continuo di un problema di PLI:

Definizione 9: (Rilassato continuo). Dato il problema di Programmazione Lineare descritto nella (I), si definisce rilassato continuo di PLI il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{cases} z_{PLI}^* = \min_x c^T x \\ Ax \geq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

ottenuto da PLI eliminando i soli vincoli di interezza.

Il Teorema 4, che enunceremo di seguito, viene dimostrato attraverso le assunzioni appena esposte.

TEOREMA 4: Dato il problema
$$\begin{cases} z_{PLI}^* = \min_x c^T x \\ Ax \geq b \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \text{con } A \in R^{m \times n}, \text{ allora } z_{PL}^* \leq z_{PLI}^*.$$

Quindi se la soluzione ottima x_{PL}^* di PL è ammissibile per PLI allora sarà pure una soluzione ottima per PLI.

Un problema di Programmazione Lineare Intera può essere formulato in molteplici modi, in funzione della regione ammissibile XPL del corrispondente rilassamento continuo (Definizione 9). Per esempio:

$$z_{PLI}^* = \min\{c^T x : x \in X\} = \min\{c^T x : Ax \geq b, x \geq 0, x \text{ intero}\}$$

Più vicino è il valore di z_{PL}^* a quello di z_{PLI}^* , migliore è la corrispondente formulazione.

Definizione 10: (copertura convessa o guscio convesso). Dato un insieme $C \subseteq R^n$, si dice copertura convessa di C il più piccolo insieme convesso $\text{conv}(C)$ che contiene C.

Indicando con $\text{conv}(X)$ l'insieme di tutti i punti che risultano combinazione convessa, se $X_{PL} = \text{conv}(X)$, la formulazione del problema PLI è detta ideale.

Se considerassimo $\text{conv}(X)$ un poliedro \tilde{P} (inteso come inviluppo convesso di tutti i punti a coordinate intere appartenenti al poliedro di appartenenza) i cui vertici sono tutti punti interi: $\exists \tilde{A}; \tilde{b}$ tali che $\tilde{P} = \{x \in R^n : \tilde{A}x \geq \tilde{b}; x \geq 0\} = \text{conv}(X)$.

Con \tilde{P} indichiamo l'inviluppo convesso di tutti i punti a coordinate intere appartenenti al poliedro di appartenenza.

Così formulato, un problema di PLI consente di risolvere PLI ignorando i vincoli di interezza. In tal caso, infatti, $x_{PL}^* = x_{PLI}^*$.

Attraverso le assunzioni finora riportate si potrebbe affermare che i problemi di Programmazione Lineare Intera possano essere risolti anch'essi tramite il Metodo del Simplex come i problemi di PL, tuttavia $\text{conv}(x)$ risulta il più delle volte molto difficile da trovare, inoltre il sistema $\tilde{A}x \geq \tilde{b}$ presenta di solito un numero molto elevato di vincoli da soddisfare.

Perciò le possibili tecniche di risoluzione per i problemi di PLI potrebbero essere:

- **Enumerazione totale.** Consiste nel valutare la funzione obiettivo z in ciascun punto dell'insieme X . Ogni punto in corrispondenza del quale si ha il minimo valore di z è una soluzione ottima per PLI. Tale tecnica è improponibile quando i punti di X sono in numero troppo elevato.
- **Per approssimazione.** Si risolve PLI, ignorando i vincoli di interezza sulle variabili decisionali e si approssimano, all'intero più vicino, le coordinate della soluzione ottenuta. Tale metodo generalmente non è consigliabile perché può dare luogo a soluzioni inammissibili per PLI.
- **Altre tecniche specifiche.** Programmazione dinamica, Cutting Plane, *Branch & Bound*, Branch & Cut.

3.1.5 – Metodo di Branch & Bound

Il metodo Branch & Bound è oggi lo strumento maggiormente utilizzato per la definizione di algoritmi esatti per problemi di ottimizzazione combinatoria (problemi aventi soluzioni ammissibili numerabili). Tale metodo si basa su due concetti cardine: quello di *branching* (suddivisione) e quello di *bound* (limite). Questi problemi potrebbero essere risolti da un algoritmo che analizzasse tutte le soluzioni ammissibili, scegliendo quella ottima; ma dato che il numero di soluzioni ammissibili cresce di solito esponenzialmente nel numero dei vincoli, tale approccio non è praticabile per la soluzione effettiva di problemi di interesse pratico. Le tecniche Branch & Bound consentono, una enumerazione “intelligente” dell'insieme delle soluzioni ammissibili: nonostante il tempo di soluzione rimanga esponenziale nel caso peggiore, molti problemi possono essere quasi sempre risolti in tempi contenuti, anche nel caso di istanze di elevata dimensione.

Per implementare un algoritmo Branch & Bound di uno specifico problema, bisogna determinare i seguenti elementi essenziali:

- (1) **Regole di Branching:** come costruire l'albero delle soluzioni.

- (2) Calcolo del Bound: come valutare i nodi.
- (3) Regole di Fathoming: come chiudere e dichiarare sondati (fathomed) i nodi.
- (4) Regole di esplorazione dell'albero: definire le priorità di visita dei nodi aperti.
- (5) Come valutare una o più soluzioni ammissibili (soluzioni da confrontare con i bound per chiudere nodi).
- (6) Criteri di stop: condizioni di terminazione dell' algoritmo.

Quindi per risolvere un problema di Programmazione Lineare Intera, avente forma come quella descritta precedentemente attraverso **(1)**, con $A \in R^{m \times n}$ e dove X_{PL} sia un poliedro non vuoto, si deve procedere come segue:

- Inizialmente si partiziona la regione ammissibile X di PLI in due sottoregioni X_1 e X_2 , in corrispondenza delle quali vengono generati, rispettivamente, due sottoproblemi PLI_1 e PLI_2 ;
- il sottoproblema PLI_1 deve avere la stessa funzione obiettivo di PLI e regione ammissibile X_1 ; il sottoproblema PLI_2 avere la stessa funzione obiettivo di PLI e regione ammissibile X_2 ;
- di conseguenza, se indichiamo con $z_{PLI_1}^*$ e $z_{PLI_2}^*$ il valore ottimo di funzione obiettivo rispettivamente dei problemi PLI_1 e PLI_2 , si ha:

$$z_{PLI}^* = \min \{ z_{PLI_1}^* , z_{PLI_2}^* \}$$

❖ **Partizione della regione ammissibile X in X_1 e X_2 .**

Tra i molteplici modi di partizionare l'insieme X in X_1 e X_2 , il metodo che sarà presentato è quello di risoluzione del rilassato continuo PL di PLI.

Sia x_{PL}^* una soluzione ottima non intera di PL e sia $x_{PL_h}^*$ una qualsiasi componente non intera di x_{PL}^* . Indicando con $\lfloor x_{PL_h}^* \rfloor$ la parte intera inferiore di $x_{PL_h}^*$, X_1 e X_2 si ottengono nel seguente modo:

$$X_1 = X \cap \{x \in R^n \mid x_h \leq \lfloor x_{PL_h}^* \rfloor\}$$

$$X_2 = X \cap \{x \in R^n \mid x_h \geq \lfloor x_{PL_h}^* \rfloor + 1\}.$$

Di conseguenza i sottoproblemi PLI_1 e PLI_2 sono definiti come segue:

$$PLI_1 \left\{ \begin{array}{l} z_{PLI}^* = \min_x c^T x \\ Ax \geq b \\ x_h \leq \lfloor x_{PLh}^* \rfloor \\ x \geq 0 \\ x \text{ intero} \end{array} \right.$$

$$PLI_2 \left\{ \begin{array}{l} z_{PLI}^* = \min_x c^T x \\ Ax \geq b \\ x_h \geq \lfloor x_{PLh}^* \rfloor + 1 \\ x \geq 0 \\ x \text{ intero} \end{array} \right.$$

La generazione di PLI_1 e PLI_2 è detta “branching” e la variabile x_h è detta “variabile di branching”.

L’idea dell’algoritmo Branch & Bound è quindi quella di creare inizialmente, dal problema di partenza PLI, due sottoproblemi PLI_1 e PLI_2 . Poiché i sottoproblemi PLI_1 e PLI_2 sono a loro volta problemi di Programmazione Lineare Intera, si itera la procedura, generando da essi altri sottoproblemi partizionando la loro regione ammissibile.

Viene così generato un albero di sottoproblemi (detto “albero di Branch & Bound”), dove ad ogni nodo corrisponde un sottoproblema.

❖ **Passi iniziali dell’algoritmo Branch & Bound**

1. Risolvere il rilassato continuo PL di PLI e sia x_{PL}^* la corrispondente soluzione ottima;
2. se $x_{PL}^* \in X$, ci si ferma dato che: $x_{PL}^* := x_{PLI}^*$;
3. se $x_{PL}^* \notin X$, sia x_{PLh}^* una componente non intera di x_{PL}^* . Partendo da x_{PLh}^* , si genera PLI_1 e PLI_2 ;
4. risolvere i rilassati continui di PLI_1 e PLI_2 e iterare la procedura.

Non sempre tutti i sottoproblemi generano altri sottoproblemi, se un nodo corrispondente a un dato sottoproblema non genera altri nodi (cioè non genera altri sottoproblemi), si dice che quel nodo viene “chiuso”.

L'algoritmo termina quando tutti i “nodi foglia” dell'albero vengono chiusi: in tal caso la soluzione ottima del nostro problema di Programmazione Lineare Intera corrisponde al miglior punto (in termini di valore di funzione obiettivo) intero generato durante l'esecuzione dell'algoritmo.

Dato che X_{PL} è un poliedro, la generazione dei sottoproblemi termina sicuramente e, nel caso peggiore, i “nodi foglia” dell'albero sono tanti quanti sono i punti ammissibili di X .

❖ **Chiusura di un generico sottoproblema PLI_t - Criteri di “fathoming”**

Sia \bar{x} la migliore soluzione intera disponibile e sia \bar{z} il corrispondente valore di funzione obiettivo. Sia PLI_t un generico sottoproblema e sia $x_{PLI_t}^*$ una sua soluzione ottima con valore di funzione obiettivo pari a $z_{PLI_t}^*$; inoltre sia $x_{PL_t}^*$ una soluzione ottima del suo rilassato continuo, con valore di funzione obiettivo pari a $z_{PL_t}^*$.

Il sottoproblema PLI_t viene chiuso se si verifica uno dei seguenti tre casi alternativi:

- $x_{PL_t}^* \in \mathbf{X}$. Quindi $x_{PL_t}^* = x_{PLI_t}^*$ e $z_{PL_t}^* = z_{PLI_t}^*$. In modo particolare se $z_{PL_t}^* < \bar{z}$, significa che è stato trovato un punto a coordinate intere migliore di quello corrente. Quindi si pone $\bar{x} := x_{PL_t}^*$ e $\bar{z} := z_{PL_t}^*$.
- PL_t è **inammissibile**. Quindi dato che la regione ammissibile di PL_t contiene quella di PLI_t , anche il problema PLI_t è inammissibile.
- $x_{PL_t}^* \notin \mathbf{X}$ e $z_{PL_t}^* \geq \bar{z}$. Poiché $z_{PL_t}^* \leq z_{PLI_t}^*$, tenendo conto delle due disuguaglianze si ottiene $z_{PLI_t}^* \geq \bar{z}$. Di conseguenza è inutile continuare ad esplorare la regione ammissibile del sottoproblema PLI_t , preso atto che è già disponibile un punto \bar{x} a coordinate intere non peggiore di quello che potrebbe fornire il sottoproblema PLI_t .

Considerando che all'inizio non si dispone di un punto ammissibile a coordinate intere, il valore di \bar{z} viene inizializzato al caso peggiore possibile, cioè a $+\infty$ ($-\infty$ nel caso di un problema di massimizzazione). Al termine dell'algoritmo, il valore di \bar{x} fornisce una soluzione ottima di PLI. Da tener nota che per problemi di massimizzazione, tutte le disuguaglianze coinvolte si debbano invertire.

❖ **Possibili strategie di scelta del nodo da analizzare nell'albero di “Branch & Bound”**

- analisi in profondità dell'albero (tecnica “depth-first”): dopo l'ultimo nodo analizzato, si deve scegliere tra i due nodi da esso generati, quello a sinistra;
- tecnica basata sul nodo più promettente (tecnica “best-bound”): fra i nodi foglia non ancora chiusi, scegli quello con il valore ottimo di funzione obiettivo del rilassato continuo più basso (lower bound). Per problemi di massimizzazione, si deve scegliere fra i nodi foglia non ancora chiusi, quello col valore ottimo di funzione obiettivo del rilassato continuo più alto (l'upper bound).

Capitolo 4

PROBLEMA DEL COMMESSE VIAGGIATORE

4.1 – Concetto di “grafo” e di “ciclo Hamiltoniano”

Storicamente la formulazione del problema del commesso viaggiatore è attribuibile al matematico irlandese William Rowan Hamilton. Quest'ultimo nel 1859 propose di trovare un itinerario lungo gli spigoli di un dodecaedro, tale che partendo da un vertice e passando per ciascun vertice una ed una sola volta, permetteva di tornare al punto di partenza. Tale percorso è rappresentabile attraverso la costruzione di un cosiddetto grafo, in cui i vertici del dodecaedro possono essere proiettati sul piano, e ad ogni lato è assegnato un costo (o peso). Il problema consiste nel ricercare tra tutti i circuiti possibili che toccano tutti i vertici del grafo una sola volta, quello di peso totale minimo. In pratica bisognerebbe trovare il miglior percorso in termini di tempo di percorrenza o lunghezza del cammino, tale dilemma nel mondo dell'economia viene denominato per l'appunto “Problema del commesso viaggiatore” (Travelling Salesman Problem - TSP).

