



Università
Ca' Foscari
Venezia

**Corso di Laurea Magistrale
In Sviluppo Economico d'Impresa**

Tesi di laurea

**Approccio multi-criteriale alla gestione di portafoglio:
il metodo PROMETHEE**

Relatore:

Prof.ssa Diana Barro

Correlatore:

Massimiliano Guido Mantovani

Laureando:

Leonardo Fornea

Matricola 854474

Anno Accademico:

2015/2016

Indice

Introduzione	5
1. Da Markowitz alla Multiple Criteria Decision Analysis (MCDA)	6
2. Multi Criteria Decision Analysis per problematiche finanziarie	14
2.1 MCDA e scelte finanziarie	14
2.2 Approcci mono-criteriali	15
2.3 Approccio Multi-criteriale	17
2.3.1 Descrizione e assunzioni dell'approccio multi-criteriale	17
2.3.2 Ottimizzazione Multi-criteriale	19
2.4 Le metodologie più utilizzate	25
2.4.1 Credit management	25
2.4.1.1 Analytic Hyerarchy Processes / Analytic Network Processes (AHP/ANP)	26
2.4.1.2 ELECTREE	26
2.4.1.3 Utility Addittives (UTA)	27
2.4.2 Analisi della performance d'impresa	28
2.4.2.1 Goal Programming	28
2.4.2.2 MACBETH	29
2.4.2.3 Metodo PROMETHEE	29
2.4.3 Gestione di portafoglio	30
2.5 I punti deboli del MCDA	32
2.5.1 Scelta del metodo	32
2.5.2 Raccolta di dati ed informazioni	33
2.5.3 Linguaggio di utilizzo	33

3. Il metodo PROMETHEE	34
3.1 Definizione del metodo PROMETHEE	34
3.2 Definizione delle tipologie di funzione di preferenza	37
3.3 Il confronto tra le alternative	43
3.4 Applicazioni di PROMETHEE in campo finanziario	48
3.5. Altre applicazioni del metodo PROMETHEE	51
4. Applicazione del metodo PROMETHEE	53
4.1. Presentazione e analisi dei dati	53
4.1.1 Scelta dei titoli	54
4.1.2 Analisi dati campione	54
4.1.3 Definizione dei criteri	56
4.2 Applicazione pratica del modello PROMETHEE	60
4.2.1 Selezione titoli con metodo PROMETHEE	60
4.2.2 Creazione dei portafogli	75
4.2.3. Analisi della performance	77
4.2.4 Costruzione del portafoglio media-varianza	79
Conclusioni	85
Bibliografia	86
Indice delle figure	87
Indice delle tabelle	87

Introduzione

“Come allocare i nostri asset?” “In che compagnie investire?” “Come costruire in modo efficiente un portafoglio titoli?”

Queste ed altre domande sono e rimarranno sempre cruciali non solo per gli addetti alla gestione di risorse finanziarie ma in generale per chiunque voglia gestire i propri risparmi allocandoli in obbligazioni, titoli, valute ed altri strumenti finanziari.

Tuttavia, per molto tempo l’allocazione finanziaria e soprattutto gli agenti adibiti a tale mestiere seguivano regole e usavano metodologie non sempre precise, riflettendo un atteggiamento istintivo che denotava una non chiara visione d’insieme del problema. In questo scritto si tenterà dapprima di dare una breve ma esaustiva spiegazione del problema dell’allocazione finanziaria, partendo da un punto ben preciso, il 1952, con l’uscita dello scritto di Markowitz che cambiò radicalmente il modo di osservare e trattare tale problematica, fino a concentrarsi su un particolare metodo di decision-making, il cosiddetto Multi Criteria Decision Aid (MCDA), usato da tempo per risolvere problemi non solo dal punto di vista finanziario considerando più criteri contemporaneamente, i quali possono essere presi come specifiche direttive o specifiche preferenze di un qualsiasi investitore che vuole allocare risorse ed investirle nel mercato finanziario. Dopo di che si passerà allo studio di una particolare metodologia, denominata Preference Ranking Organisation Method (PROMETHEE), che utilizza particolari assunzioni e definizioni per definire un modello di ottimizzazione finanziaria multicriteriale che verrà spiegato in seguito.

Infine, si presenterà un’applicazione pratica di tale metodologia prendendo spunto da lavori già svolti in merito e osservandone i risultati per quanto riguarda la performance, anche in relazione ad altri modelli di ottimizzazione di portafoglio.

Capitolo 1: Da Markowitz alla Multiple Criteria Decision Analysis (MCDA)

Il modello di Markowitz (1952), primo vero e proprio modello di ottimizzazione di un portafoglio titoli, ponendo sotto una nuova luce la problematica di come allocare ed investire risorse nel mercato finanziario. Le ipotesi di Markowitz sono che un qualsiasi investitore valuti per il proprio investimento due grandezze: il rendimento del titolo (o portafoglio titoli) e il suo rischio. Il modello quindi consente di analizzare rendimento e rischio in maniera congiunta, cercando di trovare una soluzione ottima che “domina” tutte le altre, per cui dato un livello di rendimento desiderato si troverà il portafoglio meno rischioso presente sul mercato, oppure, data la rischiosità che si vuole sopportare, l’investitore troverà il portafoglio con il massimo rendimento possibile.

Le conseguenze di questa teoria sono varie: sicuramente assumono più importanza da quel momento concetti come la diversificazione di portafoglio ed il trade-off rendimento/rischio. Inoltre tale modello permette di vedere l’allocazione ottima di portafoglio come un problema di ottimizzazione di funzioni matematiche, che rappresentano il rendimento atteso e il rischio del portafoglio scelto, con l’obiettivo di trovare la soluzione migliore per il trade-off rendimento-rischio. Il modello noto proprio come modello media-varianza si basa quindi sui primi due momenti della distribuzione dei rendimenti, dove la media ne rappresenta il rendimento atteso e la varianza il rischio. Il problema di ottimizzazione può essere presentata dal punto di vista matematico come segue (Kolm et al. 2013):

Consideriamo n asset indicati con: S_1, S_2, \dots, S_n e i loro relativi rendimenti, denotati come r_1, r_2, \dots, r_n , possiamo considerare quindi un vettore

$w = [w_1, \dots, w_n]^T$ dove il generico w_i rappresenta la porzione di investimento per l'asset S_i all'interno del portafoglio.

Definiamo il rendimento del portafoglio come:

$$r_p = w_1 r_1 + w_2 r_2 + \dots + w_n r_n = w^T r$$

Per quanto riguarda invece l'altra parte del problema, cioè quella relativa al rischio del portafoglio, denominiamo σ_i la deviazione standard del rendimento dell'asset i -esimo. Definiamo inoltre ρ_{ij} la correlazione tra i rendimenti degli asset i e j e la matrice $n \times n$ della covarianza:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \dots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \dots & \sigma_{nn} \end{bmatrix}$$

con le seguenti proprietà: $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$; $\sigma_{ij} = \sigma_{ji} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$ (con $i \neq j$). Tale matrice viene definita come definita positiva e ciò, finanziariamente parlando, significa che nessun asset del portafoglio può essere replicato da nessuna combinazione dei rimanenti asset considerati. Possiamo quindi definire la varianza del portafoglio e la relativa deviazione standard rispettivamente:

$$V = w^T \Sigma w$$

$$\sigma = \sqrt{w^T \Sigma w}$$

Definiamo ora il rendimento atteso degli asset come:

$$\mu_i = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix}$$

Tale che $\mu_i = E(r_i)$ per $i = 1, \dots, n$.

Abbiamo quindi definito le grandezze necessarie per formulare il problema di ottimizzazione di portafoglio, il quale però porterà a soluzioni diverse in base all'atteggiamento che terrà ogni singolo investitore riguardo al rischio

che vorrà correre investendo nel mercato. Per tale ragione deve essere introdotto un particolare parametro, denominato λ , che indica la propensione al rischio del singolo investitore. Per un generico investitore quindi la funzione da massimizzare sarà la seguente:

$$\max \mu^T w - \lambda w^T \Sigma w$$

Il modello quindi ottimizzerà la funzione che presenta come primo addendo la parte da “massimizzare” cioè quella relativa al rendimento, mentre la parte a destra del simbolo di sottrazione è relativa alla rischiosità e, come tale, deve essere minimizzata.

Questo modello rappresenta un importante passo in avanti per la teoria di portafoglio introducendo una visione d’insieme che è assolutamente fondamentale al giorno d’oggi.

Il modello di Markowitz è stato poi successivamente sviluppato per adattarlo alla risoluzione dei problemi affrontati quotidianamente dagli investitori. Si possono imporre restrizioni sugli investimenti per evitare una frammentazione degli asset con pesi troppo piccoli o evitare al contrario una bassa se non nulla diversificazione con pesi elevati. Si possono inoltre incorporare costi tipici delle transazioni finanziarie (commissioni, costo di impatto sul mercato dell’acquisto/vendita titoli), oppure imporre condizioni relative alla regolamentazione delle Istituzioni per quanto riguarda le operazioni finanziarie. Per una review esaustiva sul modello di Markowitz e sui suoi sviluppi si rinvia a Kolm et al. (2013).

L’importanza però di tale modello non si esaurisce alla sua semplice implementazione ed è chiaro come, a partire dal modello di Markowitz le tecniche relative all’ottimizzazione di portafoglio si siano sviluppate e abbiano acquisito un’importanza sempre maggiore in campo finanziario. Uno di questi svi-

luppi, anche se non legato solo alla finanza quantitativa, è quella della cosiddetta ottimizzazione multi-criteriale dove assieme alla massimizzazione e/o minimizzazione di grandezze quali il rendimento e il rischio vengono, congiuntamente, ottimizzate anche altre funzioni che riflettono criteri e preferenze stabilite direttamente dall'investitore. Tali tecniche, utilizzano metodologie di calcolo diverse tra di loro (PROMETHEE, ELECTRE solo per citarne due tra le più usate) stanno riscuotendo molto successo soprattutto per la flessibilità che garantiscono in quanto riescono a considerare più aspetti congiuntamente, raggiungendo un livello di dinamicità utile quando risulta riduttivo osservare il problema da un solo punto di vista.

Il concetto alla base della Multi Criteria Decision Analysis (MCDA) è quello, come dice il nome stesso, di stabilire dapprima un set di alternative e classificarle per livello d'importanza secondo criteri stabiliti dal decision maker (DM), confrontandole tra di loro per stabilire la soluzione migliore. Come si può intuire, il grande pregio di un tale modello è quello di studiare una problematica focalizzandola sulle condizioni imposte dall'investitore. Sarà infatti lui a scegliere non solo i criteri del proprio investimento ma potrà dare anche specifiche istruzioni su quali tra essi siano più importanti, secondo le sue conoscenze del mercato o secondo fattori esterni evidenziati durante la trattazione del problema.

Il procedimento decisionale basato su un approccio multicriteriale è riassunto nelle seguenti fasi (Zopounidis and Dumbos, 2002):

- Si definisce A il set di alternative, che possono essere discrete o continue a seconda che rispettivamente siano o meno finite e numerabili. Queste alternative che possiamo denominare a_1, a_2, \dots, a_n vengono quindi classificate dal decision maker (DM) secondo proprie preferenze.
- Consideriamo ad esempio le alternative k e z e prendiamo un qualsiasi criterio i , la cui funzione è definita come g_i , allora:

$g_{ki} > g_{zi} \Leftrightarrow a_k > a_z$ (l'alternativa k è preferita all'alternativa z).

$g_k = g_z \leftrightarrow a_k = a_z$ (l'alternativa k è indifferente rispetto all'alternativa z).

g_{ki} non è altro che il valore assunto dalla performance dell'alternativa k per il criterio i . Per stabilire le preferenze tra le diverse alternative, considerando solamente lo specifico criterio i , si dovranno quindi confrontare il valore della funzione g assunti dalle alternative, che descrive l'andamento delle alternative considerate. Osservando tali valori per gli altri criteri, le cui funzioni si possono definire come g_1, g_2, \dots, g_i , si potrà dunque delineare una classifica delle diverse alternative per i diversi criteri, le quali poi devono essere analizzate prima di raggiungere l'ultima fase, cioè quella della definizione della soluzione da presentare al DM. La fase immediatamente successiva è infatti quella di aggregazione delle alternative con i criteri considerati: infatti definito l'inserimento delle alternative in base all'importanza stabilita dalle diverse funzioni g , si dovrà anche considerare la diversa importanza assunta, qualora sia stabilito nel modello, da ogni singolo criterio. Solo dopo questa fase il procedimento è concluso, presentando al DM la soluzione trovata, secondo i diversi criteri da lui stabiliti.

La capacità quindi di raggruppare sia le alternative in modo omogeneo sia stabilire criteri coerenti con il problema da analizzare sono aspetti fondamentali e cruciali per riuscire ad ottenere un risultato esauriente ed utile al DM per effettuare le scelte future in modo corretto. E' chiaro che questa fase dovrà necessariamente essere svolta in accordo con il DM e si dovranno stabilire a priori delle condizioni per stabilire quale dei criteri sia più importante rispetto ad altri o secondo quali condizioni stabilire tale classifica. Non è comunque da escludere un approccio indiretto a tale fase, riprendendo classificazioni di altri problemi simili oppure interpellando non direttamente il DM ma altre figure, come per esempio esperti del settore, in modo da creare una classifica il più coerente possibile con la problematica da trattare (Zopounidis and Dumpos, 2002).

Come detto prima la dinamicità di tali modelli ha reso possibile il loro impiego in molti settori, dalla finanza alla gestione dei rifiuti o al controllo e l'utilizzo di risorse idriche. Molto spesso, tuttavia, l'MCDA, sebbene più esaustivo e realistico viene posto in secondo piano per via di alcune difficoltà che si possono incontrare nell'utilizzo di tale metodologia e modellistica. Le maggiori difficoltà che si riscontrano vengono spiegate di seguito.

Una prima complessità, che ci servirà anche per i successivi capitoli, sta nel fatto che con questi modelli non si raggiungerà mai la soluzione ottima, ma una soluzione soddisfacente secondo le preferenze del DM, in quanto sarà l'unica che seguirà i criteri scelti (Guitouni and Martel, 1997). Questa può essere intesa come debolezza della metodologia MCDA proprio perché non dà una soluzione considerata ottima, sebbene più realistica, ma solamente una soluzione soddisfacente e quindi priva della "forza" che invece ha una soluzione che viene trovata con la tecnica dell'ottimizzazione monocriteriale. Tale debolezza è principalmente causata dall'impossibilità di ricercare soluzioni che giacciono sulla frontiera efficiente in quanto lo stesso investitore che formula criteri e preferenze non è in grado di acquisire le informazioni necessarie affinché il modello multi-criteriale scelto trovi soluzioni "ottime."

Seconda difficoltà che si può riscontrare è quella relativa alla formulazione di alternative da parte del DM e la loro gerarchizzazione secondo i criteri scelti: non sempre infatti il DM ragiona in modo razionale e spesso impone condizioni o formula criteri secondo parametri diversi da quelli puramente razionali (molto spesso legati alla massimizzazione del proprio benessere), rendendo a volte difficile la risoluzione delle problematiche affrontate. Per quanto riguarda questo aspetto, si è tentato di risolverlo con delle metodologie di scelta delle preferenze secondo diversi principi: per esempio, le quattro relazioni binarie elementari di Roy tentano di stabilire una gerarchia tra le alternative secondo quattro proposizioni: indifferenza (I), preferenza (P), preferenza debole (Q) ed incomparabilità (R) da applicare ad ogni alternativa presente (Guitouni and Martel, 1997). Altre metodologie utilizzano

altre MCAP, Multi Criteria Aggregation Procedures, le quali in generale risolvono il fondamentale problema di stabilire quali criteri siano più importanti per confrontare due diverse alternative: pesi, livelli di confidenza, trade-off sono solo alcuni dei MCAP utilizzati. Infine, altre metodologie, denominate pratiche di aggregazione logiche come regioni di rifiuto o tecniche vengono spesso utilizzate per stabilire una gerarchia tra i criteri stabiliti dal decisore per analizzare il problema (Roy, 1968).

L'ultima difficoltà riguarda invece la scelta della metodologia di calcolo da applicare una volta decisa la gerarchia e la struttura dei criteri e delle alternative; esistono infatti molti metodi per affrontare un problema di MCDA con procedimenti differenti, che possono dare anche risultati diversi tra di loro. Ciò è chiaramente una debolezza nel momento in cui si utilizza questo approccio come supporto alle decisioni. Come risolvere dunque questa problematica?

Per prima cosa il DM deve osservare i vari metodi di MCDA sotto tre aspetti: requisiti per gli input, delucidazione dei criteri e modellazione di essi e la procedura di aggregazione. Molte volte infatti servono determinate tipologie di input (dati su cui basare le alternative) oppure i criteri devono essere formulati in modo specifico (per es. trade-off anziché confronto tra coppie di alternative) per poter utilizzare alcuni modelli specifici e si può, eseguendo questa prima analisi, capire quali modelli possono oppure non possono essere utilizzati.

Altre analisi sul modello da utilizzare si possono fare osservando altri aspetti che possiamo riassumere così (Guitouni and Martel, 1997):

- Chi sono i beneficiari dello studio e in che modo sono coinvolti con esso. Infatti qualora ci siano più decisori sarà molto utile prendere in considerazione metodologie che consentano la presa in considerazione di molteplici giudizi su una stessa alternativa o criterio.
- Come ragiona il DM? Qualora quest'ultimo abbia usato per problematiche precedenti una certa metodologia, è utile continuare con la medesima di

modo da non creare difficoltà inutili soprattutto nella fase di delucidazione dei criteri.

- Che informazioni si hanno? Si dovrà infatti scegliere un modello che consenta di svolgere lo studio con i dati che si hanno a disposizione. Non sarebbe sensato, infatti, utilizzare un metodo che richiede dati diversi da quelli posseduti.

L'analisi compiuta seguendo questi passi porterà quindi al modello più adatto alla problematica da trattare, o comunque fornire le opzioni più idonee. Da non dimenticare, inoltre, il fatto che questi approcci possono essere utilizzati congiuntamente per determinati problemi. Nulla vieta infatti di risolvere il problema utilizzando più di un metodo, prestando attenzione ai risultati raggiunti dai modelli usati, scegliendo poi la soluzione che sembra più corretta.

L'ultima fase dovrà poi essere quella, dapprima della scelta se seguire o meno le raccomandazioni del modello e successivamente la sua supervisione, di modo da modificare quest'ultimo qualora necessario per mantenerne l'efficacia o per utilizzarlo in altre problematiche a cui può essere applicato.

Capitolo 2: Multi Criteria Decision Analysis per problematiche finanziarie

2.1 MCDA e scelte finanziarie

Globalizzazione e rivoluzione tecnologica certamente sono i 2 fenomeni che hanno influenzato di più il processo di scelta effettuato quotidianamente da molti agenti in diversi settori. Uno di questi è il settore finanziario dove soprattutto l'integrazione dei mercati, la tecnologia e l'altissima velocità a cui viaggiano le informazioni consentono ad un qualsiasi investitore di analizzare le proprie problematiche finanziarie considerando più fattori rispetto al passato.

E' da qui che parte la nostra analisi sulle metodologie utilizzate per tenere conto di questa complessità. Verrà quindi analizzato l'approccio alle decisioni di scelte finanziarie che utilizza metodi e tecniche del Multi-Criteria Decision Aid, il quale per una serie di alternative ne stabilisce una gerarchia in base a criteri, scelti dagli agenti che vogliono risolvere il problema. La massimizzazione del rendimento verrà affiancata ad altri aspetti che secondo l'investitore devono essere considerati per l'analisi del proprio problema finanziario.

Quali sono quindi le scelte che possono essere studiate con tali metodologie? Spronk e al. (1997), individuano tre tipologie di problemi che possono essere affrontate per mezzo del MCDA:

- **Scelte di investimento:** ovvero quali tipi di investimento sono considerati profittevoli per un operatore, sia esso impresa o individuo. La crucialità di queste problematiche sta nella determinazione del valore, presente e future, dei progetti d'investimento presentati.
- **Capital budgeting:** questi problemi riguardano che struttura dare al capitale investito e che tipo di politica dei dividendi avere in base sia agli investimenti

fatti sia alle condizioni di mercato presenti e alle aspettative future. Scelte di finanziamento e di reinvestimento sono incluse in questa categoria.

- **Investimenti finanziari:** collegata in parte alla categoria precedente, questa categoria comprende le scelte d'investimento nel mercato finanziario, come le scelte di portafoglio, dove l'obiettivo può essere diverso dalla semplice massimizzazione del profitto e/o della minimizzazione del rischio.

Spostando ora l'attenzione sulle scelte da compiere per tradurre nella pratica le analisi fatte sulle tre categorie elencate in precedenza è necessario concentrarsi sulla modellistica e sulla capacità di tradurre le soluzioni ottenute da tali modelli in scelte finanziarie nel mondo reale.

Prima di tutto sarà utile comprendere le metodologie precedenti a tali approcci le quali tentano di risolvere le stesse problematiche considerando un approccio diverso, basato sulla semplificazione del problema e sull'ottimizzazione di una sola variabile, considerata la più significativa.

2.2 Approcci mono-criteriali

Osservare questo tipo di approcci è utile per capire come sia necessario un altro tipo di approccio per risolvere problematiche finanziarie ai giorni nostri. Con la complessità raggiunta sia dagli strumenti finanziari sia dalle strategie possibili per gli investimenti sul mercato, è chiaro che un modello descrittivo o mono-criteriale non basta. Al contrario un approccio che tenga conto di questa complessità come quello relativo al MCDA è più appropriato, dove il mercato finanziario è visto come un ambiente dinamico e dove devono essere prese scelte considerando spesso criteri e obiettivi opposti tra di loro.

Di seguito quindi si darà un elenco di questi modelli:

- **Modelli descrittivi:** in questo approccio, l'attenzione è posta sul "racconto" del problema e la sua successiva semplificazione per renderlo di facile risoluzione con gli strumenti in possesso piuttosto che sulla ricerca di una formulazione e modellazione matematica. Nonostante questo aspetto sia comunque utile al fine di conoscere il funzionamento di base del fenomeno studiato è chiaro come, dall'altro lato, lo renda totalmente diverso dall'originale a causa della sua eccessiva semplificazione. Le condizioni infatti sono più le stesse e lo stesso funzionamento del mercato è distorto dalle assunzioni fatte.
- **Primi modelli matematici:** influenzati dall'enorme uso, in svariati settori, di tecniche matematiche per risolvere diversi tipi di problemi di ottimizzazione, anche in finanza si assiste all' introduzione di un approccio quantitativo all'analisi dei problemi finanziari, basato sulla traduzione in linguaggio matematico del problema da risolvere. Anche in questo caso si rende necessaria una semplificazione della realtà per poterla trasporre in un modello, rendendo quindi, di fatto, il problema diverso dall'originale. Una frequente assunzione è quella relativa al decisore rappresentativo, un investitore "standard" che non trova riscontro nel mercato dove ogni decisore è un individuo con preferenze ed obiettivi specifici.
- **Option Pricing Theory:** lo sviluppo l'option pricing theory rappresenta il primo passo avanti verso la teoria moderna di portafoglio. Questo approccio aveva come obiettivo il prezzamento di diversi tipi di strumenti finanziari come opzioni e derivati. La determinazione del prezzo avviene attraverso la non-arbitrage evaluation, secondo la quale il prezzo del derivato era stabilito grazie alla possibilità di replicare tale titolo utilizzando il titolo a cui il derivato è collegato e un titolo risk-free. Per evitare condizioni di arbitraggio, il valore dei due portafogli è lo stesso e in questo modo si ottiene il prezzo del titolo derivato. L'aspetto positivo di questa teoria era la possibilità di modellare una strategia di investimento senza introdurre per ogni investitore concetti come funzione di utilità, avversione e premio al rischio. L'unico aspetto da trattare riguardava la funzione del rischio dei titoli analizzati in quanto se

non modellata bene, tale funzione porta l'investitore che la utilizza a commettere errori di valutazione sul titolo derivato, conducendo a scelte d'investimento errate o eccessivamente rischiose. Un esempio a riguardo è dato dal collasso del fondo speculativo Long Term Capital Management (LTCM) nel 1998, dove fu commesso proprio un errore di questo tipo.

Da questo punto, nel corso degli anni, sono state introdotte diverse teorie che possiamo far rientrare nelle metodologie multi-criteriali, specialmente dopo la teorizzazione del modello di Markowitz, grazie al quale la massimizzazione del rendimento di portafoglio era accompagnata alla contemporanea minimizzazione del rischio dello stesso, primo passo verso le future metodologie del MCDA.

2.3 Approccio Multi-criteriale

2.3.1 Descrizione e assunzioni dell'approccio multi-criteriale

Presentiamo alcuni concetti di base utili a comprendere il funzionamento dell'approccio multi-criteriale.

Per quanto riguarda le assunzioni da fare, esse verranno considerate necessarie e quindi inserite nel modello solamente quando non pregiudichino la peculiarità del problema trattato. Possiamo riassumerle in questi 3 punti:

- **Low fat modelling:** questo principio permette di evitare l'inserimento di assunzioni e semplificazioni tali da rendere non realistico il problema, di modo da evitare una decisione poco utile per l'investitore. L'obiettivo, infatti, non è la risoluzione di un problema generico ma si vuole tentare di dare una risposta soddisfacente al particolare problema presentato. Le conseguenze si ripercuoteranno soprattutto sul modo in cui la mancanza di dati e la modellazione del rischio verranno trattati.
- **Principle of eclecticism:** questo secondo principio consente di attingere da teorie finanziarie già implementate per migliorare il proprio modello. Anche

qui il principio si riferisce in special modo alla trattazione del rischio e dell'incertezza insiti nei modelli finanziari. L'errore da non commettere è però quello di utilizzare modelli e teorie appartenenti a contesti diversi da quello trattato di modo da evitare l'utilizzo di modelli inadatti al problema che si vuole risolvere.

- **Principle of permanent learning:** come suggerito dal nome stesso di questo principio, sia il modello che si utilizzerà sia l'ambiente in cui tale modello verrà utilizzato sono da considerarsi dinamici e quindi suscettibili, nel corso del tempo, di possibili modifiche. Il decisore quindi dovrà valutare la performance del modello sia nel momento in cui la decisione è presa sia quando le condizioni iniziali dello stesso saranno modificate da diversi tipi di fattori. Il principio base è quello quindi di attuare un processo di monitoraggio di modo da modificare il modello qualora necessario, sia per renderlo più efficace nel presente ma anche per evitare di commettere lo stesso errore in futuro.

Descritti questi tre principi passiamo all'analisi di quali siano le scelte che possono essere analizzate con questo approccio. Sebbene esistano diverse tipologie di problemi di scelta all'interno del settore finanziario possiamo farle rientrare in un'unica categoria, quella delle scelte di allocazione di risorse tra diverse tipologie di strumenti finanziari. Importante è quindi chiedere: che cosa influenza tale categoria di scelta? Di seguito proviamo a riassumere alcuni dei fattori più importanti.

- Le relazioni tra la scelta da compiere e altri agenti presenti nel mercato.
- La possibilità di scegliere se utilizzare solamente informazioni finanziarie oppure avvalersi anche di altri tipi di informazioni.
- Il rischio e l'incertezza.

Interessante è soprattutto la trattazione dell'ultimo punto dell'elenco, cioè quello relativo al rischio e all'incertezza. Due sono le domande a cui bisognerà dare risposta a questo punto dell'analisi: cosa "crea" il rischio? Come si possono affrontare rischio ed incertezza nel modello?

Per prima cosa ci si dovrà preoccupare di disporre di dati ed informazioni tali da aiutare la modellazione stessa del problema.

Successivamente si dovrà osservare, secondo le direttive date dal decisore, quali sono le azioni o gli aspetti più rischiosi del problema.

Diverse strategie comunque si potranno utilizzare riguardo a questo punto:

- Atteggiamento passivo, dove dopo la modellazione del problema e il suo successivo utilizzo, non verranno più modificate le diverse assunzioni fatte a riguardo. La scelta quindi verrà presa senza considerare eventuali cambiamenti subentrati nel problema in fasi successive.
- La seconda possibilità è quella di osservare i possibili cambiamenti avvenuti e qualora superino un certo livello di tolleranza, per cui non possono più essere trascurati, sarà lo stesso decisore ad integrarli nel modello originale.
- L'ultima strategia unisce la precedente con l'osservazione anche delle eventuali modifiche compiute da altri agenti del mercato, tali comportamenti possono modificare la percezione del problema da parte del decisore. Anche qui sarà lo stesso decisore a modificare il modello qualora ritenga tali cambiamenti non possano essere trascurati.

Dopo aver descritto quindi il generale l'approccio multi-criteriale, passiamo alla sua modellazione per capirne il funzionamento e la sua capacità di adattarsi a più tipologie di problematiche allocative.

2.3.2 Ottimizzazione Multi-criteriale

Definiamo, secondo un approccio multi-criteriale le funzioni che dovranno essere massimizzate o minimizzate (Spronk et al., 1997):

$$\max / \min \{f_1(x) = z_1\};$$

$$\max / \min \{f_2(x) = z_2\};$$

⋮

$$\max/\min\{f_k(\mathbf{x}) = z_k\}$$

Dove abbiamo k obiettivi. Consideriamo inoltre $S \subset \mathbb{R}^n$ spazio delle decisioni, mentre $Z \subset \mathbb{R}^k$ verrà definito come spazio dei criteri. Viene inoltre definito il vettore \mathbf{z} , tale che $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^k$. A questo punto dobbiamo quindi definire:

$$J^+ = (i | f_i(\mathbf{x}) \text{ siano massimizzate});$$

$$J^- = (j | f_j(\mathbf{x}) \text{ siano minimizzate});$$

e stabiliamo che:

- $\bar{\mathbf{z}} \in Z$ è non dominato se e solo se non esiste un altro $\mathbf{z} \in Z$ tale che $z_i \geq \bar{z}_i$ per ogni $i \in J^+$ e che non esista nessun $\mathbf{z} \in Z$ tale che $z_j \leq \bar{z}_j$ per ogni $j \in J^-$. Inoltre deve sussistere che $z_i > \bar{z}_i$ oppure $z_j < \bar{z}_j$ per almeno uno dei i o j che appartengono rispettivamente a J^+ e J^- . In caso contrario $\bar{\mathbf{z}} \in Z$ è da considerarsi dominato.
- $\bar{\mathbf{x}} \in S$ è definito efficiente se e solo se la sua immagine è tale per cui $\bar{\mathbf{z}} = (f_1(\bar{\mathbf{x}}), \dots, f_k(\bar{\mathbf{x}}))$, con $\bar{\mathbf{z}}$ non dominato.

$\bar{\mathbf{z}} \in Z$ è detto vettore dei criteri se e solo se $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^k$ è tale per cui esiste un vettore $\mathbf{x} \in S$ tale che $\mathbf{z} = (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x}))$.

Il prossimo passo è la definizione di una funzione di utilità U definita nel seguente modo, $U: \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$.

La soluzione ottima sarà quindi un qualsiasi vettore $\mathbf{z}^0 \in Z$ che massimizza il valore di U . Questo vettore si definirà vettore ottimo dei criteri e la sua immagine $\mathbf{x}^0 \in S$ è tale che $(f_1(\mathbf{x}^0), \dots, f_k(\mathbf{x}^0)) = \mathbf{z}^0$. Essendo un problema di

ottimizzazione il decisore sarà interessato in soluzioni efficienti e non dominate e tali soluzioni devono essere cercate non nello spazio Z ma in uno più piccolo, definito N , composto solamente da punti non dominati e chiamato appunto spazio dei punti non dominati.

Tuttavia un problema sorge in questo tipo di approcci. Infatti con obiettivi $k > 2$ risulterà difficile ricercare una soluzione ottima proprio per l'impossibilità di ottimizzare tutti gli obiettivi a volte opposti tra loro. E' per questo che le soluzioni, con l'approccio MCDA, si ricercheranno non sulla frontiera della funzione di utilità, la quale rappresenta le soluzioni ottime al problema, ma quelle appena sotto, ritenute comunque soddisfacenti dallo stesso DM secondo i criteri scelti.

Il primo modello che utilizza queste definizioni e intuizioni è il modello di portafoglio di Markowitz, il quale appunto viene considerato il primo metodo che introduce l'ottimizzazione multi-criteriale per il supporto alle scelte finanziarie. Il modello prevede la massimizzazione del rendimento del portafoglio e la contemporanea minimizzazione della sua varianza, che ne rappresenta la rischiosità, come spiegano Ehrgott et al. (2002). Le due funzioni da ottimizzare sono quindi:

$$\text{Max} \sum_{i=1}^M \mu_i x_i$$

$$\text{Min} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sigma_{ij} x_i x_j$$

$$\sum_{i=1}^M x_i = 1$$

Dove M rappresenta gli asset disponibili; x_i è la porzione investita nell' i -esimo asset, dove $i \in \{1, \dots, M\}$; μ_i è il rendimento atteso dell'asset i ; infine σ_{ij} è la covarianza dei due asset i e j .

Se definiamo :

$$\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_M]^T;$$

$$\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_{ij})_{i=1, \dots, M; j=1, \dots, M}$$

Rispettivamente il vettore matrice di varianza e covarianza per gli asset considerati.