Tale problema di ottimizzazione può essere definito relativamente ad un grafo completo, elemento che verrà presentato in seguito (Definizione 13). Un grafo è un insieme di elementi detti nodi o vertici collegati fra loro da archi o lati

Un grafo può appartenere a tre categorie:

- grafo orientato (o diretto)
- grafo non orientato (o non diretto)
- multigrafo

CAPITOLO 4 – PROBLEMA DEL COMMESSE VIAGGIATORE

Nel caso del grafo orientato (Figura 3), si intende un grafo G costituito da una coppia ordinata $(V; A)$, dove $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ è un insieme finito di elementi detti per l'appunto nodi (o vertici), mentre $A = \{a_1, \dots, a_m\} \subseteq V \times V$, è un sottoinsieme di coppie ordinate di nodi dette archi (o spigoli). Se $(a; b) \in A$, a è il vertice iniziale e b il vertice finale; ma nel caso in cui il vertice finale coincidesse col vertice iniziale, cioè se $(a, a) \in A$, l'arco viene detto cappio.

Nel caso di un grafo non orientato (Figura 4), il grafo G è definito come $G = (V; E)$, dove V è un insieme non vuoto di elementi detti vertici ed E un insieme di coppie non ordinate di elementi di V , detti spigoli. È possibile, come riscontrato nel caso precedente, avere spigoli usati come cappi, essendo anch'essi nella forma $(a, a) \in E$.

Infine un multigrafo (Figura 5) è un grafo $G = (V; E)$ che ha spigoli multipli, cioè due vertici possono essere estremi di più spigoli.

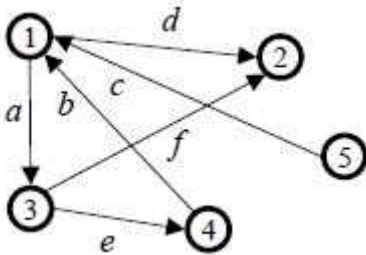


Figura 3. Grafo orientato

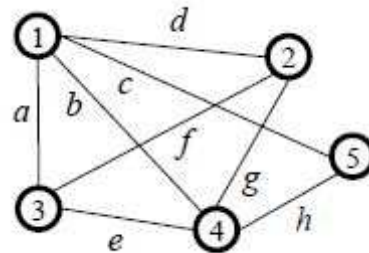


Figura 4. Grafo non orientato

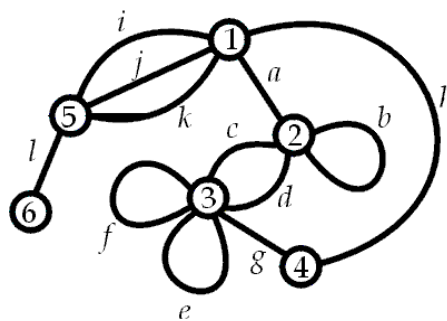


Figura 5. Multigrafo

Definizione 11: (Grado di un vertice). Sia $G = (V; E)$ un grafo o un multigrafo. Il grado di un vertice $x \in V$ in G è il numero, $d_G(x)$, di spigoli incidenti su esso. Se $d_G(x) = 0$, x si dice isolato; se $d_G(x) = 1$, x è detto vertice pendente.

TEOREMA 5 : [Qu11]

In un grafo o multigrafo finito, ovvero un grafo avente un numero di nodi o vertici finito e ben definito, si ha:

1. $2|E| = \sum_{x \in V} d(x)$. (considerando $|E|$ come cardinalità di E)
2. Il numero di vertici di grado dispari è pari.

Definizione 12: *Un grafo o multigrafo i cui vertici hanno tutti lo stesso grado d si dice regolare di grado d . Un grafo finito regolare di grado d con n vertici ha $\frac{nd}{2}$ spigoli.*

Definizione 13 (grafo completo): *Un grafo si dice completo se ha tutti gli spigoli possibili; un grafo completo con n vertici è regolare di grado $n - 1$ e viene indicato con K_n . Un grafo completo con n vertici ha esattamente $\binom{n}{2} = \left(\frac{n(n-1)}{2}\right)$ spigoli.*

Definizione 14: *Un multigrafo si dice completo e di indice λ se ha tutti gli spigoli possibili, ognuno ripetuto λ volte. Un multigrafo completo con n vertici ed indice λ è regolare di grado $(n - 1)$ e viene indicato con λK_n . Un multigrafo completo con n vertici ed indice λ ha esattamente $\lambda \binom{n}{2} = \left(\frac{\lambda n(n-1)}{2}\right)$ spigoli.*

Un cammino in un grafo viene definito stabilendo un nodo di partenza detto “sorgente”, identificando un arco incidente nel nodo di partenza, selezionando l'altro nodo dell'arco e procedendo ricorsivamente fino ad arrivare in un nodo prefissato di arrivo detto “destinazione”, pertanto un cammino è rappresentato mediante la sequenza di nodi che visita. Nel caso in cui sorgente e destinazione coincidono ed esiste almeno un arco, il cammino viene detto circuito.

Definizione 15: *Dato un grafo $G = (V, E)$, si definisce Hamiltoniano un cammino $p = \langle v_1, v_2, \dots, v_k \rangle$ tale per cui:*

- il numero di nodi k è pari a $|V|$;
- $v_i \neq v_j, \forall i, j$.

Quindi un cammino Hamiltoniano passa per tutti i vertici del grafo una e una sola volta.

Definizione 16: *Un ciclo Hamiltoniano è un cammino di lunghezza $|V|+1$ così composto:*

- i primi $|V|$ vertici compongono un cammino Hamiltoniano;
- il vertice di arrivo v_{k+1} coincide con quello di partenza v_1 .

4.2 – Modelli matematici per risolvere il TSP

Dato un grafo $G = (V, A)$ con $n = |V|$ vertici, pesato sugli archi, il problema del commesso viaggiatore (Travelling Salesman Problem, TSP) richiede di determinare un circuito Hamiltoniano in cui il peso totale degli archi selezionati sia minimo.

Nel caso in cui il grafo sia orientato, si parla di problema del commesso viaggiatore asimmetrico (ATSP); nel caso particolare di grafo non orientato si parla del problema del commesso viaggiatore simmetrico (STSP).

4.2.1 – TSP Asimmetrico (Asymmetric TSP, ATSP)

Tenendo presente che per il nostro problema d'interesse, avremo a che fare con un grafo completo, nel nostro grafo orientato $G = (V, A)$, indicheremo c_{ij} il costo generico dell'arco $(i, j) \in A$, e porremo $c_{ij} = +\infty, \forall (i, j) \notin A$. Introducendo variabili binarie:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se l'arco } (i, j) \text{ appartiene al ciclo Hamiltoniano} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

un possibile modello di PLI, considerando S sottoinsieme di nodi di V , ha la seguente formulazione:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (a)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = 1, \dots, n) \quad (b)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (c)$$

$$\sum_{i \in S, j \notin S} x_{ij} \geq 1 \quad \forall S \subset V, S \neq \emptyset \quad (d)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A$$

La funzione obiettivo (a) richiede di minimizzare la somma dei costi degli archi scelti nel circuito, mentre i vincoli (b) e (c) impongono che ciascun vertice del grafo abbia rispettivamente un arco entrante ed un arco uscente. I vincoli del modello (a)–(c) impongono che qualunque soluzione contenga almeno un circuito, ma non per forza uno solo; infatti sono ammissibili soluzioni composte da più di un circuito.

Proprio per far sì che invece ciò non accada, vengono introdotte le cosiddette SECs (Subtour Elimination Constraints), ovvero vincoli (d) che impongono che la soluzione sia composta da un solo circuito.

Tali vincoli prevedono che ogni taglio $(S, V \setminus S)$ sia attraversato da almeno un arco del circuito.

Da notare che, mentre i vincoli (b) e (c) comportano un totale di $2n$ vincoli, (d) ne comporta un numero esponenziale, che rende molto più complessa la soluzione del problema attraverso questo modello.

4.2.2 – TSP Simmetrico (Symmetric TSP, STSP)

Facendo invece riferimento ad un grafo non orientato $G = (V, E)$, identifichiamo ogni spigolo con un numero intero $(e = 1, \dots, m)$, non essendo indispensabile distinguere l'ordine con cui considerare gli estremi dell'arco ed associamo la variabile binaria:

$$x_e = \begin{cases} 1 & \text{se lo spigolo appartiene al ciclo Hamiltoniano} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (e = 1, \dots, m)$$

Per un vertice $v_i \in V$, indichiamo con $\delta(i) = \{(v_i, v_j) \in E : v_i, v_j \in V\}$ l'insieme di spigoli incidenti. Per un insieme di vertici $S \subset V$ (con $S \neq \emptyset$), andremo ad indicare con $E(S) = \{(v_i, v_j) : v_i, v_j \in S\}$ l'insieme dei cosiddetti spigoli interni ad S .

Si potrà avere quindi il modello STSP come segue:

$$\begin{aligned} \min \sum_{e \in E} c_e x_e & & (e) \\ \sum_{e \in \delta(i)} x_e = 2 & & (i = 1, \dots, m) \quad (f) \\ \sum_{e \in E(S)} x_e \leq |S| - 1 & & \forall S \subset V, S \neq \emptyset \quad (g) \\ x_e \in \{0, 1\} & & \forall e \in E \end{aligned}$$

Per questo modello valgono analoghe considerazioni a quelle fatte per l'ATSP.

I vincoli (f) impongono che ciascun vertice abbia esattamente due spigoli incidenti, i vincoli (g) impediscono (sono in numero esponenziale) la presenza di sottocicli nella soluzione.

4.3 – Algoritmi risolutivi per il TSP

La scelta di un algoritmo risolutivo piuttosto che un altro può essere basata su differenti fattori (temporali, di spazio in memoria, gli input/output, velocità di trasmissione, ecc.). Tra essi, quello che gioca un ruolo essenziale è la complessità computazionale, che può essere misurata come tempo necessario all'esecuzione dell'algoritmo su un computer di architettura tradizionale.

La valutazione della complessità computazionale deve soddisfare due requisiti:

1. non deve dipendere da una particolare macchina o da un particolare compilatore
2. deve essere espressa in funzione dei dati in ingresso.

Nella teoria della complessità computazionale, una classe di complessità è un insieme di problemi ai quali viene associata una certa complessità. I problemi su grafi spesso vengono classificati in base all'appartenenza a due classi di complessità:

- P detta Polinomiale o Facile
- NP detta Non-deterministic Polynomial

Un problema si dice appartenente alla classe P se ammette un algoritmo esatto di complessità polinomiale, nella lunghezza del problema. Quindi la classe P comprende tutti quei problemi che possono essere risolti con algoritmi polinomiali.

Dimostrare che un problema appartiene alla classe P o NP è importante per capire se esiste o meno un algoritmo polinomiale che risolve il problema; ossia se un problema è difficile è inutile cercare un algoritmo polinomiale che lo risolva poiché non esiste.

Il TSP è un problema NP - hard e pertanto la sua soluzione esatta richiede algoritmi a complessità "esponenziale", ovvero algoritmi in cui la complessità nel caso peggiore non può essere limitata da una funzione polinomiale nella dimensione dell'istanza. Proprio perché al livello computazionale tale problema risulta molto complesso e dispendioso, soprattutto in termini di tempo, vengono utilizzate tecniche particolari per semplificare il problema.

Verranno presentate di seguito due tipologie differenti d'approccio al problema:

- **algoritmi euristici (approssimati):** abbassano la complessità computazionale da esponenziale a polinomiale;
- **algoritmi esatti.**

Tendenzialmente la prima categoria è utilizzata quando il numero di nodi è talmente elevato che con metodi esatti il tempo di computazione risulta troppo elevato.

4.3.1 – Algoritmi euristici

Gli algoritmi euristici, sebbene utilizzino svariate tecniche più o meno complesse, sono procedimenti che in genere possono fornire solo una soluzione non ottima, ma il risultato che si ottiene è spesso vicino alla soluzione ottima e soprattutto è disponibile in tempi di calcolo accettabili. Esistono moltissime famiglie di algoritmi euristici, le quali si suddividono in tre rami principali:

- algoritmi costruttivi (o algoritmi greedy): costruiscono gradualmente la soluzione attraverso il passaggio per soluzioni parziali;
- algoritmi migliorativi (o di ricerca locale): partono da una soluzione del problema e cercano di modificarla con l'obiettivo di ottenerne una migliore;
- meta euristiche di ricerca locale

Tra i più diffusi algoritmi euristici costruttivi troviamo:

- ❖ L'algoritmo Sweep si basa sull'idea della visita dei luoghi distribuiti nello spazio. Il concetto è di fissare un punto centrale all'intera zona in cui risiedono i nodi del nostro grafo e da esso tracciare un raggio che scorra per tutto il territorio considerato, in senso orario o antiorario. Il percorso del commesso viaggiatore viene costruito collegando in ordine, uno dopo l'altro, i nodi toccati dal raggio. Questo algoritmo ha il vantaggio di avere archi che non si incontrano mai, però ha il notevole svantaggio dovuto al fatto che il percorso oscillerà continuamente tra nodi più vicini e nodi più lontani.

CAPITOLO 4 – PROBLEMA DEL COMMESSE VIAGGIATORE

- ❖ L'algoritmo Nearest Neighbour (o vicino più prossimo), è un classico algoritmo di tipo greedy, infatti si basa sull'idea di cercare di ottimizzare il percorso unendo ogni volta i nodi più vicini, ovvero eseguire ogni passo nel modo migliore per arrivare al risultato globale migliore. Il problema con questo tipo di algoritmi è l'impossibilità di prevedere gli sviluppi finali che essi comportano. Vantaggi immediati al passo corrente in termini di tempo (lunghezza del cammino chiuso), corrispondono spesso svantaggi nei passi successivi.

- ❖ L'algoritmo Nearest Insertion (ovvero inserzione del nodo più prossimo) è simile al precedente, ma al contempo cerca di ottimizzarlo. Attraverso questo metodo si conserva un ciclo anziché un percorso, viene cercato il nodo più vicino ad uno qualsiasi dei nodi del ciclo, invece che al solo nodo terminale del percorso ed infine aggiunge il nuovo nodo nella posizione tale da dar luogo al ciclo più economico, anziché necessariamente al termine del percorso. Quest'algoritmo non produce archi che si intersecano ed è effettivamente più flessibile del precedente, ma in generale non produce una formulazione ottima ma un'approssimazione.

- ❖ Infine l'algoritmo Farthest Insertion (inserzione del nodo più lontano), è un tentativo di risolvere i problemi del precedente e si basa sull'idea opposta. Ad ogni passo l'algoritmo trova il nodo più lontano da quelli del ciclo e lo inserisce nella soluzione nel modo migliore. L'algoritmo quindi tiene conto in partenza del fatto che tutti i nodi vanno visitati e si preoccupa anzitutto di assicurare una visita economica ai nodi più difficili, cioè a quelli più lontani. La forma finale è più regolare delle precedenti e non ci sono archi eccessivamente lunghi.

Passando ora agli algoritmi di ricerca locale, essi si basano sulla definizione di "intorno" di una soluzione e della scelta, ad ogni passo, della soluzione che migliora maggiormente la soluzione corrente (algoritmi migliorativi).

Data la soluzione s appartenente alle possibili soluzioni S , si definisce l'intorno $I(s)$ di s come l'insieme delle soluzioni s' appartenenti a S , ottenibili da s attraverso una predeterminata regola di trasformazione, ovvero:

$$I(s) = \{s' \in S: t(s) = s'\}.$$

Poi attraverso un passo di Ricerca Locale si cerca di selezionare:

$$s_m \in I(s) \text{ tale che } c(s_m) \leq c(s),$$

ovvero selezionare una soluzione s_m , dalle possibili soluzioni ammissibili e verificare che sia ottimizzata rispetto alla soluzione s presa in partenza.

Il difetto principale di questi algoritmi consiste nel fatto che essi ricercano un massimo/minimo locale e non globale. Infatti questi algoritmi una volta arrivati ad un minimo locale si fermano, anche se fuori dall'intorno possono esserci delle soluzioni più convenienti. Tra i più comuni algoritmi migliorativi troviamo:

- ❖ algoritmo k-opt: reiterazione di un processo che consiste nell'apportare alcune modifiche alla soluzione trovata con l'algoritmo precedente. Tali trasformazioni consistono nel sostituire alcuni archi del ciclo Hamiltoniano trovato con altri archi per formarne uno nuovo di peso, ovviamente, minore. Si ripete l'operazione fino a trovare il ciclo Hamiltoniano migliore. Chiaramente con l'aumentare del numero di archi sostituiti, aumenta necessariamente il tempo di calcolo, ma ovviamente aumenta anche l'efficacia del singolo passo. Man mano che si procede si ottengono cicli Hamiltoniani sempre più regolari che possono presentare anche incroci tra archi, che verranno eliminati nei passi successivi fino ad arrivare ad una soluzione accettabile. Uno dei punti chiave di questo tipo di algoritmo è trovare il giusto compromesso tra velocità di calcolo ed efficacia di risoluzione.

- ❖ Algoritmo Lin Kernighan: è simile al precedente tranne il fatto che durante la sua esecuzione varia il valore di k , cioè il numero di archi da cambiare, decidendo ad ogni iterazione quale dovrebbe essere tale valore. Ad ogni iterazione l'algoritmo esamina, per valori ascendenti di k , se un interscambio di collegamenti di k possono dare luogo ad un giro più corto. Questo continua fino a che non si trovano più scambi che migliorano il percorso trovato in precedenza.

CAPITOLO 4 – PROBLEMA DEL COMMESSE VIAGGIATORE

Infine le meta euristiche di ricerca locale, rispetto agli algoritmi migliorativi prevedono la possibilità di peggiorare, pur mantenendo una tendenza al miglioramento globale.

Tra le metodologie più utilizzate troviamo:

- ❖ simulated annealing, è una tecnica stocastica avente lo scopo di evitare di rimanere bloccati all'interno di minimi locali, che impedirebbero una buona ricerca di un minimo globale. L'idea di fondo è quella di accettare, oltre a miglioramenti locali, anche dei peggioramenti, scegliendo in maniera casuale se accettarli o meno. La probabilità di accettare tali cambiamenti tende nel tempo allo zero. Quindi, verso la fine, questo metodo si può ricondurre a un metodo di ricerca locale classica.

- ❖ tabu search: tale tecnica consiste nel dotare la ricerca di memoria. Si sostituisce di volta in volta una configurazione con quella successiva, conservando alcune caratteristiche di quest'ultima in una lista, per renderle riconoscibili in futuro. Viene quindi meno la possibilità di ricadere in minimi locali già visitati, potendo quindi continuare a cercare nuovi minimi in intorni sempre diversi tra di loro. Per evitare di restringere eccessivamente la ricerca gli elementi inseriti nella lista vengono cancellati dopo un certo numero di configurazioni successive. L'algoritmo, può, in certi casi, riservarsi di forzare la lista per trovare un nuovo minimo migliore di quello corrente. Tale procedura è oggi considerata la meta euristica che permette il miglior rapporto tra qualità delle soluzioni e sforzo computazionale.

- ❖ algoritmi genetici: si basano sulla selezione naturale per cui solo gli individui che riescono ad adattarsi all'ambiente hanno una buona probabilità di sopravvivenza. Algoritmi di questo tipo operano su un'intera popolazione di risultati, generati con qualsiasi algoritmo euristico costruttivo o addirittura casualmente, i risultati vengono codificati come sequenze di stringhe. Le soluzioni vengono quindi fatte "accoppiare" (cross-over) per formare una generazione, che a sua volta si "riprodurrà". La probabilità che un individuo di una singola generazione si riproduca dipende da quanto questo individuo è "adatto", cioè se ha una lunghezza totale sufficientemente interessante. Per evitare che dopo un certo numero di

iterazioni che l'algoritmo si appiattisca su soluzioni simili, viene introdotto il concetto di mutazione, per cui in alcuni individui viene alterato un risultato. Algoritmi di questo genere sono però piuttosto lenti e non facilmente controllabili.

Finora abbiamo fatto un elenco delle tecniche approssimate che si utilizzano per affrontare il problema del commesso viaggiatore, questo mondo come si è potuto notare è talmente vasto e complesso che in questo elaborato si è deciso di riassumere in poche pagine solamente le euristiche più diffuse.

Ora passeremo ad illustrare alcuni algoritmi risolutivi esatti, tra i quali sarà presente anche il Branch & Bound, teoria risolutiva che terremo come sistema di riferimento per la risoluzione del nostro caso aziendale.

4.3.2 – Algoritmi esatti

Concentrandoci sul nostro caso specifico, è facile capire che siamo di fronte ad un problema con un numero di nodi (corrispondenti al numero dei clienti) non molto elevato, quindi è corretto affrontarlo attraverso una metodologia esatta.

Tra gli algoritmi esatti più diffusi per risolvere un TSP ci sono:

❖ Algoritmo Branch & Bound (per il quale rimandiamo al paragrafo 3.1.5).

❖ Cutting Plane Method (metodo di taglio del piano).

L'idea di base di questo algoritmo è: se la soluzione del rilassamento di un problema PL non è intera allora la soluzione ottima intera è interna al poliedro P . ciò si può ottenere aggiungendo vincoli a P , cercando di “restringerlo” e in particolare eliminando solamente parti di P che non contengono soluzioni intere. Quindi si dovrà risolvere una sequenza di problemi rilassati con un numero di vincoli crescente.

Introducendo il concetto di piano di taglio:

Definizione 17: Sia un problema \mathcal{P} di PLI, con x^* una sua soluzione ottima (di valore z^*), $C(\mathcal{P})$ il rilassamento continuo di \mathcal{P} (vedi definizione 9) e x^C è soluzione ottima di $C(\mathcal{P})$ di valore z^C .

Un iperpiano $\alpha x = \alpha_0$ si dice piano di taglio (cutting plane) se:

- x^C non è più ammissibile ($\alpha x^C < \alpha_0$)
- è valido per ogni soluzione intera del problema originale ($\alpha x \geq \alpha_0, \forall x$ ammissibile intera)

L' algoritmo Cutting Plane si può schematizzare attraverso i seguenti passaggi:

- I. risolvere il rilassamento $C(\mathcal{P})$ ottenendo x^C ,
- II. se $C(\mathcal{P})$ è illimitato o impossibile allora ci si ferma [Stop];
- III. fintanto che x^C non è intero allora:
- IV. determinare un "cutting plane" $\alpha x = \alpha_0$ ed aggiungerlo ai vincoli di \mathcal{P} ,
- V. risolvere il rilassamento $C(\mathcal{P}')$ ottenendo x^C ,
- VI. se $C(\mathcal{P})$ risulta impossibile allora ci si ferma [Stop];
- VII. [Fine], quando finisce otteniamo $x^* = x^C$

La procedura determina una soluzione ottima di \mathcal{P} : il problema rilassato $C(\mathcal{P}')$ contiene tutte e sole le soluzioni intere di \mathcal{P} (più altre non intere). I tagli aggiunti non eliminano soluzioni intere, $C(\mathcal{P})$ e \mathcal{P} hanno la stessa funzione obiettivo.

Tale metodo è molto efficace quando la soluzione ottima del problema $C(\mathcal{P})$ non è troppo diversa da quella del problema \mathcal{P} , tra gli svantaggi c'è da tener in considerazione che il ciclo (I - VII) non è polinomiale, quindi il problema di PL da risolvere ad ogni iterazione diventerà sempre più grande (allungandone i tempi di calcolo).

- ❖ Algoritmo Branch & Cut: si tratta di un tecnica che unisce le metodologie dei due algoritmi precedenti, cercando dove possibile di superarne gli inconvenienti. Paragonato al Branch & Bound si ha il vantaggio di un rafforzamento dinamico della formulazione del problema, mentre rispetto al Cutting Plane si ha la possibilità di contrastare attraverso l'attività di branching il fenomeno del *taling off* (ovvero

una serie di numerose iterazioni che non producono miglioramenti evidenti della formulazione del problema).

L'idea di base del Branch & Cut è quella che ad ogni nodo dell'albero decisionale si generano tagli nella speranza di ottenere una soluzione intera oppure un *lower bound* (minimo valore possibile che può assumere un qualsiasi algoritmo per risolvere un qualunque problema) più elevato, se questo non avviene si esegue il branching. Si utilizzano tagli particolari (*global cuts*), che sono validi per tutto l'albero decisionale e che vengono memorizzati in una struttura dati apposita (*pool di vincoli*), con la quale viene persa la dipendenza tra il nodo corrente ed i tagli per esso ricavati, ovvero, qualsiasi nodo "vede" tutti i tagli appartenenti al pool globale. Per esaminare un generico nodo dell'albero decisionale, si parte dalla formulazione $Ax = b, x \geq 0$, si aggiungono i vincoli di branching e si risolve il rilassamento continuo corrispondente ottenendo la soluzione x^* . Se questa è frazionaria, si scandisce il *pool* alla ricerca di vincoli violati da x^* da aggiungere alla formulazione corrente. Si risolve allora il nuovo problema e si procede così finché x^* non soddisfa tutti i vincoli del pool. Se x^* è ancora frazionaria, si attiverà una procedura di separazione per l'individuazione di nuovi tagli globali da inserire nel pool.

Quindi gli elementi caratterizzanti l'algoritmo sono:

- pool dei vincoli: conserva i tagli validi globalmente;
- procedure di separazione: tali procedure permettono di individuare disuguaglianze non rispettate dalla soluzione del rilassamento corrente.

Definire efficaci procedure di separazione è il punto cruciale dell'algoritmo, per esse esistono due diverse metodologie di sviluppo:

- procedure di separazione general-purpose, applicabili ad ogni (generico) problema di PLI;
- procedure di separazione specifiche per una data classe di problemi, si sviluppa cioè una procedura "ad hoc" per il problema.

Infine per poter ottenere un algoritmo applicabile a una singola classe di problemi PLI (procedure di separazione specifiche) i passi che si dovrebbero eseguire sono:

- I. individuazione delle caratteristiche strutturali del modello di PLI;
- II. traduzione delle proprietà individuate in termini di classi di disuguaglianze valide (analisi poliedrale);
- III. Per ogni classe \mathcal{C} di disuguaglianze, definizione di procedure efficienti per la risoluzione esatta/euristica del problema di separazione per la classe \mathcal{C} : dato x^* individuare (se esiste) una disuguaglianza $a'x \leq a_0$ appartenente alla classe \mathcal{C} e tale che $a'x^* > a_0$.

In pratica, per ogni classe \mathcal{C} si ha interesse ad individuare numerose disuguaglianze violate, scelte tra quelle che massimizzano il grado di violazione $a'x^* - a_0$. Ciò permette un'accelerazione della convergenza complessiva dell'algoritmo stesso.

Una volta data la panoramica su grafi, cicli Hamiltoniani e il problema TSP, nel successivo capitolo mostreremo in che modo abbiamo utilizzato alcune di queste tecniche matematiche per risolvere il nostro caso aziendale.