In questo modo possiamo riscrivere la parte relativa alla minimizzazione della varianza come:

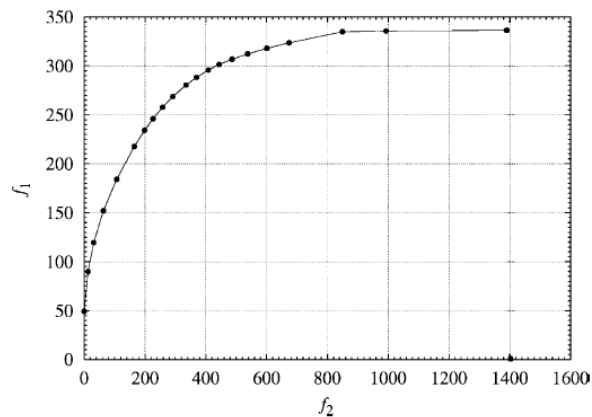
$$\max \mathbf{x}^T \boldsymbol{\sigma} \mathbf{x} = \min(-\mathbf{x}^T \boldsymbol{\sigma} \mathbf{x})$$

E quindi presentare l'ottimizzazione proposta da Markowitz che prevede di ricercare nello spazio M un portafoglio efficiente:

$$\text{Min } \mathbf{x}^T \boldsymbol{\sigma} \mathbf{x} - \lambda \boldsymbol{\mu} \mathbf{x}$$

Le soluzioni trovano nella frontiera. In Figura 1 è presentato un esempio di frontiera efficiente (Ehrgott et al., 2002):

Figura 1 Frontiera efficiente



Fonte: Ehrgott et al., 2002

Dove f_1 rappresenta il rendimento mentre f_2 la varianza per 40 titoli presi ad esempio. La frontiera in Figura 1 rappresenta i portafogli non dominati, cioè ottimi, che risolvono il problema media varianza.

Da questo semplice modello sono poi state formulate diverse varianti. Sono state aggiunte per esempio restrizioni per i pesi di modo da evitare un'illimitata vendita allo scoperto, pratica generalmente non ammessa nei mercati. In questo caso la condizione da porre è la seguente:

$$\sum_{i=1}^M x_i = 1$$

$l_i < x_i < \mu_i$ per ogni i

Dove i due parametri l_i e μ_i vengono stabiliti dai regolamenti in materia.

Le figure 2 e 3 rappresentano i casi in cui rispettivamente sia permessa o meno la vendita allo scoperto senza alcun limite:

Figura 2 Frontiera efficiente senza vendita allo scoperto

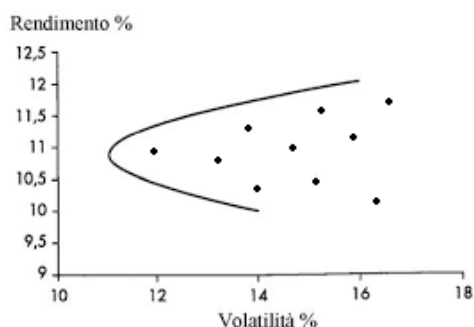
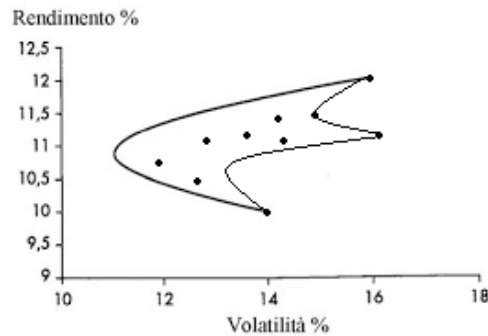


Figura 3 Frontiera efficiente con vendita allo scoperto



Il modello senza vincoli sulla vendita allo scoperto permette di ottenere una soluzione in forma chiusa e questo è spesso considerato come primo approccio al problema. La frontiera efficiente è rappresentata dalla parte superiore di ciascun foglio mentre i punti nella parte inferiore sono dominati.

Alcuni sviluppi successivi di questo modello sono andati nella direzione della metodologia MCDA, introducendo ulteriori criteri, scelti dal decisore, per la risoluzione del proprio problema di allocazione. Questi di seguito sono alcuni esempi:

- $\max (f_3(x)) = \text{dividendi}$);
- $\min(f_4(x) = \text{vendita allo scoperto})$;
- $\max / \min (f_5(x) = (\text{numero di titoli in portafoglio}))$.

L'aggiunta di questi criteri complica notevolmente la risoluzione del problema e la ricerca di soluzioni ottime. I motivi sono molteplici anche se tuttavia si può imputare tale atteggiamento sia all'incapacità di ottenere tutte le informazioni necessarie per la ricerca di soluzioni ottime sia perché a concorrere nella formazione delle scelte d'investimento entrano molti fattori in campo, taluni anche soggettivi e opposti tra loro, che vengono ritenuti importanti quanto il rendimento e il rischio nella scelta da compiere.

2.4 Le metodologie più utilizzate

L'ottimizzazione di portafoglio è solamente uno dei campi in cui un approccio multi-criteriale può essere utilizzato in materia finanziaria. Problemi come credit management, gestione di portafoglio, valutazione di performance d'impresa hanno una molteplicità di aspetti da analizzare con molti criteri da poter inserire per affrontare il problema. Di seguito sono presentate le metodologie di calcolo più utilizzate in ambito finanziario classificate per tipologie di problematica affrontata. Volutamente non verrà spiegata in modo particolareggiato ogni metodologia perché questo non è il fine di tale scritto. Per ogni metodologia tuttavia verranno proposti dei riferimenti bibliografici per eventuali approfondimenti.

2.4.1 Credit management

Il primo campo preso in considerazione è quello relativo all'analisi dei creditori/debitori per studiarne il rischio di credito oppure il rischio di fallimento. Il principio da applicare è lo stesso sia che si guardi dal lato delle imprese o dei singoli individui in quanto si vuole in entrambi casi studiare la capacità dei debitori di adempiere alle proprie obbligazioni. L'approccio del MCDA prende in considerazione, oltre al semplice rischio di credito anche altri fattori che concorrono anch'essi alla formazione delle scelte future del DM: costi opportunità, esclusione dal portafoglio di clienti importanti, sono solo alcuni fattori aggiuntivi che il decisore può inserire al fine di effettuare la scelta più adeguata, secondo Dumpos e Zopounidis (2002). In generale, l'obiettivo che si ha in questo tipo di problematica è la classificazione di tutto il bacino clienti in gruppi omogenei secondo il loro rischio di credito. Di seguito i metodi più utilizzati per i problemi di credit management:

- Analytic Hierarchy Processes (AHP/ANP);
- ELECTREE;
- Utility Additives (UTA)

2.4.1.1 Analytic Hierarchy Processes / Analytic Network Processes (AHP/ANP)

I modelli della famiglia AHP e ANP fanno parte delle metodologie multi-criteriali descrittive più utilizzate nei problemi di confronto tra le alternative e loro successiva classificazione. Il punto di partenza è l'impossibilità di dare un giudizio obiettivo senza una scala fondamentale con cui poter misurare diverse alternative. I modelli AHP utilizzando quindi una scala fondamentale di valori, confronta due alternative tra loro, raggiungendo alla fine ad una gerarchia. I giudizi si basano su quattro assiomi, definiti da Saaty (1996): i) giudizi reciproci, ii) elementi omogenei, iii) struttura gerarchica, iiiii) ordine di punteggio. Tali assiomi servono a tradurre dati e fattori che rappresentano i diversi aspetti del problema in una scala unidimensionale, rappresentata da una gamma di valori che concorre a dare una diversa priorità ai diversi fattori considerati nel problema.

Questa metodologia dà quindi la possibilità in base a priorità stabilite dal decisore di classificare i diversi debitori e valutare scelte di concessione di credito. Per quanto riguarda il rischio di credito questi metodi possono essere utilizzati non solo per la concessione o meno del credito ma anche per le decisioni relative alla sua stessa gestione in fasi successive a quelle dello studio dei debitori/creditori. Per un approfondimento si può fare riferimento al lavoro *The Analytic Hierarchy and Analytic Network Processes For the Measurement Of Intangible Criteria and for Decision Making* di Thomas L. Saaty (1996).

2.4.1.2 ELECTREE

Un secondo metodo utilizzato in questo campo impiega una metodologia di calcolo basata sul metodo ELECTRE, Elimination Et Choix Traduisant la Réalité (Eliminazione e Scelta che esprimono la Realtà). Il metodo ELECTREE e le sue successive implementazioni, quali ELECTREE 1 e ELECTREE 2, ha come

scopo la classificazione di alternative secondo criteri prestabiliti dal DM dove viene però riconosciuto un certo livello di eterogeneità tra le alternative che quindi rende difficile il confronto con criteri omogenei, specialmente per la natura dei criteri che si vanno a confrontare (Mousseau and Roy, 1985). La peculiarità quindi consiste nella formulazione di funzioni di preferenza di modo che sia possibile stabilire un confronto anche tra alternative diverse ed una gerarchia tra loro. Successivamente è necessario introdurre i criteri in accordo con il decisore per definire la “forza” delle diverse alternative. Si rinvia al lavoro *ELECTREE Methods* di Vincent Mousseau e Bernard Roy (1985) che per primi utilizzarono questo metodo multi-criteriale.

2.4.1.3 Utility Additives (UTA)

La famiglia dei modelli UTA, Utilities Additives, sono anch’essi molto utilizzati per problematiche relative al rischio di credito. Punto cruciale di tali metodi è la possibilità di compiere un’inferenza per una serie di alternative, classificate dal decisore, utilizzando metodologie di calcolo lineare. L’obiettivo è quello di confrontare le alternative con una classifica, sempre compiuta dal decisore, presa a riferimento per quel determinato problema. La fase successiva è quella di aggregazione compiuta tramite l’assegnazione di un valore all’interno di una funzione di utilità ad ogni alternativa i quali che verranno poi utilizzati dallo stesso DM per risolvere il proprio problema, ottenendo un ranking delle alternative secondo la loro utilità per il decisore. Come per i metodi ELECTRE anche qui nel corso degli anni il semplice modello UTA, in base al problema affrontato, è stato modificato per renderlo più efficace. Si rinvia per un approfondimento a: *UTA Methods* di Yannis Siskos (2002).

Vari sono quindi i metodi da usare in questo particolare campo e la possibilità di risolvere le problematiche con un approccio multi-criteriale è ampia. La scelta di un metodo rispetto ad un altro non è di certo facile e si dovrà

osservare soprattutto la tipologia di problema da risolvere al fine di scegliere il modello più conveniente.

2.4.2 Analisi della performance d'impresa

La possibilità di aggiungere diversi criteri nell'analisi da compiere ha reso l'approccio del MCDA molto utile per la risoluzione di problemi quali l'analisi di performance d'impresa, non solo attuata dall'esterno da parte di potenziali investitori o da altre imprese, ma anche dall'interno della stessa, con lo scopo di osservare la presenza di possibili problematiche per la crescita futura dell'impresa. E' chiaro come un approccio multi-criteriale si riveli utile in questo tipo di analisi in quanto riesce ad includere molti aspetti di un'impresa diversi dalla mera performance d'impresa, ma che concorrono alla sua valutazione di essa sul mercato: basti pensare all'inclusione di informazioni relative ai mercati esteri in cui un'impresa è presente o a informazioni sul clima economico in settori d'interesse per l'impresa, le quali possono certamente influenzare la performance.

Dei metodi già accennati che vengono utilizzati anche in questo campo ricordiamo i metodi ELECRTTE ed UTA. Inoltre si utilizzano anche i seguenti:

- Goal Programming;
- MACBETH;
- PROMETHEE.

2.4.2.1 Goal Programming

Il Goal Programming non utilizza una metodologia particolare di calcolo o di gerarchizzazione ma, prevedono l'ottimizzazione di più funzioni a seconda dell'indice di performance che si vuole prediligere. Questi metodi vengono utilizzati nell'analisi della performance d'impresa qualora caso si stabiliscono dei valori considerati ottimi per determinati indici. Con questa modalità verranno poi stabiliti i livelli di altri indici, centrali per l'analisi della performance d'impresa, ne sono un esempio il fatturato oppure il prezzo delle azioni

dell'azienda sul mercato finanziario, fornendo quindi al decisore diverse scelte e azioni da compiere per raggiungere i valori scelti e tradurli quindi nella performance reale dell'impresa.

2.4.2.2 MACBETH

La seconda possibilità in questo campo è l'utilizzo di metodologie che usano come base la formulazione di giudizi all'interno di una funzione di utilità da tradurre poi in scelte finali. Se nel campo del credit Management avevamo spiegato il metodo AHP/ANP ora ci focalizzeremo sul modello MACBETH, Measurement Attactiveness by a Categorical Based Evaluation Technique. Il metodo parte dall'idea che è impossibile assegnare un'utilità a diverse alternative tramite giudizi quantitativi per ognuno di esse. Il problema è infatti che un semplice giudizio numerico non ha senso se non all'interno di una scala di valori di riferimento. Dopo aver quindi stabilito tale scala di riferimento, le alternative verranno classificate e successivamente confrontate a due a due secondo sei proposizioni qualitative. Le proposizioni sono le seguenti e sono state proposte da Bana e Costa (2001): *“molto debole”*, *“debole”*, *“discreta”*, *“forte”*, *“molto forte”*. Questi giudizi devono poi essere tradotti all'interno della funzione di utilità in valori per offrire al decisore un risultato soddisfacente. Tale funzione può avere diverse forme e il decisore dovrà necessariamente sceglierla in base al problema trattato. La difficoltà, infatti, nell'utilizzo del metodo MACBETH è la possibilità di osservare giudizi non perfettamente chiari, rendendo quindi la fase di traduzioni di essi in valori numerici che ne rappresentano l'utilità a volte assai difficile. Per eventuali approfondimenti si rinvia a *On the Mathematical Foundation of Macbeth* di Bana e Costa (2001).

2.4.2.3 Metodo PROMETHEE

Altro metodo usato per l'analisi della performance d'impresa è il PROMETHEE, il quale ha il proprio punto di forza nella determinazione di un set di

alternative e di una loro valutazione tramite un insieme di criteri. Tali criteri potranno avere la stessa forza all'interno del problema oppure potranno essere pesati in maniera diversa a seconda delle considerazioni del decision maker. La base del modello è il confronto a coppie delle alternative secondo specifiche funzioni di preferenza e non secondo un'unica funzione globale di utilità, ritenuta poco efficace soprattutto quando il problema presenta molti criteri opposti tra loro. Le preferenze sono poi tradotti in valori reali, solitamente compresi tra 0 e 1. Il diverso andamento che possono avere queste funzioni è determinato dal DM in base al confronto che vuole ottenere. Una fase quindi del problema, quando si utilizzerà tale metodo è la definizione di ogni funzione di preferenza e dei corrispettivi parametri per definirne l'andamento.

In base al problema trattato sono stati proposti diverse metodologie di calcolo all'interno di questo modello, quali PROMETHEE I e II. L'utilizzo in questo campo si presta molto bene alla risoluzione di problemi che riguardano l'analisi di performance d'impresa perché consente di raggiungere uno specifico obiettivo utilizzando specifici criteri considerati i più importanti per la crescita futura dell'impresa. Inoltre, se l'analisi è condotta all'interno dell'impresa renderà possibile l'analisi della performance in base ai criteri scelti all'interno dell'impresa i quali potranno riguardare anche condizionamenti e comportamenti di concorrenti ed istituzioni presenti sul mercato, di modo da tener conto della complessità di rapporti socio-economici in cui un'impresa al giorno d'oggi è immersa.

2.4.3 Gestione di portafoglio

La gestione di portafoglio può essere vista come un problema da affrontare considerando più obiettivi da ottimizzare contemporaneamente, utilizzando quindi un approccio multi-criteriale.

Prendiamo quindi un investitore che si presenta sul mercato e vuole allocare delle risorse in diversi tipi di strumenti finanziari. Come prima cosa dovrà scegliere quali strumenti vorrà detenere all'interno del proprio portafoglio e

successivamente i diversi pesi con cui i diversi strumenti verranno inseriti. In modo semplicistico potremmo risolvere tale problema tentando di replicare il comportamento di altri investitori, tentando di compiere le stesse scelte. Oppure potremmo voler implementare una strategia che prevede di ottimizzare un obiettivo, quello del rendimento per esempio, di modo da ottenere un portafoglio con il massimo rendimento sul mercato. E' chiaro però fin da subito come tale strategia può avere delle controindicazioni, prima di tutte quelle del rischio che potrebbe superare un limite considerato ragionevole, rendendo quindi questo tipo di atteggiamento impraticabile. Si dovrà quindi forzatamente dover minimizzare la rischiosità del portafoglio, seguendo quindi un procedimento che ottimizza due grandezze opposte tra loro. Questa si può, in linea di massima, considerare la prima teoria moderna di portafoglio ideata da Markowitz, e rappresenta il primo approccio multicriteriale alla gestione di portafoglio. Tuttavia, per la diversità di fattori che concorrono alla formazione di una scelta di questo tipo come costi di transizione, informazioni su determinati titoli ed in generale il modo totalmente soggettivo di operare che ogni investitore ha in base alla propria esperienza acquisita sul mercato, ci si è accorti che le metodologie dell'ottimizzazione a più obiettivi descritte in precedenza consentono al decisore di operare nel mercato con maggiore efficacia e flessibilità. La possibilità infatti che l'investitore ha con gli approcci del MCDA è quella di poter inserire tutti i fattori che reputa pertinenti, ottenendo per ogni titolo il peso ottimale all'interno del proprio portafoglio in base ai criteri scelti.

Come per il rischio di credito e l'analisi di performance d'azienda già trattate prima non esiste tuttavia una metodologia migliore e si dovrà scegliere in base al problema trattato e alle preferenze del decision maker sul modello da utilizzare. I metodi più utilizzati sono i seguenti:

- PROMETHEE;
- ELECTRE;
- UTA;
- AHP/ANP

Tutti questi approcci sono già stati brevemente introdotti nei paragrafi precedenti.

A prescindere dallo specifico problema trattato non sempre questi approcci sono considerati soddisfacenti dagli agenti di mercato, altri tipi di approcci sono preferiti, i quali richiedono minori difficoltà per essere implementati.

2.5 I punti deboli del MCDA

Le metodologie MCDA, sebbene diano sicuramente al decisore la possibilità di utilizzare uno strumento di supporto alle scelte molto flessibile ed efficace, possiedono degli aspetti negativi che vale la pena conoscere prima di scegliere questo tipo di approccio per affrontare il problema. Le maggiori difficoltà si possono incontrare per quanto riguarda:

- Scelta del metodo;
- Raccolta di dati ed informazioni;
- Linguaggio di utilizzo.

2.5.1 Scelta del metodo

Molte volte per quanto riguarda questa prima difficoltà la soluzione migliore si trova osservando i metodi utilizzati per problemi simili oppure scegliendo di utilizzare metodi già usati in passato con i quali si ha più confidenza. Si dovrà comunque tenere in considerazione la tipologia di problema in quanto certe metodologie si applicano in maniera più adeguata ad alcune problematiche rispetto ad altre.

2.5.2 Raccolta di dati ed informazioni

Un secondo ostacolo è rappresentato dalla mancanza di dati ed informazioni necessarie per comprendere al meglio il problema. Inoltre, a tale ostacolo si può unire un'ulteriore carenza nella definizione dei criteri e delle preferenze, i quali sono cruciali per l'utilizzo di qualsivoglia metodo multi-criteriale. Nel caso tale ostacolo non sia superato è chiaro che il modello ne risentirà e presenterà delle lacune che ne mineranno la validità.

2.5.3 Linguaggio di utilizzo

Molto spesso i modelli MCDA presentano funzioni e linguaggi non sempre comprensibili dagli agenti "medi" di mercato. E' chiaro però che chi sceglie di utilizzare questo tipo di modello dovrà forzatamente padroneggiarne il funzionamento. Un aiuto in tal senso viene dato dall'utilizzo di software che rendono più veloce ed intuitivo il lavoro, qualora tuttavia se ne conosca il funzionamento.

Se il decisore riterrà comunque più opportuno non utilizzare queste metodologie multi-criteriali, potrà comunque arrivare ad una soluzione soddisfacente, non dimenticando però che con approcci descrittivi o mono-criteriali si compie una semplificazione del problema affrontato della quale è bene avere consapevolezza per poter valutare le soluzioni ottenute.

Capitolo 3: Il metodo PROMETHEE

Il metodo PROMETHEE, Preference Organisation Ranking Method, è un approccio del MCDA di notevole importanza. Tale metodologia fa parte dei cosiddetti outranking methods, basati sul confronto delle diverse alternative per ogni criterio tramite delle funzioni di preferenza definite dal decisore. I campi di applicazione possono essere molteplici, tra cui è bene ricordare la finanza, l'ambiente e la logistica. Passiamo subito alla definizione del metodo.

3.1 Definizione del metodo PROMETHEE

Il punto di partenza è la determinazione delle alternative possibili da analizzare. Definiamo quindi un set di alternative che appartengono ad uno spazio denominato K .

Il decisore, secondo un approccio multi-criteriale deve massimizzare e/o minimizzare secondo dei criteri stabiliti le varie alternative tramite l'ottimizzazione degli obiettivi che reputa i più importanti per la risoluzione del problema. Si può rappresentare tale fase in questo modo:

$$Max: \{f_1(a), f_2(a), \dots, f_h(a)\}$$

Dove a rappresenta una qualsiasi alternativa che appartiene ad uno spazio chiamato K . Inoltre, la generica funzione $f_j(a)$, con $j= 1, 2, \dots, h$ rappresenta la "valutazione" secondo il criterio j dell'alternativa a . La generica funzione $f_j(a)$ rappresenta la performance dell'alternativa per il criterio considerato. Nel caso in cui in un problema con un unico obiettivo da ottimizzare, una soluzione è definita ottima se:

$$f(s) \geq f(a) \forall a \in K \text{ (nel caso della massimizzazione);}$$

oppure $f(s) \leq f(a) \forall a \in K$ (nel caso della massimizzazione).

Quindi s è ottima se rende massimo (minimo) il valore della funzione di valutazione. Nel caso di più criteri vi sono più funzioni di valutazione e per estendere la definizione di ottimalità dobbiamo richiedere che:

$$f_j(s) \geq f_j(a) \forall a \in K \text{ e } \forall h \text{ (massimizzazione);}$$

$$f_j(s) \leq f_j(a) \forall a \in K \text{ e } \forall h \text{ (minimizzazione).}$$

Chiaramente non sempre possiamo attenderci di riuscire a trovare un'alternativa che permette di ottimizzare tutti i criteri introdotti, da qui la necessità di questo sia chiaramente un aspetto negativo, possiamo considerare anche soluzioni sub-ottimali.

Sebbene questo sia chiaramente un aspetto negativo, possiamo considerare tale aspetto come uno dei lati più interessanti di questo tipo di metodologie in quanto rendono i problemi analizzati più realistici e vicini allo specifico quesito che il DM deve risolvere.

Per comprendere come viene effettuato il confronto tra due alternative definiamo l'alternativa a e b . Inoltre, per h criteri definiamo le corrispettive funzioni f_1, f_2, \dots, f_h . Osserviamo che, se $f_h(a) > f_h(b)$ allora per almeno uno dei criteri l'alternativa a è preferita a quella b , ed in particolare diremo che a domina b per il criterio.

Confrontando tutte le alternative per ogni criterio si otterrà una gerarchia tra le alternative che appartengono allo spazio K di partenza.

Tale ordine, chiamato ordine di dominanza, può essere rappresentato in un grafico, chiamato grafico di dominanza, che identifica in maniera visiva la gerarchia appena trovata.

Il metodo PROMETHEE, facendo parte della famiglia degli outranking methods ha come punto focale la definizione delle relazioni secondo cui verranno compiuti i confronti tra alternative e la loro successiva traduzione in

valori economicamente utili per far giungere ad una soluzione soddisfacente il DM.

Per questa fase il metodo PROMETHEE stabilisce che i confronti vengano compiuti tramite funzioni di preferenza con un preciso significato economico e con massimo 2 parametri da determinare da parte del decisore. Tali funzioni rappresentano nient'altro che l'intensità di preferenza tra due alternative diverse, concetto facilmente comprensibile da qualunque decisore, rendendo quindi di facile intuizione il modello stesso.

Come possiamo quindi definire l'intensità di preferenza?

Si prendano le precedenti due alternative a e b e si definiscano tali relazioni:

- $a P b$ se e solo se $f(a) > f(b)$
- $a I b$ se e solo se $f(a) = f(b)$

dove f rappresenta una particolare funzione di preferenza per un qualsiasi criterio. Un'alternativa è considerata preferita ad un'altra quando la differenza delle due alternative per la funzione considerata sia abbastanza grande, cioè matematicamente: $f(b) - f(a) > \alpha$ dove α è un parametro arbitrario. Tale struttura è fatta di modo da evitare una cosiddetta "zona grigia" in cui sia molto difficile operare dei confronti. Altre metodologie presentano l'inserimento di quasi-criteri o semi-criteri, i quali sebbene permettano di stabilire sempre una preferenza tra le alternative, molto spesso sono di difficile implementazione e i valori ad essi associati non hanno alcun significato economico, risultando difficilmente comprensibili alla maggioranza dei DMs. Queste metodologie possono essere inserite nel modello PROMETHEE qualora per determinati criteri sia considerato conveniente dal DM. Per modellare in maniera appropriata ogni tipo di problema si dovranno in prima istanza ricercare informazioni sia su ogni singolo criterio e successivamente si dovranno ottenere informazioni all'interno di ogni singolo criterio affinché il confronto tra le diverse alternative sia possibile.

Solitamente si sceglie di ricercare le informazioni nei singoli criteri che devono essere definiti e tradotti in funzioni matematiche, e successivamente essere confrontati per stabilire l'importanza di un criterio rispetto ad un altro. L'importanza di ogni singolo criterio verrà infatti data dal peso assegnato rispetto ai pesi attribuiti agli altri criteri. Tali pesi vengono stabiliti dal decisore anche se nulla vieta di utilizzare pesi prestabiliti da problemi simili già affrontati oppure stabiliti da software e programmi di calcolo appositi, qualora il decisore non abbia piena padronanza degli strumenti a disposizione.

Le caratteristiche di tali pesi possono essere riassunte come segue:

- sono numeri non negativi;
- la loro grandezza è indipendente dall'unità di misura del criterio a cui sono associato;
- la somma dei pesi è uguale a 1. Matematicamente: $\sum_{j=1}^k w_j = 1$

L'assegnazione dei pesi ai criteri è sicuramente un passo fondamentale in quanto stabilisce le priorità che il DM vuole assegnare all'interno del problema, ecco perché i software di calcolo consentono sia la scelta arbitraria dei pesi, dando quindi piena libertà al decisore, sia suggeriscono dei valori considerati più consoni al tipo di problema analizzato.

3.2 Definizione delle tipologie di funzione di preferenza

La raccolta di informazioni per definire in che modo verranno confrontate le diverse alternative è una delle fasi più importanti del modello PROMETHEE. Questa analisi non assegna come per altre metodologie un'utilità ad ogni alternativa ma parte dal confronto tra due alternative distinte per lo stesso criterio: qualora, secondo la funzione di preferenza stabilita, la differenza tra le due alternative sia non trascurabile (e tale livello di tolleranza deve essere

scelto dal decisore), il DM decreterà quale delle due alternative sia strettamente preferita.

Ogni criterio ha quindi una propria funzione di preferenza, i cui valori sono compresi tra 0 e 1 e i cui eventuali parametri, al massimo due, dovranno essere scelti dal decisore in base al problema e alle proprie conoscenze. Come per la definizione dei pesi per ogni criterio anche in questa fase il DM deve essere una componente attiva nella definizione dei parametri e della stessa funzione di preferenza per ogni singolo criterio per definire nel miglior dei modi il modello che si utilizzerà per risolvere il proprio problema.

Definiamo quindi una generica funzione di preferenza, $f(*)$, per un generico criterio g . i valori assunti da tale funzione saranno:

$$P(a,b)= \begin{cases} 0 & \text{se } f(a) \leq f(b) \\ p[f(a), f(b)] & \text{se } f(a) > f(b) \end{cases}$$

Dove $p[f(a), f(b)]$ rappresenta la differenza dei valori assunti dalle due alternative per il particolare criterio, e quindi si può definire come $p[f(a), f(b)] = p[f(a) - f(b)]$.

Si possono riassumere sei tipologie di funzioni di preferenza, le quali racchiudono solitamente la maggior parte della casistica utilizzata nel modello PROMETHEE. Per comodità, $f(a) - f(b)$ verrà definita in questo modo:

$$f(a) - f(b) = x$$

Definiamo quindi le sei tipologie di funzioni di preferenza secondo lo schema proposto da Brans e Vincke (1985).

Ricordiamo inoltre che, nei grafici che si presenteranno, possiamo vedere i valori negativi come i valori per cui l'alternativa b viene preferita a quella a .

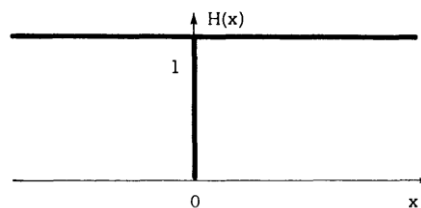
1) **Usual Criterion.** Il primo caso prevede questo andamento:

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0 \\ 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

E prevede una zona di indifferenza solamente quando $f(a) = f(b)$ e al di fuori di questi valori il DM avrà una preferenza per una delle due alternative. In questo caso il DM non dovrà in nessun caso scegliere alcun parametro in quanto la zona d'indifferenza viene già stabilita.

Il grafico che descriverà la funzione è quello presentato in Figura 4:

Figura 4: Funzione di preferenza usual criterion



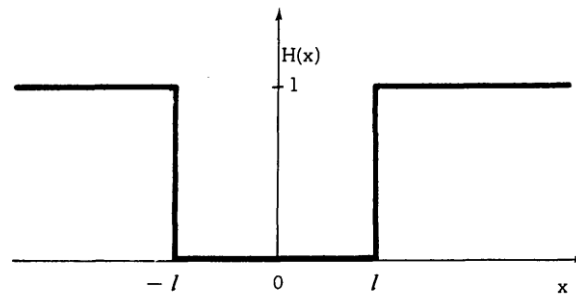
Fonte: Brans et al.(1985)

2) **Quasi-criterion:** in questo caso la funzione di preferenza ha un'area di indifferenza definita dal parametro l . Qualora i valori della funzione dovessero ricadere all'interno dell'intervallo $[-l; l]$ il decisore trova le due alternative indifferenti. In caso contrario, cioè per valori al di fuori di tale intervallo, una delle alternative è strettamente preferita. In questi casi il DM dovrà determinare il valore del parametro l per poter utilizzare questo tipo di funzione. La funzione è la seguente:

$$p(x) \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq -l \\ 1 & \text{se } x \geq l \end{cases}$$

E graficamente è rappresentata in Figura 5:

Figura 5: Funzione di preferenza Quasi-criterion



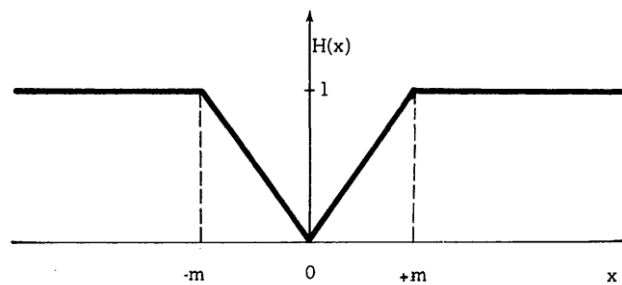
Fonte: Brans et al.(1985)

3) **Criterion with linear preference:** La funzione di preferenza si presenta in questo modo:

$$p(x) \begin{cases} \frac{x}{m} & \text{se } x \leq m \\ 1 & \text{se } x \geq m \end{cases}$$

Il decision maker in questo caso applica questa tipologia qualora la preferenza per una determinata alternativa aumenti in maniera progressiva. La forza di questa progressione è data dal parametro m . Quando $f(a) - f(b) = x$ allora si avrà che $p(x)$ equivale ad 1 e il DM ha quindi una preferenza per un'alternativa rispetto ad un'altra. Il parametro da definire è m il quale definisce la velocità con cui la zona di indifferenza sale verso il valore 1. Figura 6 ne rappresenta il grafico:

Figura 6: Funzione di preferenza Criterion with linear preference



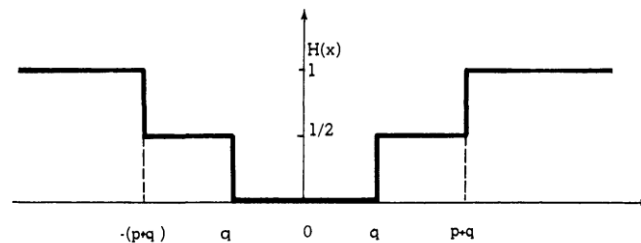
Fonte: Brans et al.(1985)

- 4) **Level criterion:** questo tipo di scelta implica oltre alla definizione di preferenza forte quella di preferenza debole, molto simile al concetto di quasi-criterio applicato per esempio nel metodo ELECTREE. In questo caso infatti la preferenza procede a livelli. L'andamento è il seguente:

$$p(x) \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq q \\ \frac{1}{2} & \text{se } q \leq x \leq q + p \\ 1 & \text{se } x \geq q + p \end{cases}$$

In questo caso la zona d'indifferenza si ha quando x non supera il parametro q e la zona di preferenza forte per valori di $x \geq p + q$. La zona di preferenza debole, cioè con valore di $p(x) = \frac{1}{2}$, è quella compresa nell'intervallo $[q; q + p]$. I parametri da determinare sono due, p e q , i quali determinano la grandezza delle tre zone identificate in precedenza. Graficamente in Figura 7 ne è descritto l'andamento:

Figura 7: Funzione di preferenza level criterion



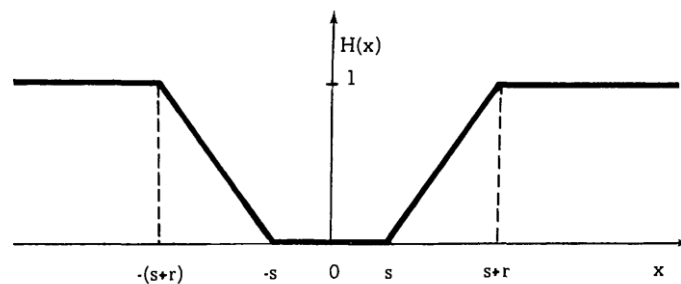
Fonte: Brans et al.(1985)

- 5) **Criterion with linear preference and indifference area:** il criterio che segue questo andamento presenta una zona d'indifferenza quando x non supera il valore s ; in seguito per valori compresi nell'intervallo $[s; s + p]$ la preferenza cresce in modo lineare secondo il parametro p . Infine, oltre il valore $s + p$, la preferenza è forte. In questo caso i parametri da stabilire saranno s ed r . $p(x)$ assumerà questi valori quindi:

$$p(x) \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq s \\ \frac{x-s}{p} & \text{se } s \leq x \leq s+p \\ 1 & \text{se } x \geq s+p \end{cases}$$

Graficamente in Figura 8 ne è rappresentato l'andamento:

Figura 8: Funzione di preferenza criterion with linear and indifference area



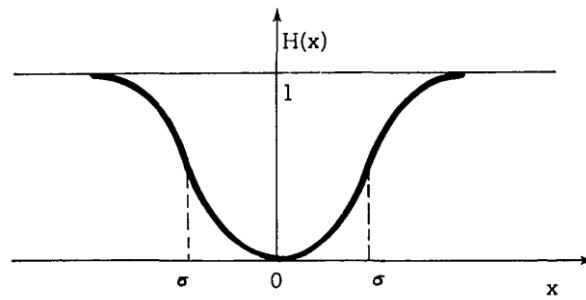
Fonte: Brans et al.(1985)

- 6) **Gaussian criterion:** In questo caso l'andamento della funzione è quello di una funzione gaussiana, riprendendo la nota funzione statistica.

$$p(x) \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0 \\ 1 - e^{-x^2/2\sigma^2} & \end{cases}$$

L'unico parametro da determinare è σ il quale può anche essere scelto tramite vari studi che hanno utilizzato la funzione per diverse tematiche, applicando quindi il valore più appropriato. Graficamente viene rappresentato in Figura 9:

Figura 9: Funzione di preferenza gaussian criterion



Fonte: Brans et al.(1985)

Le sei tipologie qui presentate ricoprono la gran parte dei casi che è possibile ritrovare quando si vuole utilizzare il metodo PROMETHEE, anche se nulla vieta al decisore, qualora lo ritenga più appropriato, di inserire funzioni più complesse per lo studio dei singoli criteri, ben sapendo che dovrà determinare in modo arbitrario i parametri necessari affinché tali funzioni possano essere utilizzate.