Capitolo 5

MODELLI RISOLUTIVI

Tenendo presente che solitamente la soluzione di un problema reale avviene mediante lo svolgimento delle seguenti fasi:

1. Studio del problema reale. Fase di analisi del problema in oggetto.
2. Identificazione e Analisi del modello. Fase in cui si cerca da un lato una buona rappresentazione descrittiva del problema reale, dall'altra di evitare che le caratteristiche del modello si discostino eccessivamente dal problema.
3. Soluzione del Modello. Fase in cui è necessario l'utilizzo di uno strumento di calcolo appropriato per fornire la soluzione del modello.
4. Verifica dei risultati. La soluzione fornita da un solutore è soggetta ad opportune verifiche, bisogna quindi validare i risultati rispetto al problema reale di partenza,

in questo capitolo si mostreranno i risultati che sono stati ottenuti affrontando il problema della raccolta di One to One S.r.l..

Utilizzando ciò che finora è stato spiegato a livello teorico, attraverso la soluzione di un modello matematico appositamente studiato, una volta introdotti i dati del nostro caso aziendale, si sono potuti verificare concretamente i risultati ottenuti.

5.1 – Il TSP per One to One S.r.l.

Il modello che in questo capitolo verrà illustrato, cercherà di essere il più rappresentativo possibile della situazione reale, la sua forma corrisponde al TSP Simmetrico esposto al paragrafo 4.2.2 di questo elaborato.

Tale modello si basa su di un grafo non orientato ed ha la seguente forma:

$$\begin{aligned}
 \min \sum_{a \in A} c_a x_a \\
 \sum_{a \in \delta(i)} x_a &= 2 & (i = 1, \dots, n) \\
 \sum_{a \in A(S)} x_a &\leq |S| - 1 & \forall S \subset V, S \neq \emptyset \\
 x_a &\in \{0,1\} & \forall a \in A
 \end{aligned}$$

L'obiettivo di questo modello è quello di trovare il percorso necessario per collegare tutti i vertici del nostro grafo, cercando di trovare tra i molteplici cicli possibili quello di costo minimo.

I parametri e le variabili che influiscono su questo modello, messi in relazione al nostro problema reale, sono:

- c_a : costo totale dell'arco che si è deciso di percorrere.
L'arco scelto è la strada che si è deciso di percorrere per passare da un cliente ad un altro, il relativo costo viene calcolato sommando:
 - costo del trasporto (ovvero lunghezza dell'arco moltiplicata per il costo del gasolio per la ditta Nec New Ecology),
 - costo dell'autista (cioè tempo stimato di percorrenza moltiplicato per il salario orario che la ditta Nec New Ecology paga al camionista).
- x_a : variabile binaria, descrive se un qualsiasi arco a del grafo è stato scelto nel percorso e quindi risulta attivo (in questo caso x_a avrà valore 1) oppure se per tale arco non è stato previsto l'utilizzo (e il suo valore sarà quindi 0).
- A : insieme degli archi possibili del nostro grafo completo.
- S : sottoinsieme di vertici di V . Si osservi che se il grafo ha n vertici, si possono creare fino a 2^{n-1} sottocicli possibili all'interno del grafo.
- $|S|$: cardinalità di S
- i : contatore del numero dei vertici del grafo.
- $\delta(i)$: insieme degli spigoli incidenti in un vertice, viene correttamente posto pari a 2, perché si vuole che per un nodo incidano al massimo due archi.

Per il resto il modello mantiene le medesime proprietà descritte nel paragrafo 4.2.2.

5.2 – AMPL e Neos Server

Dopo aver descritto il nostro caso aziendale, illustrandone le sue caratteristiche tecniche nel secondo capitolo, abbiamo mostrato nel precedente paragrafo un modello identificativo del nostro problema. Ora introduciamo uno strumento di calcolo utile per validare il nostro modello e soprattutto per dare una soluzione quantitativa del nostro problema.

La piattaforma a cui ci appoggeremo sarà quella di *NEOS Server*, per collegarsi al sito è necessario digitare il seguente indirizzo: “<http://www.neos-server.org/neos/>” e scegliere l’opzione “*NEOS Solvers*”.

Per scrivere il nostro problema in un linguaggio di programmazione matematica abbiamo utilizzato AMPL (Modeling Language for Mathematical Programming), un linguaggio di programmazione che ci permette di riscrivere in modo comprensibile per un generico risolutore matematico il nostro modello, ed inserendo i dati relativi al nostro problema, ci fornisce la soluzione ottimale ricercata.

Avendo a che fare con la programmazione lineare, ci serviremo proprio dei solutori sul NEOS Server relativi a “Linear Programming”, come mostrato in Figura 6.

A fianco a ciascun solutore vi sono le opzioni relative ai linguaggi di programmazione che il risolutore comprende e che quindi sono gli unici che si possono immettere:

- **Linear Programming**

```

BDMLP [GAMS Input]
bpmpd [AMPL Input][LP Input][MPS Input][QPS Input]
Clp [MPS Input]
FortMP [MPS Input]
Gurobi [AMPL Input][GAMS Input][MPS Input]
MOSEK [AMPL Input][GAMS Input][MPS Input]
OOQP [AMPL Input]
XpressMP [AMPL Input][GAMS Input][MOSEL Input][MPS Input]

```

Figura 6. (Fonte: sito Neos Server)

Tra i vari linguaggi di modellazione per la programmazione matematica, come già accennato, noi utilizzeremo AMPL, attraverso di esso è possibile scrivere un problema di ottimizzazione in una forma comprensibile da un generico risolutore.

In modo particolare si è deciso di usare questo tipo di programmazione perché AMPL a differenza di altri linguaggi di programmazione matematica come GAMS, MPS, QPS, LP o MOSEL, è molto più snello nel descrivere le forti relazioni tra insiemi e sottoinsiemi di vertici.

Per costruire il modello del nostro problema attraverso AMPL, che chiameremo per comodità *modello*, è stato necessario generare i seguenti files:

- *modello.mod* (obbligatorio)
- *modello.dat* (opzionale)
- *modello.run* (opzionale)

Il primo deve essere presente nella descrizione di qualsiasi modello in quanto ne costituisce la descrizione stessa, il secondo e il terzo possono essere omessi in quanto contengono i dati associati al problema ed i comandi per avviare la risoluzione. Ovviamente avendo bisogno di sapere i risultati noi siamo stati costretti a immetterli tutti e tre, il primo per spiegare il modello, il secondo per inserire i dati aziendali e il terzo per far partire la risoluzione e visualizzare i risultati di nostro interesse.

Tra tutti i risolutori che si potevano usare (tra i quali ricordiamo bpmptd, Gurobi, Mosek, Ooqp, XpressMP), avendoci garantito le prestazioni migliori per quanto concerne l'analisi e la soluzione del nostro problema, abbiamo deciso di utilizzare il risolutore Gurobi.

5.2.1 – Il TSP per One to One S.r.l in AMPL

In questo paragrafo vengono presentati i file creati con AMPL, prima il file contenente il modello (file.mod), poi il file contenente i dati riguardanti il nostro problema (file.dat), infine il file che ci ha permesso di visualizzare i risultati (file.run).

Il file.mod:

set V ordered; dichiara l'insieme dei vertici

param n := card{V} dichiara il parametro n come cardinalità di V
(n è il numero di vertici)

set SCARD_S := 0..(2n-1);** dichiara l'insieme numerabile ordinato dei sottoinsiemi di V

set SOTTOINSIEMI {k in SCARD_S} := {i in V: (k div 2(ord(i)-1)) mod 2 = 1};**
dichiara l'insieme dei sottoinsiemi di V (cioè di S)

set LINKS := {i in V, j in V: ord(i) < ord(j)};
dichiara l'insieme degli archi del grafo (si utilizzano indici ordinati in modo tale da non ripetere la selezione due volte)

param C{LINKS}; dichiara il vettore costi degli archi

var x{LINKS} binary; variabile binaria (0,1) che indica se l'arco è attivo

minimize COSTOCICLO: sum{(i,j) in LINKS} C[i,j] * x[i,j];
funzione obiettivo (somma costi per archi attivi)

subject to Stella_incidente {i in V}:
sum {(i,j) in LINKS} x[i,j] + sum {(j,i) in LINKS} x[j,i] = 2;
vincolo che impedisce che in un vertice ci siano più di due spigoli incidenti:

subject to SUBSET_NODI {k in SCARD_S diff {0,2n-1}}:**
sum {i in SOTTOINSIEMI[k], j in (V diff SOTTOINSIEMI[k]): (i,j) in LINKS} x[i,j] +
sum {i in SOTTOINSIEMI[k], j in (V diff SOTTOINSIEMI[k]): (j,i) in LINKS} x[j,i] >= 2;
vincolo che impedisce la creazione di sottocicli

il file.dat:

set V := NEC, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28; scriviamo i valori previsti dall'insieme V, nel nostro caso abbiamo messo i codici identificativi dei vertici

Viene illustrata ora la matrice dei costi degli archi: trovati sommando il costo dell'autista (tempo impiegato per il tragitto moltiplicato per la paga del camionista) e costo trasporto (distanza di ogni arco per il costo gasolio).

param C[*,*] :

	NEC	1	2	3	4	...	25	26	27	28
NEC	.	15,92	15,67	9,86	9,12	...	14,48	12,14	14,65	8,60
1	.	.	4,78	6,68	8,97	...	4,79	4,03	2,19	8,07
2	.	.	.	6,81	9,08	...	2,90	3,28	3,91	7,44
3	2,65	...	6,89	3,28	4,79	1,34
4	8,41	5,93	6,45	2,22
...
25	6,32	4,82	8,15
26	2,27	3,79
27	6,81
28;

matrice dei costi (matrice simmetrica)

il file.run:

solve; serve per far risolvere al solutore il modello

display COSTOCICLO serve per mostrare il valore della funzione obiettivo

display x; serve per mostrare i valori all'ottimo della variabile *x*, ovvero quali archi sono stati selezionati (e quindi con valore 1) nella soluzione del modello

5.3 – Risultati ottenuti dal TSP per One to One S.r.l.

I risultati che in questo paragrafo andremo ad esporre, si basano sull'idea concreta che ogni sera un operatore di One to One S.r.l. abbia ben monitorata la situazione relativa ai limiti di peso e tempo dei propri clienti e provveda quotidianamente ad avvisare la Nec New Ecology quali clienti il giorno successivo ci sia l'obbligo di visitare. Ipotizzando che vengano comunicati tempestivamente, si possono identificare i clienti come nodi del nostro grafo e risolvere ogni giorno il nostro TSP, ricavandone il ciclo migliore da far percorrere ai camion. A tal proposito, in questo paragrafo, si cerca di dimostrare come il nostro metodo basato su un modello matematico, tradotto per un generico solutore attraverso AMPL, possa essere uno strumento per calcolare il miglior percorso in termini economici.

Inizialmente si era pensato lo sviluppo di un unico TSP che tenesse conto di tutti i nodi corrispondenti a tutti i clienti con cadenza di ritiro ogni sette/quindici giorni. Tale ipotesi significherebbe dover servire tutti i clienti in un solo giorno, anche se realisticamente un numero di nodi pari a 34 risulta troppo elevato. Considerando i clienti con sede nella medesima via un unico nodo del nostro grafo, il nostro problema presenterebbe $n = 29$ nodi (28 clienti sommati al nodo NEC corrispondente all'azienda di smaltimento). Riuscire a trovare un circuito che collega tutti i vertici non è un problema semplice, infatti include l'analisi e la generazione di un numero esponenzialmente elevato di vincoli (pari a circa 2^n , con n ad identificare il numero di nodi del nostro grafo). Usando il risolutore da noi scelto non è stato possibile trovare una soluzione esatta, perché il calcolo utilizza troppa memoria rispetto a quella messa a disposizione dal "Neos Server".

Nelle successive pagine, vengono espone le prove che sono state effettuate al fine di capire il massimo numero di nodi che il solutore adottato è in grado di gestire, esponendo i risultati relativi alle due categorie di clienti con l'ipotesi di raccolta ogni sette e quindici giorni. Si ricorda che la formulazione di TSP da noi adottata prevede l'uso di algoritmi esatti e non di euristiche.

Lanciando il modello e i dati relativi a tutti i clienti, quindi dando al solutore un problema con 29 nodi, il messaggio che ci viene rilasciato dal Neos Server usando il solutore Gurobi è illustrato in Figura 7:

```

----- Begin Solver Output -----
Executing /opt/neos/Drivers/gurobi/gurobi-ampl-driver.py at time: 2013-05-17 08:06:08.182232
Error: /opt/neos/SolverTools/AMPL.py:6: DeprecationWarning: The popen2 module is deprecated. Use the subprocess module
Load Avg: ( 0.05 , 0.22 , 0.31 )
File exists
You are using the solver gurobi_ampl.
Executing AMPL.
processing data.
Error: import popen2
Error: Error at _cmdno 3 executing "solve" command
Error: (file amplin, line 82, offset 4401):
Error:
processing commands.
Error: Too much memory used - 2977969136 bytes; couldn't get 536870920 more.
Error (512) in /opt/ampl/ampl -R amplin
Error:
    
```

Figura 7.