3.3 Il confronto tra le alternative

Dopo aver scelto tra le sei tipologie di funzioni e averle utilizzate per il confronto tra le alternative, si riuscirà quindi a stabilire una classifica. Il passo successivo è la definizione di un indice di preferenza. Tale indice è definito come segue:

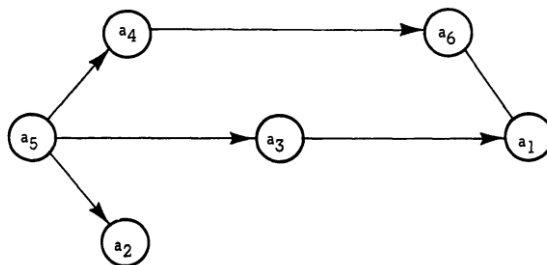
$$\pi(a, b) = 1/k \sum_{h=1}^k P_h(a, b)$$

ed indica quanto l'alternativa a è preferita rispetto a b rispetto a tutti gli h criteri. Nel caso in cui i diversi criteri abbiano pesi diversi nella decisione finale, il decision maker dovrà includere tali pesi nel calcolo dell'indice di preferenza, che verrà quindi definito così:

$$\pi(a, b) = 1/k \sum_{h=1}^k P_h(a, b)w_h$$

Molto utile, a volte, sia per gli analisti sia soprattutto per il decisore è la traduzione di tali indici in termini grafici. In questo modo si possono ottenere ulteriori informazioni sulla struttura del problema e sulla classificazione delle alternative secondo le condizioni fatte all'inizio. Questo grafico definisce in maniera diretta le relazioni esistenti tra le diverse alternative considerando i criteri scelti dal decision maker. Il grafico ottenuto non da, tuttavia, alcuna informazione aggiuntiva circa l'utilità delle diverse alternative ma ne delinea solamente "l'ordine" di preferenza, in quanto come detto in principio tale metodologia non prevede, vista la difficoltà a definirne poi il valore economico, la traduzione in termini di utilità dei valori assegnati alle alternative considerate. L'assenza delle cosiddette zone grigie di preferenza debole all'interno della modellazione dei criteri viene tradotta nel grafico semplicemente ricordando che gli archi che collegano le diverse alternative non hanno alcun significato se non quello di determinarne la classificazione. Si ricorda infatti che se a domina b allora $\pi(b, a) = 0$ ma, al contrario, $\pi(a, b)$ non deve assumere un particolare valore affinché ne venga stabilita la preferenza in quanto il metodo PROMETHEE non ammette, a meno che sia il decisore a sceglierlo, il concetto di preferenza debole. Esempi di questi grafici, denominati valued outranking graph, sono presentati di seguito (Brands e Vincke, 1985) nella Figura 10 e nella Figura 11:

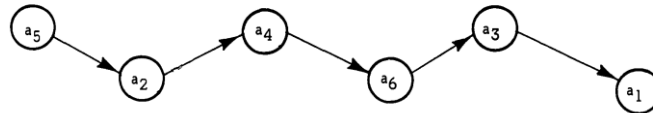
Figura 10: Esempio di value outranking graph



Fonte: Brans et al. (1985)

Il metodo utilizzato in Figura 10 non permette una classificazione completa come si può ben vedere in quanto per qualcuno dei criteri scelti le alternative presentavano delle caratteristiche che le rendevano incomparabili. Questo metodo prende il nome di PROMETHEE I e verrà spiegato in seguito.

Figura 11: Esempio di value outranking graph



Fonte: Brans et al. (1985)

In Figura 11 invece la classificazione è completa e le diverse alternative sono state poste nel grafico in un ordine che va solitamente dall'alternativa più forte a quella più debole. Tale metodo, il PROMETHEE II, sebbene offra appunto una completa classificazione delle alternative non tiene conto di possibili fattori di incomparabilità.

Stabilita dunque la preferenza per le alternative riguardo ad uno specifico criterio, il decisore dovrà operare allo stesso modo per i restanti criteri scelti. Terminata questa fase disporrà per tutti i criteri di una classifica delle diverse alternative, necessarie a definire i cosiddetti *outranking flows*, unità fondamentali per la metodologia PROMETHEE. Si segua questo esempio per una migliore comprensione del concetto: si prenda l'alternativa a . Per tale alternativa è lecito pensare che alcune alternative siano dominate da a , ma allo stesso tempo che alcune le siano preferite. Com'è quindi possibile osservare quando l'alternativa a è preferita o meno rispetto alle altre? Dobbiamo appunto definire gli *outranking flows*:

$$\phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in K} \pi(a, x)$$

$$\phi^{-}(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in K} \pi(x, a)$$

Dove ϕ^{+} è l'outranking flow positivo e ϕ^{-} quello negativo. Inoltre $(n-1)$ rappresenta le alternative con cui si è confrontata a , K è lo spazio dove sono definite tutte le alternative, x rappresenta la deviazione della specifica funzione di preferenza f per a rispetto alla stessa funzione di preferenza per le altre alternative. $\phi^{+}(a)$ quindi rappresenta quanto l'alternativa a domina tutte le altre, mentre all'opposto $\phi^{-}(a)$ quanto le altre alternative dominano a . Riassumendo quindi quanto più è grande $\phi^{+}(a)$ (piccola $\phi^{-}(a)$), tanto più l'alternativa a è "forte", e viceversa quando $\phi^{+}(a)$ assume valori piccoli e contemporaneamente $\phi^{-}(a)$ assume valori grandi, l'alternativa a è "debole" rispetto alle altre. Definiti questi due flussi diventa molto semplice compiere i confronti tra alternative e successivamente stabilirne l'ordine, a seconda della variante PROMETHEE scelta. Vediamo quindi il funzionamento delle diverse varianti del metodo PROMETHEE.

- **PROMETHEE I.** Il metodo PROMETHEE I è una metodologia che se da un lato offre un confronto non completo tra le alternative, dall'altro consente di evitare confronti erronei in quanto non dà la possibilità di svolgere comparazioni tra alternative considerate inconfrontabili per un qualsiasi fattore. E' possibile infatti che per alcune caratteristiche dei dati o dei criteri scelti alcune tra le alternative considerate non possano essere confrontabili: basti pensare, per esempio, ad un confronto fatto, per un qualsivoglia criterio, tra un'azienda di 10 dipendenti che ha un costo di 10000 Euro ed un'altra di 1000 dipendenti che però costa 1 milione di Euro. E' chiaro qui che il decisore non può scegliere tra le due alternative quale sia la migliore in quanto le dimensioni sono troppo differenti per svolgere un qualsiasi confronto.

Il metodo PROMETHEE I è quindi una metodologia che prima di operare una classificazione tra le diverse azioni ne studia prima la confrontabilità in modo da evitare eventuali confronti che non avrebbero alcun significato per il problema da risolvere. Vediamo quindi il suo funzionamento.

Definiamo P , I ed R stanno ad indicare rispettivamente Preferenza, Indifferenza ed Incomparabilità; $\phi^+(a)$, $\phi^-(a)$, $\phi^+(b)$ e $\phi^-(b)$ sono gli *outranking flows* rispettivamente delle alternative a e b . Con questo schema è possibile quindi confrontare, ove possibile, le alternative e stabilirne l'ordine *parziale* di preferenza tramite gli indici e i relativi *outranking flows* come segue:

$$\left\{ \begin{array}{l} a P b \text{ se } \left\{ \begin{array}{l} \phi^+(a) > \phi^+(b) \text{ ed inoltre } \phi^-(a) < \phi^-(b) \\ \phi^+(a) = \phi^+(b) \text{ ed inoltre } \phi^-(a) < \phi^-(b) \\ \phi^+(a) > \phi^+(b) \text{ ed inoltre } \phi^-(a) = \phi^-(b) \end{array} \right. \\ a I b \text{ se } \left\{ \begin{array}{l} \phi^+(a) = \phi^+(b) \text{ ed inoltre } \phi^-(a) = \phi^-(b) \\ \phi^+(a) > \phi^+(b) \text{ ed inoltre } \phi^-(a) > \phi^-(b) \\ \phi^+(a) < \phi^+(b) \text{ ed inoltre } \phi^-(a) < \phi^-(b) \end{array} \right. \\ a R b \text{ se } \left\{ \begin{array}{l} \phi^+(a) > \phi^+(b) \text{ ed inoltre } \phi^-(a) > \phi^-(b) \\ \phi^+(a) < \phi^+(b) \text{ ed inoltre } \phi^-(a) < \phi^-(b) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Lo stesso DM tuttavia può richiedere, si voglia per un personale motivo o per la natura del problema, una gerarchia completa tra le alternative del problema nonostante alcune di esse possano risultare incomparabili. In questo caso il metodo che si dovrà utilizzare è il PROMETHEE II dove, per la perdita di "chiarezza" data dal confronto di alternative non sempre comparabili, si ottiene al contempo una gerarchizzazione completa delle azioni in K , che in determinate situazioni il DM può considerare più efficace per la risoluzione del proprio problema.

- **PROMETHEE II.** In questo caso la fase di classificazione è più veloce visto che le alternative verranno confrontate osservando, per così dire, il loro "saldo" relativo agli *outranking flows*, ϕ^+ e ϕ^- , definito come:

$$\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a)$$

In questo caso, quando verranno confrontate le diverse alternative, lo schema di classificazione sarà il seguente:

- $a P b$ se $\phi(a) > \phi(b)$
- $a I b$ se $\phi(a) = \phi(b)$

Sebbene sia possibile quindi stabilire una classificazione completa delle alternative, il metodo PROMETHEE II si presenta come meno realistico e povero di informazioni visto che elimina ogni possibile fattore di incomparabilità tra le diverse alternative, fattori invece mantenuti nella variante spiegata prima del PROMETHEE I.

PROMETHEE I e II sono le metodologie più utilizzate di tale modello multicriteriale anche se tuttavia, nel corso degli anni, sono state formulate altre varianti di questo approccio. Ne sono un esempio il metodo PROMETHEE IV e il metodo GAIA che utilizza PROMETHEE per definire su di un piano, definito appunto piano GAIA, i diversi criteri e funzioni di preferenza per risolvere dal punto di vista grafico problematiche relative al MCDA. Altra variante degna di nota è definita come PROMETHEE V nelle quali il problema è considerato imponendo, in una fase successiva di analisi delle limitazioni: modello molto utile qualora il DM debba forzatamente applicare dei vincoli al problema. Infine, il metodo PROMETHEE GDSS (Group Decisions Support System) è utilizzato quando la decisione deve essere presa non da un solo decisore ma da un gruppo e, quindi, devono essere considerate le diverse preferenze dei diversi decisori.

Per lo scopo di questo elaborato verranno di seguito presentate le applicazioni del metodo PROMETHEE nel campo finanziario, non dimenticando tuttavia che grazie alla sua semplicità di comprensione e alla relativa velocità con cui si riesce a modellare il problema tale metodologia multi-criteriale è utilizzata in molti altri campi al di fuori della finanza.

3.4 Applicazioni di PROMETHEE in campo finanziario

Abbiamo già visto come l'approccio del MCDA sia, per le problematiche finanziarie, molto utilizzato e certamente il metodo PROMETHEE è uno dei metodi più usati in questo campo.

Di seguito quindi verranno riportati non solo le tematiche finanziarie più frequentemente trattate ma verranno proposti dei riferimenti bibliografici di modo da osservare poi nella pratica come il modello PROMETHEE è utilizzato per la risoluzione appunto di problematiche finanziarie. Sinteticamente possiamo elencare i maggiori temi trattati in questo elenco:

- analisi di performance;
 - gestione di portafoglio;
 - selezione di progetti d'investimento;
 - classificazione di clienti, imprese, manager, creditori.
-
- **Analisi di performance.** Per quanto riguarda il campo dell'analisi della performance è chiaro come tutte le differenti varianti del modello siano da prendere in considerazione in quanto ognuna, con diverse modalità ha come obiettivo quello di stilare un *ranking* delle varie alternative. Esempi in questo senso sono per esempio Babic e Plazibat (1998) che hanno proposto un metodo per classificare determinate imprese in base a molteplici criteri che possono essere selezionati dai DMs in *Ranking of enterprises based on multicriterial analysis*. Kalogeras et al. (2005) hanno invece proposto un *ranking* di imprese utilizzando il metodo PROMETHEE nel campo agri-food, prendendo come criteri indici finanziari: il problema in questione è affrontato in *Ranking the financial performance of agri-food firms*.
-
- **Selezione di progetti d'investimento.** Molto interessante è l'utilizzo del metodo PROMETHEE in campo finanziario relativo alla scelta di investimenti atti a garantire una solida crescita futura alle aziende analizzate. In questo caso il problema risiede nel determinare la scelta corretta da compiere quando si vuole investire in una determinata azienda, imponendo condizioni e restrizioni in base alle proprie informazioni in possesso o all'esperienza acquisita sul campo. Brans (1985) spiega nella ricerca *Selecting and ranking projects* una modalità per scegliere determinati investimenti e progetti utilizzando

proprio il modello PROMETHEE, da lui stesso implementato, grazie all'imposizione di criteri e condizioni in base alle preferenze dei decisori. Stessa problematica è trattata da Halouani (2009), nel lavoro *To select Investment Projects* che, utilizzando la variante PROMETHEE GDSS, classifica e seleziona progetti di investimento aziendale secondo i diversi criteri stabiliti dagli stessi decision makers. Altri scritti i quali utilizzano le caratteristiche del metodo PROMETHEE unito anche ad altri metodi, non sempre appartenenti al MCDA, per classificare o risolvere problemi di selezione di investimenti sono per esempio: *The problem of the optimal choice of investments* di Vraneglj (1996), *Investment projects selection problem* di Nowak, scritto nel 2005 e infine, *Project evaluation by experts* di Mareschal (1986).

- **Gestione di portafoglio.** L'ultima parte è dedicata alla tematica che verrà poi analizzata più in profondità in questa ricerca cioè quella relativa al *portfolio management*, applicando a tali gestioni di titoli un approccio multi-criteriale. Scritti e case study a riguardo possono incentrare il loro focus sia sulla classificazione di titoli con l'obiettivo di costruire un portafoglio in base ai criteri scelti dall'investitore, oppure possono classificare portafogli già "costruiti" considerati attrattivi per il decisore, o addirittura possono porsi il fine di analizzare le performance di gestori di portafoglio di modo da selezionare quello più adatto. Il metodo PROMETHEE anche qui si dimostra adatto in quanto, in generale, i problemi da risolvere, sebbene di diversa natura, sono relativi a classificazioni di alternative, siano essi singoli titoli, portafoglio oppure portfolio managers. I riferimenti bibliografici in questo caso, riprendendo le diverse tipologie appena presentate sono: *To select the superior stocks for investment* di Albadvi (2007) per la classificazione e costruzione di portafogli titoli analizzando il mercato di uno specifico Paese; *To select attractive portfolio*, Bouri (2002) per la scelta tra diversi portafogli considerati ottimi in base ai criteri dettati dal DM; *Selecting a portfolio manager*, di Hababou e Martel (1998) per la selezione di portfolio manager adatti alla gestione delle risorse dell'investitore. Le applicazioni in realtà non finiscono qui, e sono molteplici. Si rinvia alla review scritta da Behzadian, Kazemzadeh e Aghdasi

(2009), *PROMETHEE, A Comprehensive Literature Review on Methodologies and Applications*, per ulteriori approfondimenti.

3.6. Altre applicazioni del metodo PROMETHEE

Campi di studio come l'ottimizzazione di risorse naturali, la logistica e i trasporti, l'organizzazione di un determinato territorio e, in generale, problematiche relative a scienze sociali, affrontano molto spesso problematiche utilizzando un approccio relativo al MCDA in quanto una molteplicità di fattori concorre a determinare il problema, ognuno delle quali difficilmente è trascurabile. La brevità di questo paragrafo non deve comunque far credere che in questi campi il modello PROMETHEE sia poco usato ma, al contrario, serve a far capire quanto tali metodologie siano utilizzate in un ampio spettro di problematiche relative a tematiche molto diverse tra loro. I campi in cui il metodo PROMETHEE è maggiormente utilizzato sono:

- Environment management;
- Gestione risorse idriche;
- Chimica;
- Logistica e Trasporti;
- **Environment Management.** Sicuramente il campo in cui PROMETHEE è più utilizzato è quello in generale relativo al cosiddetto *Environment Management*, dove problemi come gestione di rifiuti (Briggs e altri, 1990), consumo energetico di aziende o quartieri (Petras, 1997), classificazione ed impatto di progetti ambientali (Geldermann e altri, 2005) e valutazione di scenari possibili a causa di eventi particolari come il disboscamento o l'estinzione di determinate specie vegetali (Huth e altri, 2005), sono solo alcuni dei temi toccati.
- **Gestione delle risorse idriche.** PROMETHEE è inoltre essenziale nella risoluzione di problemi di gestione di risorse naturali come quelle idriche, per esempio: piani di utilizzo sostenibile delle risorse idriche (Ozelkan e Duck-

stein, 1996), piani di irrigazione in determinate zone (Raju et al., 2000) e classificazione e scelta di tecniche relative allo sfruttamento di queste risorse (Oprikovic e Tzeng, 2007) sono i temi più ricorrenti in questo campo.

- **Chimica.** Una nuova disciplina ultimamente ha visto l'aumento dell'utilizzo del modello PROMETHEE per determinati studi in materia, cioè la chimica. Similmente al campo finanziario il fine di tali studi è la classificazione di materiali chimici e la loro "performance" durante l'esperimento condotto (Zhang et al., 2006). Altra classificazione attuata in questo campo è quella relativa ai metalli pesanti e a particolari caratteristiche di questi elementi (Herngren et al., 2006). Particolarmente interessante è poi la classificazione fatta mettendo in relazione il tipo delle emissioni rilasciate dai veicoli in base al motore e alla tipologia di benzina immessa in esso (Lim et al., 2006).
- **Logistica e Trasporti.** Il metodo PROMETHEE è inoltre molto usato nella logistica e nei trasporti. La classificazione anche qui è il tema più ricorrente, specialmente per problemi di acquisizione di informazioni (Wang e Yang, 2007), classificazione dei fornitori e di relative partnership strategiche e di sviluppo (Azar e Ozkarahan, 2007). Altra tematica è l'analisi di possibili nuovi percorsi alternativi per il trasporto su strada (Radojevic e Petrovic, 1997), oppure la valutazione delle vie di comunicazione per l'insediamento di un'impresa di trasporti estera nel territorio nazionale (Brans e Mareschal, 1992).

Altre tematiche come sfruttamento energetico e scienze sociali vengono trattate spesso con questo metodo anche se qui non verranno toccate per non dilungarsi troppo. Per ulteriori approfondimenti si rinvia alla review già citata precedentemente: Behzadian, Kazemzadeh e Aghdasi (2009), *PROMETHEE, A Comprehensive Literature Review on Methodologies and Applications*.

Capitolo 4: Applicazione del metodo PROMETHEE

4.1 Presentazione e analisi dei dati

L'applicazione che seguirà in questo capitolo utilizza il metodo PROMETHEE come mezzo di supporto alle decisioni di gestione di portafoglio, confrontandolo con la teoria di portafoglio di Markowitz, basata sull'uso, in questo tipo di problematiche, di rendimento e rischio come unici criteri. L'approccio multi-criteriale seguito dal metodo PROMETHEE prevede invece l'aggiunta di ulteriori criteri per l'analisi delle singole alternative.

4.1.1 Scelta dei titoli

I titoli scelti per questo studio fanno parte dell'indice italiano FTSE MIB che comprende circa l'80% della capitalizzazione di mercato interna. Tale indice è formato da 40 titoli. Le metodologie di composizione e di manutenzione del FTSE MIB possono essere trovate sul sito della Borsa Italiana (www.borsaitaliana.it). L'indice inoltre è il principale benchmark per quanto riguarda il mercato borsistico italiano. Per tale motivo e per l'alta liquidità si sono scelti questi titoli per l'applicazione pratica, nonché per la facilità di reperimento delle informazioni, necessarie per il modello che si proporrà. I dati considerati sono i prezzi medi settimanali per un periodo che va dal 06/07/2007 al 26/08/2016. Non è stato possibile acquisire i dati per tutti i titoli nel periodo considerato in quanto, nelle fasi di manutenzione dell'indice alcuni titoli possono essere esclusi o inclusi in base alle loro performance sul mercato. E' possibile quindi che alcuni titoli siano entrati in un momento successivo. Si è deciso quindi di escludere quei titoli per i quali non ci fossero dati per l'applicazione del modello. In Tabella 1, vengono presentati i titoli per il modello:

Tabella 1: Elenco di titoli azionari inclusi nell'analisi

A2a	Italcementi
Atlantia	Leonardo- Finmeccanica
Azimut Holding	Luxottica

Banca Mediolanum	Mediaset
Banca Monte dei Paschi di Siena	Mediobanca
Banca Pop Emilia Romagna	Recordati
Banca Pop Milano	Saipem
Banco Popolare	Snam
Buzzi Unicem	Stmicroelectronics
Campari	telecom Italia
Enel	Tenaris
Eni	Terna- Rete Elettrica Nazionale
Generali	Ubi Banca
Intesa Sanpaolo	Unicredit
	Unipolsai

I titoli tralasciati per mancanza di dati sono:

- Cnn Industrial;
- Exor;
- Ferrari;
- Fiat Chrysler Automobiles;
- Fincobank;
- Moncler;
- Poste Italiane;
- Prysmian;
- Salvatore Ferragamo;
- Yoox-Net-A-Porter Group.

Questi titoli non verranno sostituiti per ricreare la numerosità originaria dell'indice in quanto i titoli rimasti sono sufficienti per modellare i diversi criteri.

Per i dati quindi verrà considerato il periodo che va dal 06/07/2007 al 26/08/2016 e in tale periodo verrà inizialmente analizzato il campione e la sua distribuzione.

4.1.2 Analisi dati campione

L'analisi che viene compiuta serve per identificare possibili anomalie dei dati raccolti che minerebbero la costruzione del modello nelle fasi successive. Per

i titoli quindi sono state calcolate ripettivamente rendimento medio, volatilità, asimmetria e curtosi per il peoriodo analizzato. E' stato inoltre effettuato un test di normalità sui dati. Di seguito la tabella 2 riassume i risultati dell'analisi statistica:

Tabella 2: Rendimento, Volatilità, Asimmetria, Curtosi e Test Jaque-Bera per i titoli considerati (06/07/2007-26/08/2016)

Titoli	Rendimento	Volatilità	Asimm.	Curtosi	Test J_B
A2A	-3,831%	2,055%	-0,213	1,848	1,19
Atantia	-2,619%	1,148%	-0,251	1,109	4,48
Azimut	-37,211%	2,647%	-0,398	1,400	8,04
Banca Mediolanum	-15,994%	2,266%	0,209	0,903	3,80
Banca MPDS	-33,136%	5,606%	0,355	3,315	0,25
B. Pop. Emilia	-15,155%	3,616%	0,463	2,313	2,00
B. Pop. di Milano	-19,562%	4,065%	0,145	2,163	0,29
Banco Pop.	-28,990%	5,264%	0,328	2,958	0,00
Buzzi Unichem	-26,341%	2,324%	-0,062	0,431	0,50
Campari	-24,253%	0,877%	-0,311	2,693	0,18
Enel	1,912%	1,217%	-0,443	1,410	9,83
Eni	-8,619%	1,223%	-0,463	2,145	3,11
Generali	0,199%	1,511%	-0,062	1,891	0,09
Intesa San Paolo	-9,918%	2,897%	-0,041	2,077	0,03
Italcementi	-32,365%	2,522%	0,801	5,046	53,26
Finmeccanica	-4,444%	2,473%	-0,471	2,802	0,17
Luxottica	-30,230%	1,141%	-0,343	1,176	7,75
Mediaset	-19,265%	2,423%	-0,024	0,151	0,09
Mediobanca	-16,042%	2,513%	-0,125	1,545	0,65
Recordati	-2,927%	0,926%	0,185	1,501	1,53
Saipem	-2,654%	3,566%	-1,473	7,721	959,61
Snam	4,585%	0,519%	-0,641	0,986	33,09
Stmicroelectronics	-37,350%	2,518%	-0,294	0,383	11,77
Telecom Italia	0,386%	1,826%	-0,129	1,872	0,42
Tenaris	-21,810%	2,047%	-0,251	2,753	0,08
Terna-R.E.N.	10,305%	0,548%	-1,138	4,943	96,92

Ubi Banca	-6,401%	2,998%	0,194	1,203	2,41
Unicredit	-16,593%	4,569%	0,231	3,171	0,03
Unipolsai	-22,890%	10,038%	5,796	98,238	13288,88

I dati rappresentati nella Tabella 2 consentono di osservare alcune particolarità per alcuni titoli: per quanto riguarda la volatilità il titolo che presenta la volatilità maggiore è Unipolsai pari a 10,038%. Successivamente, analizzando l'asimmetria, notiamo che tutti i titoli presentano un valore di asimmetria vicino allo zero, denotando quindi una bassa lunghezza delle code della distribuzione; anche in questo caso il valore più elevato è quello del titolo Unipolsai (5,796). Analizzando invece la curtosi, che rappresenta lo spessore delle code della distribuzione dei dati, i titoli presentano valori che indicano code più spesse di una distribuzione normale, considerata come riferimento, ma tuttavia con valori non anomali. Tuttavia Unipolsai presenta un valore molto più elevato rispetto agli altri titoli, con un valore di curtosi pari a 98,238. L'ultima colonna rappresenta infine i risultati ottenuti per il test di normalità dei dati secondo il test Jaque-Bera. Per il livello di significatività scelto del 99%, i dati si considerano distribuiti secondo una normale se il test consegna un risultato maggiore di 5.998. Osservando quindi i risultati ottenuti si può vedere come molte distribuzioni superino il test J-B, a causa soprattutto dell'elevato *rally* dei rendimenti che può verificarsi tra un periodo ed un altro. Tuttavia il titolo che più interessa in questo caso è Unipolsai che, sebbene ottenga un valore per cui il test di normalità è superato, (13288,88), esso è di certo causato da rendimenti anomali durante il periodo di analisi.

Dopo questa prima analisi il passo successivo è la definizione dei criteri da utilizzare nel modello.

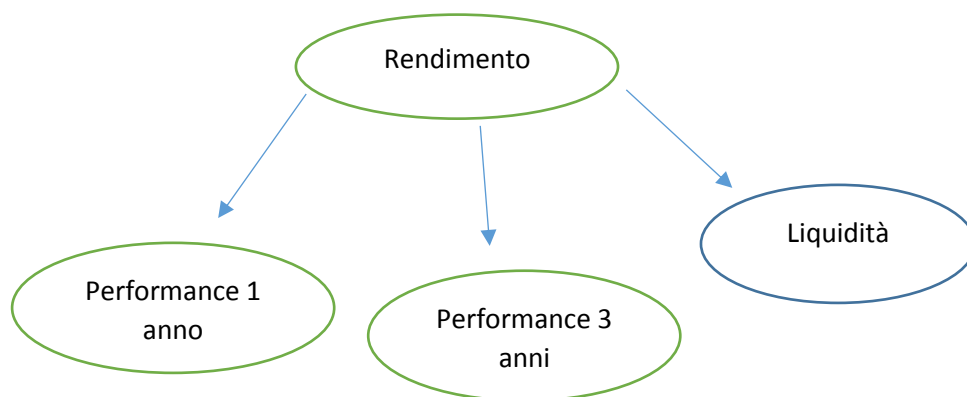
4.1.3 Definizione dei criteri

I criteri che si definiranno in questa fase costituiscono la prima fase della modellazione del modello di gestione di portafoglio tramite l'approccio

multi-criteriale, in cui le due componenti del modello di Markowitz, cioè rendimento e rischio, verranno scomposte in più criteri, con l'obiettivo di condurre un'analisi sui titoli, inserendo le specifiche preferenze del decisore. L'approccio è stato in parte ripreso da un modello di portafoglio presentato in *Ehrgott et al. (2002), An MCDM approach to portfolio optimization*. Successivamente, dopo aver stabilito il ranking dei titoli in base a tali criteri, verrà prima formato un portafoglio e poi ne verrà osservata la performance su vari orizzonti temporali, avendo come obiettivo quello di confrontare l'approccio multi-criteriale con il modello di Markowitz.

Il primo passo è quello di affiancare alla componente da massimizzare, cioè il rendimento, altri aspetti che possano essere utili al decisore nella sua scelta di allocazione delle risorse. La redditività del titolo è stata scomposta in rendimento a breve termine, rendimento a lungo termine e liquidità.

Riferimento 1: Componenti che ottimizzano la redditività



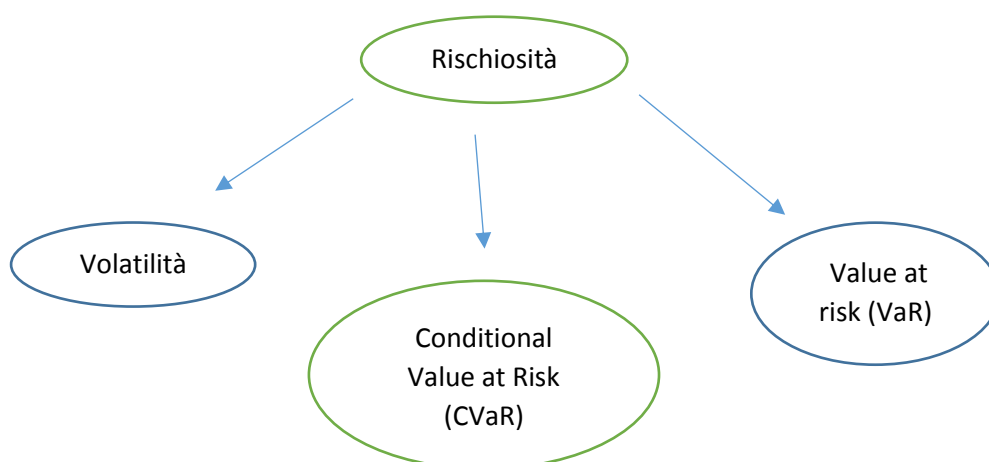
Analizziamo separatamente le 3 componenti:

- **Performance 1 anno:** rappresenta la performance del titolo nel breve termine. Solitamente è uno dei criteri più importanti per i decisori e viene quindi inserito nei modelli con un peso grande, proprio per rifletterne l'importanza. Tale componente è stata calcolata con il metodo "overlapping", definendo un rendimento medio annuo partendo da dati settimanali.

- **Performance 3 anni:** solitamente gli investitori sono interessati anche all'andamento del titolo nel lungo termine e la performance a 3 anni è uno dei metodi per inserirla in modo appropriato in un modello di gestione di portafoglio. Il metodo utilizzato per il calcolo è lo stesso della componente precedente.
- **Market Capitalization:** questa componente indica il valore, espresso in valuta, delle azioni scambiate sul mercato di un determinato titolo azionario. Nel mercato tale misura indica, in linea di principio, il valore dell'impresa e quindi l'importanza che ricopre rispetto ad altri titoli azionari. Tale componente è stata aggiunta proprio per inserire nel modello un indice che riferisse l'importanza del titolo sul mercato. Anch'esso, come la performance a breve e lungo termine, sarà in sede di confronto tra titoli un criterio da massimizzare.