È facile notare come il problema sia proprio la memoria utilizzata dal solutore, non sufficiente per l'istanza del nostro problema, così proposto. Il passo successivo è stato quindi di capire il numero massimo di nodi che un risolutore di "Neos Server" sia in grado di calcolare, allo scopo di ottenere un circuito minimo. Il numero massimo risultante è stato pari a 18. Qualora si intendesse aggiungerne uno in più, il solutore darebbe l'avviso presente in Figura 8:

```

----- Begin Solver Output -----
Executing /opt/neos/Drivers/gurobi/gurobi-ampl-driver.py at time: 2013-05-17 07:47:09.192600
Error: /opt/neos/SolverTools/AMPL.py:6: DeprecationWarning: The popen2 module is deprecated. Use the subprocess module
Load Avg: ( 0.2 , 0.14 , 0.09 )
File exists
You are using the solver gurobi_ampl.
Executing AMPL.
processing data.
Error: import popen2
Error: Error at _cmdno 3 executing "solve" command
Error: (file amplin, line 72, offset 2634):
Error:
processing commands.
Error: Too much memory used - 3207642288 bytes; couldn't get 38400 more.
Error (512) in /opt/ampl/ampl -R amplin
Error:
    
```

Figura 8.

Tale avviso rimarca nuovamente il fatto che non è stato possibile avere un risultato esatto perché sono necessari più bytes di quelli utilizzati per effettuare il calcolo da noi richiesto.

Rispetto alla schermata mostrata in Figura 6, si nota che il risolutore ha utilizzato pochi bytes in più, ma il numero di quelli mancanti è notevolmente meno del precedente, ciò significa che per poco tale risolutore sarebbe stato in grado di calcolare una soluzione ottimale pure con l’aggiunta del diciannovesimo nodo.

Di seguito viene presentato, attraverso la Tabella 4, un riepilogo per quanto riguarda la complessità del problema ed il tempo per risolverlo, in relazione al numero di nodi che compongono il nostro TSP. Si è voluto dimostrare quello finora detto, ovvero far capire che anche con l’aggiunta di un solo nodo il numero di vincoli e quindi la difficoltà computazionale cresce in misura esponenziale (2^n).

Tabella 4.

Numero nodi	Numero vincoli	Tempo di calcolo impiegato (PRESOLVE, EXPLORED, SOLVE)
15	32781	$1,64 + 2,52 + 0,12 = \mathbf{4,28 \text{ sec.}}$
16	65550	$3,24 + 5,06 + 0,24 = \mathbf{8,54 \text{ sec.}}$
17	131087	$9,71 + 14,25 + 0,72 = \mathbf{24,68 \text{ sec.}}$
18	262160	$27,48 + 38,23 + 1,73 = \mathbf{67,44 \text{ sec.}}$
19	\	\

É facile notare che ad ogni nodo aggiunto al nostro problema, il numero di vincoli associati raddoppia, confermando l’andamento esponenziale, pari a 2^n , finora descritto.

Il tempo per dare una soluzione ottima aumenta, fino ad arrivare ad un massimo di 18 nodi, oltre i quali attraverso il nostro metodo e con i nostri strumenti non è stato possibile dare una soluzione, usando il solutore Gurobi.

I tre tempi sommati stanno ad indicare le tre fasi di analisi previste dal risolutore per poter dare una soluzione ad un generico problema, si intendono in ordine di comparsa:

- il tempo di pre-soluzione del problema,
- il tempo per “esplorare” tutte le possibili soluzioni,
- il tempo di scelta della soluzione stessa.

Confrontiamo ora il solutore Gurobi con gli altri solutori disponibili su Neos Server, rappresentati in precedenza in Figura 6, facenti parte del gruppo di risolutori per i problemi di programmazione lineare e utilizzabili attraverso il linguaggio AMPL.

Provando a lanciare il nostro programma per risolvere il problema avente il numero massimo di nodi ($n=18$), abbiamo avuto i seguenti risultati:

- **BPMPD**: non è possibile avere soluzione perché manca una libreria specifica (flush.pl), che non abbiamo a disposizione (problema che si manifesta anche con un numero meno elevato di nodi).
- **MOSEK**: presenta gli stessi risultati ottenuti da Gurobi, anche se le analisi sono fatte in maniera molto sintetica, privandoci della possibilità di confrontare le caratteristiche di calcolo tra i due solutori.
- **XPRESSMP**: presenta gli stessi risultati raggiunti dai solutori Gurobi e Mosek, anche in questo caso non si sono potuti effettuare confronti tecnici di calcolo tra i solutori, data la schematica analisi offerta.
- **OOQP**: i risultati che fornisce questo solutore sono uguali a quelli forniti da Gurobi, Mosek e XpressMP. La differenza rispetto gli altri risolutori è il tempo di risposta molto elevato, infatti qualsiasi problema gli venga presentato l'attesa per avere una risposta è superiore ai trenta minuti, inoltre anche questo solutore non propone un'analisi temporale delle tre fasi di processo.

Proprio per questa motivazione questo solutore è stato scartato come possibile strumento da poter utilizzare sia in questo elaborato, sia in futuro a livello aziendale.

La scelta di utilizzare il solutore Gurobi, è dovuta essenzialmente agli aspetti appena illustrati, ovvero avere uno strumento che risolva il problema in modo ottimale e nello stesso momento presenti documentazione in grado di analizzare il tempo impiegato per poter risolvere il problema stesso.

Considerando che per il nostro problema addirittura tre risolutori forniscono le medesime soluzioni fornite da Gurobi è ragionevole affermare che i risultati che si raggiungeranno siano realmente le soluzioni ottime.

È importante specificare che si eseguiranno i prossimi esperimenti su di un numero limitato di clienti perché si vuole far vedere in modo non troppo complesso come potrebbe funzionare questo metodo di organizzazione logistica.

Inoltre come spiegato in precedenza tale procedimento di calcolo si ipotizza, in modo pienamente ragionevole, debba essere ripetuto con i clienti che effettivamente ci risultano in scadenza di legge o di peso o di tempo massimo di raccolta; quindi è auspicabile pensare che i circuiti da trovare siano sempre diversi tra loro, ma che i clienti (nodi del circuito) che lo compongono non siano quasi mai di numerosità troppo elevata. Pertanto è realistico affermare che il massimo numero di clienti da servire ogni giorno sia non superiore alle diciotto unità.

Volendo tuttavia dare comunque alcune risposte, in merito alle esigenze aziendali, riguardo il costo per effettuare la raccolta dei RAEE presso i clienti con cadenza di una e due settimane, illustreremo attraverso la procedura finora mostrata, i risultati ottenuti con i dati forniti dall'azienda. Nelle successive pagine verranno mostrati come e quali circuiti sono stati implementati dal nostro modello.

5.3.1 – TSP dei clienti con cadenza di raccolta settimanale

Prendendo in considerazione i clienti, che nel secondo capitolo abbiamo ipotizzato di dover visitare con cadenza settimanale, abbiamo associato ad ognuno di essi un numero che li identificasse come vertice del nostro grafo, in aggiunta è stato messo il nodo denominato “NEC” per individuare l'impianto della Nec New Ecology da cui il ciclo deve partire e terminare.

Dall'elenco presente in Tabella 4, come accennato in precedenza, sono stati eliminati dall'esperimento rispetto ai dati forniti in Tabella 2 (pag. 16-17 del capitolo 2), i clienti MediaMarket Spa, Nova Spa e Rosy Star Srl, perché rispettivamente risiedono nella stessa strada di Bricocenter, Andreoli Spa e Ass.Pe.R.R..

Tabella 5.

1	ANDREOLI SPA	9	ELETTROIDEA SAS
2	ARGENTI GUIDO	10	EURO SYSTEM
3	ASS.PE.R.R.	11	F.G.B.
4	BENETOLLO RICCARDO	12	F.LLI CAZZOLA SERVICE
5	BRICOCENTER	13	MAC SERVICE SNC
6	CTC SRL	14	PASQUETTO & C
7	DE PRETTO GROUP SRL	15	MATTARELLO MORENO
8	DPS GROUP SRL	NEC	NEC NEW ECOLOGY

Il nostro esperimento verrà quindi attuato su sedici nodi, di seguito in Tabella 5 viene presentata per intero la matrice dei costi tra i clienti. Tale matrice è simmetrica perché si ipotizza che il costo di andata sia lo stesso di quello del ritorno (i.e.: il costo per andare da 1 a 2 è uguale al costo per andare da 2 a 1).

Tabella 6.

	NEC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NEC	\	9,12	11,91	14,46	14,43	12,14	19,10	13,93	11,39	15,45	8,60	14,49	15,48	14,48	14,65	8,60
1	.	\	2,81	8,87	4,83	4,57	14,76	8,11	4,83	7,09	0,50	3,09	8,13	8,91	4,59	1,76
2	.	.	\	8,64	2,27	3,58	12,22	4,57	4,85	3,53	4,05	1,26	5,33	6,38	3,28	3,06
3	.	.	.	\	5,06	4,29	15,22	0,76	4,04	5,55	9,13	3,82	5,81	2,06	4,04	8,63
4	\	3,29	14,46	4,81	7,56	2,77	6,06	2,03	5,55	8,90	2,77	5,58
5	\	14,72	4,29	2,52	4,29	4,81	4,31	4,31	6,32	2,27	3,79
6	\	15,47	16,74	11,44	14,26	5,47	9,17	11,73	12,70	15,27
7	\	3,03	5,30	8,11	8,67	5,06	2,79	2,78	7,35
8	\	6,56	6,32	6,08	6,33	3,85	4,04	5,31
9	\	5,10	1,01	1,77	5,55	2,52	5,60
10	\	3,09	7,88	8,90	7,06	0,75
11	\	2,53	3,88	2,04	3,35
12	\	3,54	3,03	8,38
13	\	4,82	8,15
14	\	6,81
15	\

Le soluzioni che Gurobi fornisce sono quelle illustrate di seguito in Figura 9:

```

120 variables, all binary
65550 constraints, all linear; 3932400 nonzeros
    16 equality constraints
    65534 inequality constraints
1 linear objective; 120 nonzeros.

Gurobi 5.5.0: outlev=1
threads=4
Optimize a model with 65550 rows, 120 columns and 3932400 nonzeros
Found heuristic solution: objective 113.74
Presolve removed 32783 rows and 0 columns
Presolve time: 3.24s
Presolved: 32767 rows, 120 columns, 1966080 nonzeros
Variable types: 0 continuous, 120 integer (120 binary)

Root relaxation: objective 5.867000e+01, 83 iterations, 1.35 seconds

    Nodes | Current Node | Objective Bounds | Work
  Expl Unexpl | Obj Depth IntInf | Incumbent BestBd Gap | It/Node Time
*    0    0 |          0 | 58.6700000 58.67000 0.00% - 5s

Explored 0 nodes (83 simplex iterations) in 5.06 seconds
Thread count was 4 (of 24 available processors)

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)
Best objective 5.867000000000e+01, best bound 5.867000000000e+01, gap 0.0%
Optimize a model with 65550 rows, 120 columns and 3932400 nonzeros
Iteration   Objective          Primal Inf.    Dual Inf.      Time
         0    5.8670000e+01    0.000000e+00    0.000000e+00    0s

Solved in 0 iterations and 0.24 seconds
Optimal objective 5.867000000e+01
Gurobi 5.5.0: optimal solution; objective 58.67
83 simplex iterations
COSTOCICLO = 58.67
Error: import popen2

x [*,*]
:    1    2    3    4    5    6    7    8    9   10   11   12   13   14   15   :=
NEC  0    0    0    0    0    0    0    1    0    0    0    0    0    0    1
1    .    1    0    0    0    0    0    0    0    1    0    0    0    0    0
2    .    .    0    1    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
3    .    .    .    0    0    0    1    0    0    0    0    0    1    0    0
4    .    .    .    .    0    0    0    0    1    0    0    0    0    0    0
5    .    .    .    .    .    0    0    1    0    0    0    0    0    1    0
6    .    .    .    .    .    .    0    0    0    0    1    1    0    0    0
7    .    .    .    .    .    .    .    0    0    0    0    0    0    1    0
8    .    .    .    .    .    .    .    .    0    0    0    0    0    0    0
9    .    .    .    .    .    .    .    .    .    0    1    0    0    0    0
10   .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    0    0    0    0    1
11   .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    0    0    0    0
12   .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    1    0    0
13   .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    0    0
14   .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    .    0
;

```

Figura 9.

Analizzando lo script delle analisi fatte dal solutore scelto, notiamo che ci sono fasi distinte di analisi composte da una pre-risoluzione, esplorazione di tutte le possibili combinazioni e la soluzione definitiva. Di particolare interesse sono i tempi impiegati per svolgere le appena elencate fasi, evidenziati dalle sottolineature rosse. La prima fase è stata svolta in 3.24 secondi, la seconda in 5.06 e l'ultima in 0.24. Facendo la somma dei tempi si ottiene un totale di 8.54 secondi totali per risolvere il nostro problema, è ovvio capire che tale velocità di organizzazione logistica, a livello aziendale è un elemento di grande importanza. Parlando della matrice x , evidenziata da un riquadro blu, mostra quando un arco è stato selezionato oppure no (i.e.: l'arco che collega i nodi 1 e 2 è presente nel circuito e nella matrice compare il valore 1, mentre l'arco che collega i nodi 1 e 3 non è previsto e il suo valore è 0).

Il valore della funzione obiettivo si basa sul circuito ottimo trovato dal risolutore, in azzurro viene presentata una soluzione euristica, ovvero approssimata del problema, ma noi volendo quella esatta abbiamo aggiunto i vincoli evidenziati in verde che hanno notevolmente reso complesso il nostro problema. Infatti i vincoli previsti sono addirittura 65550, e grazie alle nostre istruzioni di comando nella pre-risoluzione del problema abbiamo permesso di eliminarne la metà (32783). Nel file di caricamento del modello abbiamo specificato i risultati che volevamo ottenere, infatti ci sono state fornite sia la funzione obiettivo, sia la matrice della variabile x contenente i collegamenti tra i nodi scelti. La sequenza dei nodi scelti, che costituisce il nostro percorso ottimale, è la seguente:

NEC – 8 – 5 – 14 – 7 – 3 – 13 – 12 – 6 – 11 – 9 – 4 – 2 – 1 – 10 – 15 - NEC

Il circuito partendo dalla Nec New Ecology può partire iniziando la raccolta dal punto 8, oppure cominciando dal punto 15 e percorrere il circuito al contrario, l'importante che l'ordine sia rispettato in entrambi i sensi. Il costo minore possibile per passare per tutti i quindici clienti, partendo e ritornando in NEC, è dato dalla funzione obiettivo ed è pari a 58.67 euro.

Nel successivo paragrafo 5.3.2, viene presentato in modo analogo l'analisi fatta per i clienti con cadenza di raccolta ogni 15 giorni.

5.3.2 – TSP dei clienti con cadenza di raccolta bisettimanale

In modo più schematico del precedente, vengono presentate i risultati avuti con i clienti con cadenza di raccolta ogni 15 giorni. Sono stati accorpati anche in questo caso alcuni nodi perché risiedevano nella stessa via, infatti Danieletto Andrea e Iffea risiedono rispettivamente nelle stesse strade di Calegario Luigi & Figli S.r.l. e H.X. S.r.l..

Tabella 7:

A	CALEGARIO LUIGI & FIGLI SRL	I	PLASTICOMMER SNC
B	CASA DEL CORSO SNC	L	SANT' ANDREA 19
C	FORALBERG SRL	M	TRADE LINE
D	H.X. SRL	N	EUROKONTAT SRL
E	L&R SNC	O	PACCAGNELLA ANTONIETTA
F	LA BOTTEGA SAS	P	SM PLASTIC
G	M.S. CENTER	NEC	NEC NEW ECOLOGY
H	MAGHI KASA SRL		

I costi previsti per questi 14 clienti sono espressi nella matrice illustrata nella successiva

Tabella 8:

	NEC	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N	O	P
NEC	\	15,92	15,67	9,86	9,12	13,43	17,74	14,19	15,67	17,24	16,42	12,16	13,67	16,17	18,19
A	.	\	4,78	6,68	8,97	5,67	1,51	7,70	0,91	1,76	1,66	6,81	6,93	2,39	1,48
B	.	.	\	6,81	9,08	3,53	3,40	5,43	1,86	2,72	0,55	7,57	7,88	2,17	2,72
C	.	.	.	\	2,65	5,71	8,70	6,60	5,80	8,19	6,68	3,17	4,93	6,43	8,07
D	\	8,11	11,11	8,62	9,08	10,86	9,58	4,81	4,57	7,34	10,61
E	\	4,41	3,41	2,90	4,41	3,40	7,88	6,65	6,14	4,66
F	\	7,19	1,21	0,60	1,35	6,81	6,93	1,51	0,30
G	\	5,68	7,09	6,31	8,66	10,42	6,06	6,94
H	\	1,51	0,80	6,18	6,05	2,39	1,21
I	\	3,21	7,69	7,43	3,02	0,91
L	\	6,68	6,80	0,80	1,88
M	\	2,52	8,64	7,06
N	\	7,05	7,18
O	\	0,91
P	\

Le soluzioni che Gurobi fornisce, in questo caso, sono illustrate in Figura 8 a seguire:

```

105 variables, all binary
32781 constraints, all linear; 1720530 nonzeros
    15 equality constraints
    32766 inequality constraints
1 linear objective; 105 nonzeros.

Gurobi 5.5.0: outlev=1
threads=4
Optimize a model with 32781 rows, 105 columns and 1720530 nonzeros
Found heuristic solution: objective 99.61
Presolve removed 16398 rows and 0 columns
Presolve time: 1.64s
Presolved: 16383 rows, 105 columns, 860160 nonzeros
Variable types: 0 continuous, 105 integer (105 binary)

Root relaxation: objective 5.047000e+01, 86 iterations, 0.69 seconds

    Nodes | Current Node | Objective Bounds | Work
  Expl Unexpl | Obj Depth IntInf | Incumbent BestBd Gap | It/Node Time
*    0    0 |          0   50.4700000 50.47000 0.00% - 2s

Explored 0 nodes (86 simplex iterations) in 2.52 seconds
Thread count was 4 (of 24 available processors)

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)
Best objective 5.047000000000e+01, best bound 5.047000000000e+01, gap 0.0%
Optimize a model with 32781 rows, 105 columns and 1720530 nonzeros
Iteration   Objective       Primal Inf.    Dual Inf.      Time
         0    5.0470000e+01  0.000000e+00  0.000000e+00    0s

Solved in 0 iterations and 0.12 seconds
Optimal objective 5.047000000e+01
Gurobi 5.5.0: optimal solution; objective 50.47
86 simplex iterations
Error:  import popen2
COSTOCICLO = 50.47

```

x	[*,*]																	
:	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N	O	P				:=
NEC	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0				
A	.	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0				
B	.	.	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0				
C	.	.	.	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0				
D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
E	0	1	0	0	0	0	0	0	0				
F	0	0	1	0	0	0	0	1				
G	0	0	0	0	0	0	0				
H	0	0	0	1	0	0				
I	0	0	0	0	0				
L	0	0	1	0				
M	1	0	0				
N	0	0				
O	1				
:																		

Figura 10.

Analogamente a quanto descritto nel paragrafo precedente (5.3.1), i tempi per le tre fasi di risoluzione sono anche in questo caso molto bassi. Infatti la pre-risoluzione è durata 1,64 secondi, l'esplorazione dei nodi 2,52 secondi mentre la soluzione definitiva ha richiesto 0,12 secondi. Quindi per calcolare il nostro TSP, con un nodo in meno rispetto al precedente, il tempo totale impiegato è di 4,28 secondi ovvero la metà dell'antecedente. Infatti per confermare che la complessità aumenta esponenzialmente con l'aumentare dei nodi anche i vincoli confermano questa tesi essendo in numero dimezzato rispetto al precedente (32781 contro i 65550 del TSP con 16 nodi). Anche in questo caso vengono, durante la risoluzione, ridotti i vincoli e trovata una soluzione euristica del problema, ma di nostro interesse è la soluzione esatta che in questo frangente comporta il seguente circuito:

NEC – G – E – B – L – O – P – F – I – A – H – N – M – C – D – NEC.

Il circuito partendo dalla Nec New Ecology può ovviamente iniziare dal punto G oppure partire dal punto D, percorrendo il circuito in verso opposto, l'importante che l'ordine sia rispettato in entrambi i sensi. La funzione obiettivo che minimizza il costo per il passaggio per tutti i quattordici clienti con cadenza di raccolta bisettimanale ha registrato un costo pari a 50.47 euro.

Con i dati a nostra disposizione, si è voluto analizzare anche da quanti clienti sia possibile passare nell'arco di una giornata, tenendo come riferimento temporale il massimo di ore in cui un camionista può guidare e avendo l'opportunità di usufruire di due camion. Quello che purtroppo non è possibile fare, per mancanza di dati storici sull'argomento, è prevedere da quanti clienti un camion possa passare, prima che venga riempito del tutto e sia costretto a tornare alla Nec New Ecology. Infatti i soli volumi dei materiali non possono quantificare quanto un punto di prelievo, identificato in un generico cliente, produca mediamente, quindi quanto spazio del mezzo possa occupare.

Per poter affrontare il discorso riguardante il numero massimo di clienti da cui si può passare nell'arco di una giornata lavorativa, usando due camion, nel successivo paragrafo verranno introdotti dei vincoli temporali appositi e i risultati presentati a seguire.

5.4 – TSP per One to One. S.r.l. con vincoli temporali

Per poter descrivere in modo corretto la situazione reale, utilizzeremo i dati forniti nel capitolo 2, spiegando le interpretazioni fatte attraverso l'aggiunta di alcuni vincoli ai file del modello in AMPL scritto al paragrafo 5.2.1.

Le aggiunte al file.mod sono le seguenti:

set CAMION ordered;	dichiara l'insieme dei camion
var y{CAMION} binary;	variabile binaria (0,1) indica se camion è attivo
var Z binary;	variabile binaria (0,1) indica se i camion sono entrambi attivi (se entrambi sono usati si avrà $Z = 1$)
param COSTO_FISSO;	indica un costo fisso legato all'utilizzo del camion
param t_MAX;	indica il tempo massimo entro il quale il camion deve ritornare in Nec New Ecology rispettando le ore di guida consentite
param t{LINKS};	indica i tempi per percorrere ciascun arco
param t_staz{V};	indica i tempi per svolgere la raccolta nell'i-esimo vertice (stimato per tutti i nodi pari a trenta minuti)
subject to SUBSET_TEMPO: sum{(i,j) in LINKS} x[i,j]*t[i,j] + sum{i in V} t_staz[i] <= 1080;	vincoli che impongono le 9 ore (espresse in minuti) per ciascun camion, considerando il tempo per percorrere gli archi e il tempo di stazionamento per la raccolta
subject to ATTIVAZIONE_CAMION: sum {k in CAMION}y[k] >= (sum{(i,j) in LINKS} x[i,j]*t[i,j] + sum {i in V} t_staz[i] + 2*t_MAX*Z) / 540;	vincoli utili alla decisione del numero di camion da dover utilizzare

In pratica con questo nuovo modello di TSP si è in grado di capire se nell'arco di una giornata la raccolta possa essere effettuata solamente da un camion oppure sia necessario utilizzare un secondo mezzo. Quest'analisi è fondamentale nel momento in cui ci siano così tanti clienti da servire in un giorno, da non riuscire a passare da tutti con un solo mezzo e sia quindi necessario prevedere l'utilizzo di un secondo veicolo.

Per quanto riguarda il nostro problema la soluzione prevede l'utilizzo di entrambi i camion a nostra disposizione ed infatti il costo complessivo previsto dalla funzione obiettivo aumenta di 600 euro rispetto alle soluzioni date attraverso i TSP senza vincoli temporali. Tutto ciò è dovuto all'introduzione dei costi fissi pari a 200 euro, legati all'utilizzo del primo camion, del secondo camion ed anche per il fatto che bisogna utilizzarli entrambi. Quindi per i clienti con raccolta settimanale si ha un costo totale di 658,67 euro, mentre per i clienti con raccolta bisettimanale il costo totale risulta pari a 650,47 euro.

Considerando che per entrambi i casi di raccolta, le soluzioni rimangono invariate, vengono presentati dei confronti nell'ambito risolutivo computazionale del processo. A seguire, in Tabella 9, è presentata la tabella che riassume la relazione tra numero di nodi, numero vincoli del problema e tempo impiegato per risolverlo.

Tabella 9.

Numero nodi	Numero vincoli	Tempo di calcolo impiegato (PRESOLVE, EXPLORED, SOLVE)
15	32784	$1,81 + 2,58 + 0,09 = 4,48 \text{ sec.}$
16	65553	$4,48 + 6,32 + 0,25 = 11,05 \text{ sec.}$
17	131090	$12,97 + 17,49 + 0,71 = 31,17 \text{ sec.}$
18	262163	$38,23 + 50,17 + 1,78 = 90,18 \text{ sec.}$
19	\	\

Confrontata con la Tabella 4, analoga a quest'ultima, si nota che a prescindere dal numero di nodi, i vincoli aumentano per tutti i casi di tre unità, ovvero dimostra che si sono aggiunti tre vincoli attraverso la nuova formulazione.

L'altra considerazione da fare riguarda i tempi impiegati per arrivare ad una soluzione del problema, da essi si percepisce che all'aumentare dei nodi il tempo che occorre per risolvere l'algoritmo diventa in proporzione sempre maggiore.

Facendo un paragone con gli altri solutori, anche attraverso il TSP modificato con i vincoli temporali, si è ottenuto un riscontro chiaro e rapido attraverso XpressMP e Mosek, che anche in questa circostanza hanno fornito le medesime soluzioni date da Gurobi.

Capitolo 6

ASPETTI MIGLIORATIVI DEL PROGETTO

6.1 – Risparmio dei costi di trasporto

In questo paragrafo si vuole presentare un confronto tra i risultati che si otterrebbero col nuovo metodo organizzativo da noi implementato in relazione al nuovo progetto di One to One S.r.l., rispetto alle metodologie utilizzate nella ditta di smaltimento RAEE che collabora con essa. Per dimostrare l'efficacia del nuovo approccio risolutivo mostreremo in questo paragrafo le differenze tra le soluzioni logistiche trovate tramite il nostro TSP e quelle pensate con gli strumenti a disposizione dall'unità logistica della Nec New Ecology.

Cominciando a vedere quali dispositivi sono a disposizione ad entrambe le parti notiamo che per capire distanze e tempi che intercorrono tra le varie sedi dei clienti e la Nec New Ecology, si sono utilizzati gli stessi metodi ovvero la ricerca tramite "Google Maps" o attraverso il software di Microsoft "Auto Route".

Attraverso il nostro metodo si è dovuta creare una matrice con i tempi e le distanze tra i clienti di One to One S.r.l. e la sede di smaltimento dei RAEE, combinarli con i rispettivi costi di gasolio e di paga oraria dell'autista, trovando i costi complessivi per ciascun movimento. Invece il metodo organizzativo della Nec New Ecology consiste nel ricercare ogni volta un percorso ottimo, introducendo gli indirizzi dei clienti da servire e analizzando tra costi e tempi quale possa essere il miglior tragitto da poter percorrere.

CAPITOLO 6 – ASPETTI MIGLIORATIVI DEL PROGETTO

Tale metodo si basa sull'intuizione umana, quindi di certo è un buon metodo soprattutto se si ha a che fare con un numero molto piccolo di punti di prelievo (massimo cinque o sei), ma diviene molto complesso e non sempre ottimale con l'aumentare dei clienti da servire.