La seconda parte della definizione dei criteri riguarda invece la parte relativa alla rischiosità. Anche qui si è voluto scomporre la componente in più parti per dar modo al decisore di esprimere preferenze su più criteri, considerati i più importanti per l'analisi dei diversi titoli. La "semplice" rischiosità viene quindi scomposta come di seguito:

Riferimento 2: componenti che minimizzano la rischiosità:



- **Volatilità:** tale criterio esprime la dispersione dei rendimenti di un titolo o di un intero portafoglio rispetto ad un valore medio. Molto spesso questa componente è l'unica considerata quando si analizzano i titoli sul mercato, come per esempio nel modello media-varianza di Markowitz.
- **Value at Risk (VaR):** la seconda componente considerata per quanto riguarda la rischiosità del portafoglio è il Value at Risk (VaR) che viene inserita per migliorare l'analisi della componente rischio. Solitamente il VaR si calcola scegliendo un livello di significatività del 99%, il quale rende possibile escludere dalla distribuzione i valori compresi nella coda della distribuzione che rappresentano l'1%.
- **Conditional Value at Risk (CVaR):** questa terza componente, che riprende lo stesso concetto della precedente, è anch'essa una misura della rischiosità del portafoglio. In questo caso il calcolo del CVaR inserirà anche i dati esclusi che appartengono alla coda della distribuzione, i quali se lontani dal percentile scelto, influenzeranno tale indice.

Riassumendo, il modello di ottimizzazione di portafoglio che si andrà ad utilizzare è composto da 5 criteri. In questo modo sarà il DM ad inserire nel modello specifiche preferenze per i diversi criteri che verranno utilizzati. Potrà poi specificare quale dei criteri utilizzati sarà considerato di maggior importanza e quali pesi quindi andranno applicati agli altri. In questa analisi verranno formati diversi portafogli, cambiandone i pesi per osservare le diverse performance che si andranno ad ottenere per i diversi orizzonti temporali scelti. La scelta di tali pesi tuttavia non segue una regola a cui dovrebbero attenersi i decisori durante tale fase del problema, cioè quella della non ridondanza dei criteri scelti per cui nessuno di essi deve essere in qualche modo sovrapporre nessuno degli altri criteri definiti, per quanto riguarda il rendimento a breve e lungo termine da un lato e il VaR e CVaR dall'altro lato. Tuttavia, per il rendimento a breve e lungo termine la scelta è dettata dalla volontà di osservare due aspetti che, sebbene correlati tra loro, sono entrambi utili all'investitore in sede di analisi delle alternative mentre, per il VaR e CVaR, le due misure, anche se correlate, possono a volte discostarsi a

causa dei termini tralasciati nella distribuzione dal semplice VaR e invece inclusi nel calcolo del CVaR. Inoltre, anche nella realtà tali grandezze sono spesso analizzate assieme e quindi si è ritenuto utile inserirle entrambe in sede di scelta dei criteri.

4.2 Applicazione pratica del modello PROMETHEE

L'applicazione pratica per la gestione del portafoglio verrà compiuta con lo scopo di osservare che variazioni avvengano nel ranking dei titoli presi in esame qualora il decisore decida di utilizzare un approccio multi-criteriale piuttosto che un approccio che si può definire "alla Markowitz", dove l'ottimizzazione viene condotta solo per rendimento e rischio. Il fine quindi sarà quello di osservare l'utilità che può derivare per un generico DM qualora decida di studiare il proprio problema utilizzando le tecniche spiegate nei capitoli precedenti relative in generale al MCDA ed in particolare al metodo PROMETHEE.

Per questa applicazione pratica verrà utilizzato un software specifico con cui si sceglieranno e si definiranno tutte le variabili e i parametri necessari per il funzionamento del metodo PROMETHEE. Tale software, Visual PROMETHEE, consente non solo di utilizzare le prime varianti del metodo, rispettivamente PROMETHEE I e II, ma anche quelle definite successivamente come per esempio PROMETHEE GAIA oppure PROMETHEE GDSS. Inoltre, è consentito operare in modo grafico grazie all'implementazione di diversi tipi di soluzioni che consentono di comprendere in maniera visiva in che modo è stato affrontato il problema.

4.2.1 Selezione titoli con metodo PROMETHEE

Utilizzando i criteri spiegati in precedenza e il software Visual PROMETHEE il DM è in grado, secondo le preferenze scelte e i pesi assegnati ad ogni criterio, di formare un portafoglio titoli utilizzando il metodo PROMETHEE come

supporto per le scelte. La metodologia che si seguirà, vista l'impossibilità di ottenere l'assegnazione dei pesi tramite studi precedenti oppure grazie all'opinione di esperti, sarà quella di creare più portafogli con pesi diversi per poi confrontarli tra loro sulla base della performance per diversi orizzonti temporali. Inoltre verranno confrontati anche con un portafoglio "alla Markovitz" dove l'ottimizzazione è condotta solo per il rendimento e il rischio. L'obiettivo è infatti quello di osservare che cambiamenti avvengano nel portafoglio titoli qualora si adotti il metodo PROMETHEE come approccio all'ottimizzazione finanziaria legata alla gestione di portafoglio.

Il metodo PROMETHEE, come già anticipato, utilizza delle funzioni di preferenza per determinare le preferenze tra le alternative secondo i criteri considerati ed inoltre determinare i parametri che ne definiscono l'andamento. La scelta è caduta su due tipi di funzione, quella a livelli e quella lineare. La funzione di preferenza a livelli è stata applicata per tutti i criteri meno la Market Capitalization per cui invece è stata scelta una funzione di preferenza lineare. Nella Tabella 3 vengono riassunti i parametri utilizzati per definire nella funzione a livelli gli intervalli di indifferenza e preferenza, mentre per la funzione lineare la velocità, rappresentata dalla pendenza della retta, con cui ci si sposta da una zona di indifferenza ad una di preferenza.

Tabella 3: Criteri e soglie utilizzati nell'analisi empirica

Criteri	Soglia Indifferenza	Soglia di Preferenza
Performance 1Y	0,05%	3,00%
Performance 3Y	15,00%	50,00%
Market Capitalization	€ 10.000,00	€ 60.000,00
Volatilità	6,00%	2,00%
VaR	-10,00%	-20,00%
CVaR	-15,00%	-30,00%

- **1° selezione: nessuna preferenza specifica**

Il primo portafoglio che si andrà a creare con il metodo PROMETHEE vede l'assegnazione di pesi uguali per tutti i criteri considerati. In questo caso

quindi il DM non ha nessuna preferenza specifica da assegnare ad un criterio in particolare, preferendo quindi un approccio che garantisca la stessa importanza ad ogni singolo criterio. Di seguito in Tabella 4 riassume i pesi per la creazione del portafoglio riportando il peso relativo ad ogni singolo criterio considerato:

Tabella 4: Pesi utilizzati per prima selezione

Criteri	Pesi
Performance 1Y	0,16
Performance 3Y	0,16
Market Capitalization	0,16
Volatilità	0,16
VaR	0,16
CVaR	0,16

La Tabella 5 quindi presenta i tre outranking flows che definiscono il ranking dei singoli titoli rispetto a tutti i criteri. Per la selezione dei titoli da inserire nei singoli portafogli e la successiva analisi della performance verranno considerati solamente i titoli che presentano un saldo positivo tra gli outranking flows in quanto per tutti i titoli con saldo negativo il decisore troverebbe sempre un titolo preferito in cui allocare le proprie risorse. Nella Tabella 5 viene presentato il ranking completo dei titoli secondo la pesistica e i criteri considerati:

Tabella 5: Ranking dei titoli per prima selezione

Rank:	Alternativa	Phi	Phi+	Phi-
1	Recordati	0.3950	0.4405	0.0455
2	Terna- Rete Elettrica Nazionale	0.3602	0.4077	0.0475
3	Snam	0.3501	0.3930	0.0429
4	Atlantia Equity	0.3289	0.3870	0.0580
5	Campari	0.3156	0.3958	0.0803
6	Luxottica	0.2995	0.3888	0.0893
7	Eni	0.2409	0.4254	0.1845
8	Banca Mediolanum	0.2239	0.3482	0.1243
9	Generali	0.1953	0.3268	0.1315
10	Enel	0.1674	0.3272	0.1598

11	Italcementi	0.0294	0.2351	0.2057
12	Azimut Holding	0.0287	0.2619	0.2332
13	Telecom Italia	0.0130	0.2302	0.2172
14	Buzzi Unicem	-0.0001	0.2321	0.2323
15	Mediaset	-0.0104	0.2202	0.2306
16	Mediobanca	-0.0147	0.2173	0.2319
17	Ubi Banca	-0.0481	0.1964	0.2445
18	Banca Pop Emilia Romagna	-0.0744	0.1875	0.2619
19	Tenaris	-0.0862	0.1892	0.2754
20	Stmicroelectronics	-0.1058	0.1726	0.2784
21	Intesa Sanpaolo	-0.1225	0.1891	0.3116
22	A2A equity	-0.1839	0.1250	0.3089
23	Banca Pop di Milano	-0.2769	0.0804	0.3573
24	Banca Monte Paschi di Siena	-0.2878	0.0714	0.3592
25	Leonardo-Finmeccanica	-0.2955	0.0744	0.3699
26	Unicredit	-0.3058	0.0805	0.3863
27	Saipem	-0.3333	0.0506	0.3839
28	Banco Popolare	-0.3859	0.0238	0.4097
29	Unipolsai	-0.4165	0.0089	0.4254

I titoli quindi che verranno selezionati saranno i primi 13 i quali appunto presentano un saldo degli *outranking flows* positivo. Di seguito, in Tabella 6, i titoli selezionati per formare il primo portafoglio:

Tabella 6: Selezione titoli per primo portafoglio

Rank:	Alternativa	Phi	Phi+	Phi-
1	Recordati	0.3950	0.4405	0.0455
2	Terna- Rete Elettrica Nazionale	0.3602	0.4077	0.0475
3	Snam	0.3501	0.3930	0.0429
4	Atlantia Equity	0.3289	0.3870	0.0580
5	Campari	0.3156	0.3958	0.0803
6	Luxottica	0.2995	0.3888	0.0893
7	Eni	0.2409	0.4254	0.1845
8	Banca Mediolanum	0.2239	0.3482	0.1243
9	Generali	0.1953	0.3268	0.1315
10	Enel	0.1674	0.3272	0.1598
11	Italcementi	0.0294	0.2351	0.2057
12	Azimut Holding	0.0287	0.2619	0.2332
13	Telecom Italia	0.0130	0.2302	0.2172

- **2° selezione: massimizzazione della performance**

La seconda selezione che si considera vede il DM focalizzare la propria attenzione sulla performance dei titoli e una contemporanea minore avversione al rischio. Nonostante siano considerati due orizzonti temporali diversi, uno a breve termine (Performance 1 anno) e una a lungo termine (Performance 3 anni), entrambi i criteri in questo portafoglio vengono pesati allo stesso modo. In Tabella 7 sono riassunti i pesi utilizzati in questo portafoglio.

Tabella 7: pesi utilizzati per seconda selezione

Criteri	Pesi
Performance 1Y	0,30
Performance 3Y	0,30
Market Capitalization	0,1
Volatilità	0,1
VaR	0,1
CVaR	0,1

La selezione dei titoli comprenderà solamente quelli con un saldo di flusso positivo in quanto complessivamente preferiti rispetto a tutti gli altri. Il ranking è quindi quello presentato in Tabella 8.

Tabella 8: Ranking titoli per seconda selezione

Rank:	Alternativa	Phi	Phi+	Phi-
1	Recordati	0.4210	0.4522	0.0311
2	Luxottica	0.3468	0.4128	0.0660
3	Terna- Rete Elettrica Nazionale	0.3400	0.3878	0.0478
4	Campari	0.3363	0.4020	0.0657
5	Snam	0.3120	0.3599	0.0479
6	Atlantia Equity	0.2778	0.3504	0.0726
7	Banca Mediolanum	0.2662	0.3642	0.0980
8	Azimut Holding	0.1578	0.3282	0.1704
9	Generali	0.1038	0.2638	0.1600
10	Eni	0.0885	0.3210	0.2325
11	Enel	0.0853	0.2627	0.1774

12	Mediaset	-0.0005	0.2129	0.2134
13	Buzzi Unicem	-0.0028	0.2224	0.2251
14	Italcementi	-0.0170	0.1951	0.2121
15	Mediobanca	-0.0258	0.1998	0.2256
16	Telecom Italia	-0.0398	0.1889	0.2288
17	Tenaris	-0.0434	0.1987	0.2421
18	Stmicroelectronics	-0.0552	0.1873	0.2425
19	Banca Pop Emilia Romagna	-0.0738	0.1742	0.2480
20	Ubi Banca	-0.0832	0.1637	0.2469
21	Intesa Sanpaolo	-0.1037	0.1805	0.2842
22	A2A equity	-0.1876	0.1044	0.2921
23	Leonardo-Finmeccanica	-0.2414	0.0873	0.3287
24	Banca Pop di Milano	-0.2531	0.0745	0.3276
25	Banca Monte Paschi di Siena	-0.2936	0.0505	0.3442
26	Saipem	-0.2951	0.0542	0.3494
27	Unicredit	-0.2957	0.0597	0.3555
28	Banco Popolare	-0.3438	0.0263	0.3701
29	Unipolsai	-0.3800	0.0084	0.3884

Il portafoglio invece sarà formato dai seguenti titoli, riepilogati in Tabella 9 che presentano un saldo dei flussi maggiore di zero.

Tabella 9: Selezione titoli per secondo portafoglio

Rank:	Alternativa	Phi	Phi+	Phi-
1	Recordati	0.4210	0.4522	0.0311
2	Luxottica	0.3468	0.4128	0.0660
3	Terna- Rete Elettrica Nazionale	0.3400	0.3878	0.0478
4	Campari	0.3363	0.4020	0.0657
5	Snam	0.3120	0.3599	0.0479
6	Atlantia Equity	0.2778	0.3504	0.0726
7	Banca Mediolanum	0.2662	0.3642	0.0980
8	Azimut Holding	0.1578	0.3282	0.1704
9	Generali	0.1038	0.2638	0.1600
10	Eni	0.0885	0.3210	0.2325
11	Enel	0.0853	0.2627	0.1774

- **3° selezione: minimizzazione della rischiosità**

In questo caso il portafoglio scelto dal DM è tale per cui i titoli che lo formano sono quelli che minimizzano la componente del rischio. Verranno assegnati quindi pesi maggiori ai componenti quali Volatilità, VaR e CVaR. Nella Tabella 10 vengono riepilogati i pesi utilizzati in questo portafoglio:

Tabella 10: Pesi utilizzati per terza selezione

Criteri	Pesi
Performance 1Y	0,1
Performance 3Y	0,1
Market Capitalization	0,1
Volatilità	0,4
VaR	0,15
CVaR	0,15

I flussi per i titoli sono presentati in Tabella 11:

Tabella 11: Ranking titoli per terza selezione

Rank:	Alternativa	Phi	Phi+	Phi-
1	Recordati	0.2908	0.3252	0.0344
2	Terna- Rete Elettrica Nazionale	0.2764	0.3083	0.0319
3	Snam	0.2662	0.2971	0.0309
4	Atlantia Equity	0.2604	0.2970	0.0366
5	Campari	0.2369	0.2951	0.0582
6	Luxottica	0.2155	0.2850	0.0695
7	Eni	0.1860	0.3119	0.1259
8	Banca Mediolanum	0.1602	0.2556	0.0955
9	Generali	0.1534	0.2477	0.0944
10	Enel	0.1283	0.2442	0.1160
11	Italcementi	0.0299	0.1805	0.1506
12	Telecom Italia	0.0232	0.1792	0.1560
13	Azimut Holding	0.0068	0.1861	0.1792
14	Buzzi Unicem	0.0037	0.1748	0.1711
15	Mediobanca	-0.0017	0.1673	0.1690
16	Mediaset	-0.0141	0.1617	0.1757
17	Ubi Banca	-0.0304	0.1504	0.1808
18	Banca Pop Emilia Romagna	-0.0507	0.1429	0.1936

19	Tenaris	-0.0695	0.1383	0.2078
20	Stmicroelectronics	-0.0894	0.1241	0.2134
21	Intesa Sanpaolo	-0.1074	0.1307	0.2382
22	A2A equity	-0.1349	0.0959	0.2308
23	Banca Monte Paschi di Siena	-0.2081	0.0583	0.2663
24	Banca Pop di Milano	-0.2087	0.0602	0.2689
25	Leonardo-Finmeccanica	-0.2280	0.0526	0.2806
26	Unicredit	-0.2383	0.0546	0.2929
27	Saipem	-0.2481	0.0395	0.2876
28	Banco Popolare	-0.2964	0.0150	0.3114
29	Unipolsai	-0.3119	0.0075	0.3194

Osservando quindi il saldo degli outranking flows possiamo determinare la selezione dei titoli che formeranno il portafoglio. Tale selezione è riassunta nella Tabella 12.