Concettualmente viene guadagnato dalla ditta di smaltimento il tempo iniziale per formare la matrice dei costi e dei tempi, che comunque risulta abbastanza importante. Ad ogni modo una volta preparato un modello di inserimento dei costi, aggiungere o togliere un cliente non implica forti impieghi di tempo e il tempo iniziale guadagnato rispetto al nostro metodo viene largamente compensato nel momento di scegliere il percorso ottimale che attraverso il nostro metodo come visto dalle analisi mostrate risulta ogni volta di pochi secondi, mentre per gli operatori della Nec New Ecology è come minimo di alcuni minuti.

Per entrare nel concreto del confronto, abbiamo voluto fare un esperimento, abbiamo chiesto ad un operatore della ditta di smaltimento affiliata con One to One S.r.l. di eseguire lo stesso procedimento seguito dal solutore, ovvero cercare di individuare un circuito ottimale in termini di costi, tenendo presente la necessità di dover utilizzare due unità di trasporto.

Viene ora presentata la differenza tra i percorsi scelti dal nostro solutore (circuito "Gurobi") e quelli che sceglierebbe un addetto del settore logistico della Nec New Ecology (circuito "Nec").

Per quanto riguarda i clienti con cadenza di raccolta ogni sette giorni, si sono ottenuti i seguenti risultati:

❖ Circuito "Gurobi":

NEC – 8 – 5 – 14 – 7 – 3 – 13 – 12 – 6 – 11 – 9 – 4 – 2 – 1 – 10 – 15 – NEC.

Il costo complessivo del circuito risulta pari a 58,67 euro.

Per quanto riguarda il costo previsto dal "Circuito Nec", sono compresi sia l'andata che il ritorno in Nec New Ecology da parte di entrambi i camion.

CAPITOLO 6 – ASPETTI MIGLIORATIVI DEL PROGETTO

Come da risultati forniti nei precedenti paragrafi 5.3 e 5.4, il costo complessivo che viene presentato riguarda il solo tragitto previsto per i due camion da parte del solutore, escludendo quindi i costi fissi legati all'utilizzo di entrambi i mezzi.

❖ Circuito “Nec”:

NEC – 10 – 8 – 5 – 3 – 13 – 7 – 6 – NEC. Costo di 61,15 euro.

NEC – 14 – 4 – 2 – 11 – 9 – 12 – 1 – 15 – NEC. Costo di 42,22 euro.

Il costo complessivo del circuito risulta pari a 103,37 euro.

Per quanto riguarda il “Circuito Nec”, l'operatore ha constatato attraverso gli strumenti a sua disposizione che non sarebbe stato possibile passare per tutti i clienti nello stesso giorno utilizzando un solo camion e facendo quindi un unico ciclo di raccolta. Quindi ha optato anch'esso per l'utilizzo dei due camion, che svolgeranno come nel nostro caso due circuiti differenti.

La differenza in termini di costo tra la soluzione ottimale prevista dal solutore e quella prevista dall'operatore risulta pari a 44,7 euro, tale disuguaglianza è spiegata anche dal fatto che alcuni clienti non sono vicini e non è quindi semplice cercare di trovare due differenti percorsi che diano un circuito ottimo.

Per quanto riguarda i clienti con cadenza di raccolta ogni quindici giorni abbiamo riscontrato le seguenti soluzioni:

❖ Circuito “Gurobi”:

NEC – G – E – B – L – O – P – F – I – A – H – N – M – C – D – NEC.

Con costo complessivo di 50,47 euro.

❖ Circuito “Nec”:

NEC – G – E – L – F – I – N – H – A – NEC. Costo di 44,8 euro.

NEC – P – B – M – O – D – C – NEC. Costo di 44,69 euro.

Il costo complessivo del circuito risulta pari a 89,49 euro.

In questo caso la differenza tra le due soluzioni trovate risulta inferiore rispetto il precedente caso, ciò è dovuto al fatto che le sedi dei clienti distano l'una dall'altra in

CAPITOLO 6 – ASPETTI MIGLIORATIVI DEL PROGETTO

proporzione molto meno, quindi anche visivamente era più semplice trovare un percorso ottimo. Ad ogni modo attraverso il solutore anche questa volta si sarebbero risparmiati 39,02 euro, ciò per confermare che questo metodo anche se il circuito sembra semplice da individuare, riesce a ricavare comunque una soluzione migliore.

L'aspetto di questa riduzione di costi, dimostra che l'utilizzo del nostro metodo risolutivo può essere un buon strumento logistico, nonché un vantaggio concreto per l'azienda in termini economici. Inoltre porta ad un controllo, anche se non completato, dall'aspetto produttivo dei clienti, che avrebbe dato la possibilità di sapere: quando un camion fosse costretto a tornare alla base prima di ricominciare un nuovo giro, quanti camion si debbano utilizzare nell'arco della giornata. Infine minimizzando i tragitti da percorrere, si ottiene il risultato molto importante, soprattutto per un'azienda che lavora nell'ambiente come Nec New Ecology, di ridurre sensibilmente l'inquinamento dovuto alla circolazione dei propri mezzi di trasporto.

Dopo aver largamente parlato del progetto One to One S.r.l., riguardante l'innovazione della raccolta dei RAEE e messo appunto un sistema logistico che potrebbe abbassare i costi di trasporto per la ditta di smaltimento associata; nel prossimo paragrafo si vogliono introdurre delle analisi riguardanti l'odierno metodo di raccolta, che come vedremo hanno un impatto negativo dal punto di vista ambientale e della sicurezza del territorio.

Infatti verrà riepilogata, a livello nazionale, la situazione relativa alle anomalie riscontrate dal Centro di Coordinamento RAEE in riferimento a tutti i ritiri effettuati dalle aziende di smaltimento. Tali irregolarità tuttavia non sono esattamente tutte le difformità che si presentano, ma solamente quelle che segnalate dalle aziende ai consorzi di riferimento, vengono prontamente inoltrate al CdC RAEE.

In modo particolare si vuole dimostrare che col nuovo metodo di raccolta previsto dalla legge, che obbliga i distributori di AEE al ritiro delle apparecchiature elettroniche fuori uso direttamente dal cliente, alcuni problemi riscontrati dalle ditte di smaltimento presso le piazzole comunali possono essere risolti, con benefici sia per l'ambiente, sia per la legalità del territorio.

6.2 – Riduzione anomalie riscontrate dal CdC RAEE

Di seguito vengono presentate attraverso Tabella 4 e Tabella 5, le anomalie riscontrate in fase di ritiro negli anni 2011 e 2012 dal Centro di Coordinamento RAEE.

Nel 2011 si sono rilevati addirittura 1711 eventi, ovvero quasi il 73% del totale tra le anomalie, di presenza di RAEE privi di componenti essenziali. Questo genere di assenza è dovuta sostanzialmente ai furti dovuti all'insufficiente controllo delle isole ecologiche soprattutto in orari notturni.

Tabella 10.

ANOMALIE RISCOstrate IN FASE DI RITIRO - 2011

ANOMALIA	NR EVENTI	%
Presenza di Raee privi di componenti essenziali	1.711	72,90%
Segnalazione generica	252	10,74%
Mancato raggiungimento della soglia minima di saturazione	141	6,01%
Presenza di raee danneggiati con ragno	70	2,98%
Unità di carico non accessibili	49	2,09%
Non adeguata separazione raggruppamenti raee	44	1,87%
Mancato rispetto dell'orario di apertura del cdr	31	1,32%
Danneggiamento unità di carico	21	0,89%
Presenza di rifiuto estraneo ai raee	14	0,60%
Ritardo nel ritiro	14	0,60%
TOTALE COMPLESSIVO	2.347	100,00%

Fonte: CDC RAEE

Poter quindi raggruppare in modo più sicuro, all'interno di negozi o spazi sicuramente più difficili in cui introdursi, sarebbe specialmente in ambito ambientale un fondamentale passo organizzativo che si dovrebbe attuare. Dal punto di vista ambientale infatti, soprattutto per quanto riguarda gli elettrodomestici pericolosi, separare a mano i pezzi più pericolosi dall'apparecchiatura elettrica fuori uso, è assai dannoso per l'ambiente dato che comporta l'emissione di sostanza come CFC o HFC altamente tossiche, oltre che a fuoriuscita nel territorio di oli e altre sostanze nocive.

CAPITOLO 6 – ASPETTI MIGLIORATIVI DEL PROGETTO

Si è voluto in questo elaborato sollevare il particolare delle anomalie, perché come si può notare dalla Tabella 11, nell'anno successivo (cioè nel 2012), la situazione è palesemente peggiorata. Infatti i dati fornitici dal Centro di Coordinamento RAEE mostrano chiaramente che i furti di tali componenti si sono addirittura raddoppiati registrando 3092 eventi segnalati.

Tabella 11.

ANOMALIE RISCOstrate IN FASE DI RITIRO - 2012

ANOMALIA	NR EVENTI	%
Presenza di RAEE privi dei componenti essenziali	3092	62,18%
Segnalazione generica	859	17,27%
Mancato raggiungimento della soglia minima di saturazione	493	9,91%
Mancato rispetto dell'orario di apertura del CdR	122	2,45%
Non adeguata separazione Raggruppamenti RAEE	121	2,43%
Ritardo nel ritiro	92	1,85%
Danneggiamento Unità di Carico	70	1,41%
Unità di Carico non accessibili	50	1,01%
Presenza di RAEE danneggiati	35	0,70%
Altra anomalia nell'erogazione del servizio	35	0,70%
Presenza di rifiuto estraneo ai RAEE	4	0,08%
TOTALE COMPLESSIVO	4973	100,00%

Fonte: CDC RAEE

Ad ogni modo, il problema principale che si è voluto far notare è quello della sicurezza delle piazzole, ma se ci concentrassimo nei rimanenti punti critici esaminati nelle precedenti tabelle, possiamo con tranquillità affermare che se il metodo di raccolta cambiasse, anche altri aspetti sarebbero migliorati in modo drastico.

Ad esempio, tra le altre voci in elenco quelle che si ridurrebbero sensibilmente sono:

- Mancato raggiungimento della soglia minima di saturazione: tale soglia imposta dai consorzi non sarebbe più da rispettare perché per i distributori la legge prevede delle tempistiche di peso massimo consentito e tempo massimo entro il quale in ogni caso il materiale dovrà essere raccolto.
- Mancato rispetto dell'orario di apertura del Cdr: i negozi a differenza delle piazzole ecologiche sono sempre aperti, e occasioni di trovare il Punto di Prelievo non aperto sono quasi nulle.

CAPITOLO 6 – ASPETTI MIGLIORATIVI DEL PROGETTO

- Non adeguata separazione Raggruppamenti RAEE: attraverso il nuovo metodo i distributori hanno l'obbligo di dividere i raggruppamenti, e non c'è nessun esterno che possa gettare senza cura e quindi mischiare tali rifiuti.
- Danneggiamento unità di carico: è una cosa che dovrebbe essere risolta, ma nel caso accadesse ancora, ci sarebbero responsabili a cui chiederne conto.
- Unità di carico non accessibili: avendo un'organizzazione singola per negozio, le unità dovrebbero essere sempre sgombre da RAEE o rifiuti superflui, cosa di non facile garanzia in ecocentri in cui non sempre è garantito un controllo adeguato.

CONCLUSIONI

Nell'elaborato si è parlato del mondo riguardante la raccolta dei RAEE e si è discusso della gestione del sistema organizzativo che ne deriva informando della sua continua fase evolutiva. La One to One S.r.l., all'avanguardia per quanto concerne l'offerta di servizi ambientali ai propri assistiti, rimanendo sempre aggiornata sulle nuove regolamentazioni, ha ideato un innovativo metodo di raccolta. Servendosi di Nec New Ecology azienda leader nel settore di smaltimento dei rifiuti, ha incaricato proprio quest'ultima all'organizzazione dei ritiri presso i clienti che ne avessero bisogno in base a degli ordini stabiliti e con date precise di scadenza.

Proprio per cercare un metodo che ottimizzasse la raccolta da parte di Nec New Ecology, abbiamo utilizzato uno strumento di modellazione matematica che potesse descrivere in modo soddisfacente il nostro problema e fosse in grado nel contempo di risolverlo in maniera ottimale. Pensando quindi a come si sarebbe organizzata la raccolta del RAEE presso i clienti di One to One S.r.l., ovvero sapendo che ogni giorno si avrebbe avuto una panoramica rispetto a quanti punti di prelievo fosse necessario servire; si è deciso di utilizzare le teorie riguardanti il problema del commesso viaggiatore che ampiamente abbiamo descritto nel quarto capitolo.

Ci siamo in primo luogo resi conto che il problema al quale dobbiamo dare una risposta, anche se a prima vista potrebbe sembrare semplice, per fornirci una soluzione esatta risulta alquanto difficile da risolvere. Proprio questo è uno dei punti fondamentali della nostra tesi, avere la necessità di avere una stima esatta, per quanto concerne i risultati di nostro interesse, è molto differente rispetto a volere solo delle approssimazioni su di essi; infatti la decisione di utilizzare metodi esatti piuttosto che euristici è stata presa in base agli obiettivi che ci sono stati richiesti.

Interessante è stato lo studio di un percorso Hamiltoniano ottimale da ricercare per ogni gruppo di clienti. Inoltre capire nell'arco delle nove ore lavorative quanti mezzi si sarebbero dovuti utilizzare ha completato lo studio. In realtà si sarebbe voluto prevedere anche da quanti clienti un camion sarebbe potuto passare prima di dover ritornare alla base perché completamente pieno, ma questo genere di analisi non è stata possibile non avendo a disposizione dati storici riguardanti la produttività di ogni singolo cliente.

Utilizzando le tecniche descritte nel quinto capitolo e confrontandole con quelle a disposizione dell'unità logistica di Nec New Ecology abbiamo potuto apprendere quanto si possa guadagnare in termini di costi attraverso questo sistema di calcolo che oltre ad essere preciso è particolarmente veloce.

Si lascia invece a studi ed elaborati futuri cercare di capire in termini di inquinamento quanto sia performante il nostro modello logistico basato sul caso aziendale One to One S.r.l..

In conclusione si può affermare che attraverso questa tesi si è riusciti a dimostrare che l'utilizzo corretto di alcune tecniche matematiche impiegate per l'interesse aziendale possano essere non solo utili, ma fornire ottimi risultati in tempi rapidi.

APPENDICE

A.1 – Elenco dei prodotti oggetto del D.lgs. 151/2005

1. Grandi elettrodomestici

- 1.1 - Grandi apparecchi di refrigerazione
- 1.2 - Frigoriferi
- 1.3 - Congelatori
- 1.4 - Altri grandi elettrodomestici utilizzati per la refrigerazione conservazione e deposito di alimenti
- 1.5 - Lavatrici
- 1.6 - Asciugatrici
- 1.7 - Lavastoviglie
- 1.8 - Apparecchi per la cottura
- 1.9 - Stufe elettriche
- 1.10 - Piastre riscaldanti elettriche
- 1.11 - Forni a microonde
- 1.12 - Altri grandi elettrodomestici per la cottura e ulteriore trasformazione di alimenti
- 1.13 - Apparecchi elettrici di riscaldamento
- 1.14 - Radiatori elettrici
- 1.15 - Altri grandi elettrodomestici per riscaldare ambienti, letti e divani
- 1.16 - Ventilatori elettrici
- 1.17 - Apparecchi per il condizionamento come definiti dal decreto del Ministero delle Attività Produttive del 02/01/2003
- 1.18 - Altre apparecchiature per la ventilazione e l'estrazione d'aria

2. Piccoli elettrodomestici

- 2.1 - Aspirapolvere
- 2.2 - Scope meccaniche
- 2.3 - Altre apparecchiature per la pulizia
- 2.4 - Macchine per cucire, per maglieria, tessitrici e per altre lavorazioni dei tessuti
- 2.5 - Ferri da stiro e altre apparecchiature per stirare, pressare e trattare gli indumenti

- 2.6 - Tostapane
- 2.7 - Friggitrici
- 2.8 - Frullatori, macina caffè elettrici, altri apparecchi per la preparazione dei cibi e delle bevande utilizzati in cucina, apparecchiature per aprire o sigillare contenitori o pacchetti
- 2.9 - Coltelli elettrici
- 2.10 - Apparecchi taglia capelli, asciugacapelli, spazzolini da denti elettrici, rasoi elettrici, apparecchi per massaggi e altre cure del corpo
- 2.11 - Sveglie, orologi da polso o da tasca, apparecchiature per misurare, indicare, registrare il tempo
- 2.12 - Bilance

3. Apparecchiature informatiche per le comunicazioni

- 3.1 - Trattamento dati centralizzato:
 - 3.1.1 – Mainframe
 - 3.1.2 - Minicomputer
 - 3.1.3 - Stampanti
- 3.2 - Informatica individuale:
 - 3.2.1 - Personal computer (unità centrale, mouse, schermo e tastiera inclusi)
 - 3.2.2 - Computer portatili (unità centrale, mouse, schermo e tastiera inclusi)
 - 3.2.3 - Notebook
 - 3.2.4 - Agende elettroniche
 - 3.2.5 - Stampanti
 - 3.2.6 - Copiatrici
 - 3.2.7 - Macchine da scrivere elettriche ed elettroniche
 - 3.2.8 - Calcolatrici tascabili e da tavolo, altri prodotti e apparecchiature per raccogliere, memorizzare, elaborare, presentare o comunicare informazioni con mezzi elettronici
 - 3.2.9 - Terminali e sistemi utenti
 - 3.2.10 - Fax
 - 3.2.11 - Telex
 - 3.2.12 - Telefoni
 - 3.2.13 - Telefoni pubblici a pagamento
 - 3.2.14 - Telefoni senza filo
 - 3.2.15 - Telefoni cellulari
 - 3.2.16 - Segreterie telefoniche e altri prodotti o apparecchiature per trasmettere suoni, immagini o altre informazioni mediante la telecomunicazione

4. Apparecchiature di consumo

- 4.1 - Apparecchi radio
- 4.2 - Apparecchi televisivi
- 4.3 - Videocamere
- 4.4 - Videoregistratori
- 4.5 - Registratori hi-fi
- 4.6 - Amplificatori audio
- 4.7 - Strumenti musicali
- 4.8 - Altri prodotti o apparecchiature per registrare o riprodurre suoni o immagini, inclusi segnali o altre tecnologie per la distribuzione di suoni e immagini diverse dalla telecomunicazione

5. Apparecchiature di illuminazione

- 5.1 - Apparecchi di illuminazione
- 5.2 - Tubi fluorescenti
- 5.3 - Sorgenti luminose fluorescenti compatte
- 5.4 - Sorgenti luminose a scarica ad alta intensità, comprese sorgenti luminose a vapori di sodio ad alta pressione e sorgenti luminose ad alogenuri metallici
- 5.5 - Sorgenti luminose a vapori di sodio a bassa pressione

6. Utensili elettrici ed elettronici

- 6.1 - Trapani
- 6.2 - Seghe
- 6.3 - Macchine per cucire
- 6.4 - Apparecchiature per tornire, fresare, carteggiare, smerigliare, segare, tagliare, tranciare, trapanare, perforare, punzonare, piegare, curvare o per procedimenti analoghi su legno, metallo o altri materiali
- 6.5 - Strumenti per rivettare, inchiodare o avvitare o rimuovere rivetti, chiodi e viti o impiego analogo
- 6.6 - Strumenti per saldare, brasare o impiego analogo
- 6.7 - Apparecchiature per spruzzare, spandere, disperdere o per altro trattamento di sostanze liquide o gassose con altro mezzo
- 6.8 - Attrezzi tosaerba o per altre attività di giardinaggio

7. Giocattoli e apparecchiature per il tempo libero e lo sport

- 7.1 - Treni elettrici e auto giocattolo
- 7.2 - Consolle di videogiochi
- 7.3 - Videogiochi
- 7.4 - Computer per ciclismo, immersioni subacquee, corsa, canottaggio, ecc..
- 7.5 - Apparecchiature sportive componenti elettrici o elettronici
- 7.6 - Macchine a gettoni

8. Dispositivi medici

- 8.1 - Apparecchi di radioterapia
- 8.2 - Apparecchi di cardiologia
- 8.3 - Apparecchi di dialisi
- 8.4 - Ventilatori polmonari
- 8.5 - Apparecchi di medicina nucleare
- 8.6 - Apparecchiature di laboratorio per diagnosi in vitro
- 8.7 - Analizzatori
- 8.8 - Congelatori
- 8.9 - Altri apparecchi per diagnosticare, prevenire, monitorare, curare e alleviare malattie, ferite o disabilità

9. Strumenti di monitoraggio e di controllo

- 9.1 - Rivelatori di fumo
- 9.2 - Regolatori di calore
- 9.3 - Termostati
- 9.4 - Apparecchi di misurazione, pesatura o regolazione ad uso domestico o di laboratorio
- 9.5 - Altri strumenti di monitoraggio e controllo usati in impianti industriali

10. Distributori automatici

- 10.1 - Distributori automatici, incluse le macchine per la preparazione e l'erogazione automatica o semi-automatica di cibi e di bevande:
 - a) di bevande calde;
 - b) di bevande calde, fredde, bottiglie e lattine;
 - c) di prodotti solidi.
- 10.2 - Distributori automatici di denaro contante
- 10.3 - Tutti i distributori automatici di qualsiasi tipo di prodotto, ad eccezione di quelli esclusivamente meccanici

A.2 – File AMPL del TSP modificato con vincoli di tempo

FILE. MOD:

```
set V ordered;
param n := card{V};
set SCARD_S := 0..(2**n-1);
set SOTTOINSIEMI {k in SCARD_S} := {i in V: (k div 2**(ord(i)-1)) mod 2 = 1};
set LINKS := {i in V, j in V: ord(i) < ord(j)};
param C{LINKS};
var x{LINKS} binary;
set CAMION ordered;
var y{CAMION} binary;
var Z binary;
param COSTO_FISSO;
param t_MAX;
param t{LINKS};
param t_staz{V};
minimize COSTOCICLO: sum{(i,j) in LINKS} C[i,j] * x[i,j] +
                    sum {i in CAMION} y[i] * COSTO_FISSO + Z * COSTO_FISSO;
subject to Stella_incidente {i in V}: sum {(i,j) in LINKS} x[i,j] +
                    sum {(j,i) in LINKS} x[j,i] = 2;
subject to SUBSET_NODI {k in SCARD_S diff {0,2**n-1}}:
    sum {i in SOTTOINSIEMI[k], j in (V diff SOTTOINSIEMI[k]): (i,j) in LINKS} x[i,j] +
    sum {i in SOTTOINSIEMI[k], j in (V diff SOTTOINSIEMI[k]): (j,i) in LINKS} x[j,i] >= 2;
subject to SUBSET_TEMPO: sum{(i,j) in LINKS} x[i,j]*t[i,j] +
                    sum{i in V} t_staz[i] <= 1080;
subject to ATTIVAZIONE_CAMION: sum {k in CAMION} y[k] >=
    (sum{(i,j) in LINKS} x[i,j]*t[i,j] + sum {i in V} t_staz[i] + 2*t_MAX*Z)/540;
subject to BOUND_NUMERO_CAMION: sum {k in CAMION} y[k] <= Z+1;
```

FILE. DAT (i.e.: clienti con raccolta settimanale):

set V := NEC, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15;

set CAMION := p1, p2;

param t[*,*] :

	NEC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15 :=
NEC	.	24	31	36	39	34	40	37	31	41	24	33	38	34	43	24
1	.	.	11	23	19	18	32	21	19	19	2	12	19	19	18	7
2	.	.	.	20	7	14	26	18	19	11	11	5	13	12	10	12
3	20	13	38	2	12	17	23	15	17	8	12	21
4	13	36	19	24	11	18	8	17	20	9	22
5	36	13	10	13	19	11	17	18	9	15
6	39	42	26	30	21	19	23	30	33
7	9	16	21	17	20	11	11	19
8	20	18	16	25	15	16	15
9	20	4	7	17	8	22
10	12	18	20	22	3
11	10	15	8	13
12	14	12	20
13	19	17
14	21
15;

param t_staz[*] :=

NEC	0
1	30
2	30
3	30
4	30
5	30
6	30
7	30
8	30
9	30
10	30
11	30
12	30
13	30
14	30
15	30;

param t_MAX := 43;

param COSTO_FISSO := 200;

param C[*,*] :

	NEC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15 :=	
NEC	.	9,12	11,91	14,46	14,43	12,14	19,10	13,93	11,39	15,45	8,60	14,49	15,48	14,48	14,65	8,60	
1	.	.	2,81	8,87	4,83	4,57	14,76	8,11	4,83	7,09	0,50	3,09	8,13	8,91	4,59	1,76	
2	.	.	.	8,64	2,27	3,58	12,22	4,57	4,85	3,53	4,05	1,26	5,33	6,38	3,28	3,06	
3	5,06	4,29	15,22	0,76	4,04	5,55	9,13	3,82	5,81	2,06	4,04	8,63	
4	3,29	14,46	4,81	7,56	2,77	6,06	2,03	5,55	8,90	2,77	5,58	
5	14,72	4,29	2,52	4,29	4,81	4,31	4,31	6,32	2,27	3,79	
6	15,47	16,74	11,44	14,26	5,47	9,17	11,73	12,70	15,27	
7	3,03	5,30	8,11	8,67	5,06	2,79	2,78	7,35	
8	6,56	6,32	6,08	6,33	3,85	4,04	5,31	
9	5,10	1,01	1,77	5,55	2,52	5,60	
10	3,09	7,88	8,90	7,06	0,75
11	2,53	3,88	2,04	3,35
12	3,54	3,03	8,38
13	4,82	8,15
14	6,81
15

FILE. RUN:

solve;
display x;
display y;
display Z;

BIBLIOGRAFIA

- [Fa08] G. Fasano - Richiami di Ricerca Operativa & Ottimizzazione Non Lineare
- [DG09] L. De Giovanni - Programmazione Lineare e Metodo del Simplex
- [DGZ09] L. De Giovanni, G. Zambelli - Programmazione a numeri interi: il metodo del Branch and Bound
- [Fu12] A. Fuduli – Ricerca Operativa - Programmazione Lineare Intera
- [FG06] Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman – Ricerca operativa
- [Se12] P. Serafini – Teoria dei Grafi e dei Giochi
- [Qu11] G. Quattrocchi – Teoria dei Grafi
- [Mo09] M. Monaci – Problema del commesso viaggiatore
- [Fr06] M. Frego, M. Pizzato – Il Problema del Commesso Viaggiatore
- [Vi05] D. Vigo – Programmazione Lineare: Cutting Planes, Branch & Cut
- [BFL10] R. Bruni, G. Fasano, G. Liuzzi - Sintassi e comandi di AMPL Plus v 1.6

SITOGRAFIA

-  www.one2one.it
-  www.cdcaee.it
-  www.necnewecology.it
-  www.panasonic.it
-  www.ampl.it
-  www.neos-server.org