Tabella 12: selezione titoli per terzo portafoglio

Rank:	Alternativa	Phi	Phi+	Phi-
1	Recordati	0.2908	0.3252	0.0344
2	Terna- Rete Elettrica Nazionale	0.2764	0.3083	0.0319
3	Snam	0.2662	0.2971	0.0309
4	Atlantia Equity	0.2604	0.2970	0.0366
5	Campari	0.2369	0.2951	0.0582
6	Luxottica	0.2155	0.2850	0.0695
7	Eni	0.1860	0.3119	0.1259
8	Banca Mediolanum	0.1602	0.2556	0.0955
9	Generali	0.1534	0.2477	0.0944
10	Enel	0.1283	0.2442	0.1160
11	Italcementi	0.0299	0.1805	0.1506
12	Telecom Italia	0.0232	0.1792	0.1560
13	Azimut Holding	0.0068	0.1861	0.1792
14	Buzzi Unicem	0.0037	0.1748	0.1711

- **4° selezione: preferenza per la liquidità**

Per questa selezione il DM vuole massimizzare la componente market capitalization la quale rappresenta una grandezza che indica il valore di titoli sui mercati. Gli

altri criteri sono invece considerati egualmente importanti con quindi gli stessi pesi tra loro. I pesi sono riassunti in Tabella 13:

Tabella 13: pesi utilizzati per quarta selezione

Criteri	Pesi
Performance 1Y	0,1
Performance 3Y	0,1
Market Capitalization	0,5
Volatilità	0,1
VaR	0,1
CVaR	0,1

I flussi espressi dalle funzioni di preferenza determinano il ranking completo dei titoli secondo i criteri e i pesi a loro assegnati e viene presentato nella Tabella 14.

Tabella 14: ranking titoli per quarta selezione

Rank:	Alternativa	Phi	Phi+	Phi-
1	Eni	0.4870	0.5977	0.1107
2	Enel	0.2307	0.3315	0.1008
3	Recordati	0.1922	0.2643	0.0721
4	Snam	0.1859	0.2361	0.0502
5	Terna- Rete Elettrica Nazionale	0.1806	0.2446	0.0641
6	Atlantia Equity	0.1726	0.2323	0.0597
7	Generali	0.1715	0.2589	0.0875
8	Luxottica	0.1628	0.2377	0.0749
9	Campari	0.1467	0.2375	0.0908
10	Banca Mediolanum	0.0930	0.2089	0.1159
11	Intesa Sanpaolo	0.0539	0.2459	0.1920
12	Telecom Italia	0.0246	0.1691	0.1445
13	Tenaris	-0.0158	0.1604	0.1762
14	Italcementi	-0.0260	0.1411	0.1671
15	Azimut Holding	-0.0282	0.1571	0.1853
16	Buzzi Unicem	-0.0432	0.1393	0.1825
17	Mediobanca	-0.0440	0.1304	0.1744
18	Mediaset	-0.0454	0.1321	0.1775
19	Ubi Banca	-0.0658	0.1179	0.1836
20	Unicredit	-0.0746	0.1630	0.2376

21	Banca Pop Emilia Romagna	-0.0874	0.1125	0.1999
22	Stmicroelectronics	-0.0959	0.1036	0.1995
23	A2A equity	-0.1517	0.0750	0.2267
24	Banca Monte Paschi di Siena	-0.2062	0.0429	0.2490
25	Banca Pop di Milano	-0.2094	0.0482	0.2576
26	Leonardo-Finmeccanica	-0.2151	0.0446	0.2598
27	Saipem	-0.2284	0.0304	0.2588
28	Banco Popolare	-0.2721	0.0143	0.2864
29	Unipolsai	-0.2923	0.0054	0.2977

La Tabella 15 invece riassume i titoli che formeranno il corrispettivo portafoglio secondo i criteri pesati in questo modo.

Tabella 15: selezione titoli per quarto portafoglio

Rank:	Alternativa	Phi	Phi+	Phi-
1	Eni	0.4870	0.5977	0.1107
2	Enel	0.2307	0.3315	0.1008
3	Recordati	0.1922	0.2643	0.0721
4	Snam	0.1859	0.2361	0.0502
5	Terna- Rete Elettrica Nazionale	0.1806	0.2446	0.0641
6	Atlantia Equity	0.1726	0.2323	0.0597
7	Generali	0.1715	0.2589	0.0875
8	Luxottica	0.1628	0.2377	0.0749
9	Campari	0.1467	0.2375	0.0908
10	Banca Mediolanum	0.0930	0.2089	0.1159
11	Intesa Sanpaolo	0.0539	0.2459	0.1920
12	Telecom Italia	0.0246	0.1691	0.1445

- **5° selezione: preferenza forte per la performance**

In questo caso il decisore è estremamente focalizzato alla massimizzazione della performance del proprio portafoglio a discapito della rischiosità dello stesso. La selezione rispecchierà quindi tale comportamento. I pesi sono i seguenti (Tabella 16).

Tabella 16: pesi utilizzati per quinta selezione

Criteri	Pesi
Performance 1Y	0,4

Performance 3Y	0,4
Market Capitalization	0,05
Volatilità	0,05
VaR	0,05
CVaR	0,05

Come si può notare nei pesi in questo caso, ancor più che nel caso precedente l'investitore considera il ruolo della rischiosità nella selezione dei titoli solo marginale, dando quindi grande importanza alla performance. La selezione che ne deriva è la seguente, presentata nella Tabella 17.

Tabella 17: ranking titoli per quinta selezione

Rango:	Alternativa	Phi	Phi+	Phi-
1	Recordati	0.3873	0.4071	0.0199
2	Luxottica	0.3586	0.3916	0.0330
3	Campari	0.3197	0.3625	0.0428
4	Azimut Holding	0.3086	0.3786	0.0700
5	Banca Mediolanum	0.2734	0.3357	0.0623
6	Terna- Rete Elettrica Nazionale	0.2706	0.3161	0.0455
7	Snam	0.2113	0.2679	0.0566
8	Atlantia Equity	0.1862	0.2661	0.0799
9	Tenaris	0.0366	0.2005	0.1639
10	Stmicroelectronics	-0.0005	0.1768	0.1773
11	Enel	-0.0123	0.1669	0.1792
12	Buzzi Unicem	-0.0125	0.1821	0.1947
13	Mediaset	-0.0156	0.1661	0.1817
14	Generali	-0.0289	0.1543	0.1832
15	Mediobanca	-0.0294	0.1589	0.1883
16	Eni	-0.0465	0.2089	0.2554
17	Intesa Sanpaolo	-0.0555	0.1630	0.2185
18	Banca Pop Emilia Romagna	-0.0661	0.1375	0.2036
19	Telecom Italia	-0.0836	0.1253	0.2089
20	Italcementi	-0.0912	0.1143	0.2055
21	Ubi Banca	-0.1332	0.0964	0.2296
22	Leonardo-Finmeccanica	-0.1512	0.0911	0.2422
23	A2A equity	-0.1802	0.0625	0.2427
24	Saipem	-0.2000	0.0589	0.2589
25	Banca Pop di Milano	-0.2018	0.0554	0.2572
26	Unicredit	-0.2292	0.0429	0.2722

27	Banca Monte Paschi di Siena	-0.2613	0.0214	0.2828
28	Banco Popolare	-0.2658	0.0196	0.2854
29	Unipolsai	-0.2874	0.0089	0.2964

Il portafoglio sarà quindi formato dai seguenti titoli, i quali rappresentano quelli con la performance migliore rispetto agli altri (Tabella 18).

Tabella 18:selezione titoli per quinto portafoglio

Rango:	Alternativa	Phi	Phi+	Phi-
1	Recordati	0.3873	0.4071	0.0199
2	Luxottica	0.3586	0.3916	0.0330
3	Campari	0.3197	0.3625	0.0428
4	Azimut Holding	0.3086	0.3786	0.0700
5	Banca Mediolanum	0.2734	0.3357	0.0623
6	Terna- Rete Elettrica Nazionale	0.2706	0.3161	0.0455
7	Snam	0.2113	0.2679	0.0566
8	Atlantia Equity	0.1862	0.2661	0.0799
9	Tenaris	0.0366	0.2005	0.1639

- **6° selezione: minima rischiosità**

In questo ultimo caso l'investitore ha un atteggiamento opposto al caso precedente, prediligendo una selezione focalizzata sulla minimizzazione del rischio e al contrario una bassa propensione alla massimizzazione della performance. Di seguito i pesi utilizzati in questo caso (Tabella 19).

Tabella 19: pesi utilizzati per sesta selezione

Criteri	Pesi
Performance 1Y	0,05
Performance 3Y	0,05
Market Capitalization	0,1
Volatilità	0,4

VaR	0,2
CVaR	0,2

La selezione che seguirà quindi rispecchierà questo atteggiamento del DM che predilige titoli a bassa rischiosità, sacrificandone anche la performance, la quale in questo caso assume un ruolo estremamente marginale rispetto agli altri casi considerati. La Tabella 20 riassume il ranking dei titoli.

Tabella 20: ranking titoli per sesta selezione

Rango:	alternativa	Phi	Phi+	Phi-
1	Snam	0.3806	0.4072	0.0266
2	Terna- Rete Elettrica Nazionale	0.3715	0.4063	0.0348
3	Recordati	0.3700	0.4107	0.0407
4	Atlantia Equity	0.3634	0.4000	0.0366
5	Campari	0.2929	0.3705	0.0776
6	Generali	0.2582	0.3523	0.0941
7	Eni	0.2544	0.3901	0.1357
8	Luxottica	0.2484	0.3475	0.0991
9	Enel	0.1951	0.3293	0.1343
10	Banca Mediolanum	0.1906	0.3187	0.1282
11	Italcementi	0.0891	0.2634	0.1743
12	Telecom Italia	0.0489	0.2444	0.1955
13	Buzzi Unicem	0.0160	0.2304	0.2144
14	Mediaset	0.0027	0.2214	0.2187
15	Ubi Banca	0.0024	0.2196	0.2173
16	Mediobanca	0.0019	0.2205	0.2186
17	Banca Pop Emilia Romagna	-0.0598	0.1902	0.2500
18	Azimut Holding	-0.0828	0.1857	0.2685
19	Stmicroelectronics	-0.1322	0.1536	0.2858
20	Tenaris	-0.1392	0.1537	0.2929
21	A2A equity	-0.1568	0.1393	0.2960
22	Intesa Sanpaolo	-0.1708	0.1483	0.3191
23	Banca Monte Paschi di Siena	-0.2620	0.0857	0.3477
24	Banca Pop di Milano	-0.2706	0.0830	0.3537
25	Leonardo-Finmeccanica	-0.3184	0.0598	0.3782
26	Unicredit	-0.3353	0.0599	0.3952
27	Saipem	-0.3500	0.0420	0.3919
28	Banco Popolare	-0.3887	0.0232	0.4119

29	Unipolsai	-0.4195	0.0080	0.4276
----	-----------	---------	--------	--------

Il corrispettivo portafoglio sarà formato dai titoli che presentano un saldo degli outranking flows positivo, in questo caso i primi 16. La selezione finale quindi è presentata in Tabella 21.

Tabella 21: selezione titoli per sesta portafoglio

Rango:	alternativa	Phi	Phi+	Phi-
1	Snam	0.3806	0.4072	0.0266
2	Terna- Rete Elettrica Nazionale	0.3715	0.4063	0.0348
3	Recordati	0.3700	0.4107	0.0407
4	Atlantia Equity	0.3634	0.4000	0.0366
5	Campari	0.2929	0.3705	0.0776
6	Generali	0.2582	0.3523	0.0941
7	Eni	0.2544	0.3901	0.1357
8	Luxottica	0.2484	0.3475	0.0991
9	Enel	0.1951	0.3293	0.1343
10	Banca Mediolanum	0.1906	0.3187	0.1282
11	Italcementi	0.0891	0.2634	0.1743
12	Telecom Italia	0.0489	0.2444	0.1955
13	Buzzi Unicem	0.0160	0.2304	0.2144
14	Mediaset	0.0027	0.2214	0.2187
15	Ubi Banca	0.0024	0.2196	0.2173
16	Mediobanca	0.0019	0.2205	0.2186

Le sei selezioni appena viste possono essere prese come esempio di tipici comportamenti di investitori presenti sul mercato i quali, in base a conoscenze proprie ed informazioni acquisite determinano delle preferenze sui diversi criteri, dando maggiore importanza a quelli che reputano i più idonei a garantire una maggiore performance al proprio portafoglio. Per facilitare l'analisi delle 6 selezioni si presenta una tabella riassuntiva con i diversi titoli selezionati per i diversi casi (Tabella 22).

Tabella 22: composizione portafogli costruiti con metodo PROMETHEE

Numero selezione						
	1	2	3	4	5	6
1	Recordati	Recordati	Recordati	Eni	Recordati	Snam
2	Terna	Luxottica	Terna	Enel	Luxottica	Terna
3	Snam	Terna	Snam	Recordati	Campari	Recordati
4	Atlantia	Campari	Atlantia	Snam	Azimut	Atlantia
5	Campari	Snam	Campari	Terna	B. Med.	Campari
6	Luxottica	Atlantia	Luxottica	Atlantia	Terna	Generali
7	Eni	B. Med.	Eni	Generali	Snam	Eni
8	B. Med.	Azimut	B. Med.	Luxottica	Atlantia	Luxottica
9	Generali	Generali	Generali	Campari	Tenaris	Enel
10	Enel	Eni	Enel	B. Med.	n.d.	B. Med.
11	Italcem.	Enel	Italcem.	Intesa SP	n.d.	Italcem.
12	Azimut	n.d.	Telecom	Telecom	n.d.	Telecom
13	Telecom	n.d.	Azimut	n.d.	n.d.	Buzzi Uni.
14	n.d.	n.d.	Buzzi Uni.	n.d.	n.d.	Mediaset
15	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	Ubi Banca

Osservando la Tabella 22 notiamo alcune variazioni, specialmente relative alla posizione di alcuni titoli, i quali, tuttavia, nella maggior parte dei casi sono gli stessi per tutte le selezioni considerate.

Per quanto riguarda le prime due selezioni i maggiori cambiamenti riguardano titoli come Snam, Atlantia ed Eni che hanno una posizione peggiore nel secondo caso dove la performance è maggiormente ricercata. Al contrario, nella seconda selezione, si trovano in una posizione migliore rispetto titoli quali Luxottica e Azimut. Il titolo invece Italcementi è l'unico che non compare tra i titoli scelti nella seconda selezione rispetto alla prima, dovuto principalmente ad una performance troppo bassa che penalizza il suo saldo relativo agli outranking flows. Continuando l'analisi, nella terza selezione ritroviamo le stesse posizioni viste nella prima, con l'unica variazione nel numero di titoli inclusi in tale selezione, maggiore rispetto soprattutto alla seconda. L'unico titolo nuovo è Buzzi Unicem il quale viene incluso dal modello PROMETHEE per formare il portafoglio. La quarta selezione, che prevede la massimizzazione del criterio Market Capitalization vede i titoli con più liquidità nelle prime posizioni, cioè Eni ed Enel, per poi riprendere i titoli con i ranking

migliori nelle altre selezioni. La successiva selezione, dove la massimizzazione della performance è più accentuata, porta dei cambiamenti specialmente rispetto alla seconda, la quale aveva lo stesso obiettivo. Infatti, dopo il primo titolo (Recordati) che ha il ranking migliore in entrambe le selezioni, si trova poi Luxottica che si migliora a discapito di Terna e Snam, i quali vedono peggiorare la propria posizione in tale selezione. Inoltre, il numero dei titoli è il più basso rispetto a tutte le altre osservate. L'ultima selezione, che replica l'atteggiamento di un investitore avverso al rischio, porta anch'essa cambiamenti rispetto alla terza selezione, dove l'investitore si focalizzava anch'esso sulla minimizzazione del rischio, sebbene in modo meno forte. I cambiamenti maggiori si hanno per i titoli quali Generali ed Eni, che raggiungono un ranking migliore, mentre per Banca Mediolanum e Luxottica si assiste ad un peggioramento della posizione. Tuttavia il caso più grave è Azimut Holding che in quest'ultima selezione non è inserito nel portafoglio e viene sostituito da titoli non presenti prima come Mediaset e Ubi Banca.

Determinate quindi le diverse selezioni per i portafogli il passo successivo è la formazione degli stessi, definendo quindi i pesi per i singoli titoli compresi nelle selezioni considerate prima. Successivamente verranno poi confrontate le performance di tali portafogli per diversi orizzonti temporali e, in tale fase, verrà inserito anche un portafoglio "alla Markovitz" per osservare le possibili differenze tra i due approcci all'ottimizzazione di portafoglio.

4.2.2 Creazione dei portafogli

Dopo aver selezionato, per 6 ipotetici investitori diversi, i titoli con cui formeranno il proprio portafoglio seguendo un approccio multi-criteriale con il metodo PROMETHEE, si dovranno definire, i pesi da assegnare ad ogni singolo titolo facente parte delle selezioni. Anche in questo caso, si creeranno per ogni selezione due portafogli con due pesistiche diverse: la prima assegnerà ad ogni titolo lo stesso peso mentre nel secondo caso i pesi decresceranno

con la diminuzione del saldo di ogni singolo titolo, consentendo quindi di dare maggiore importanza ai titoli con ranking migliori. Successivamente, si osserveranno per tutte e due i tipi di portafogli così formati, la performance su tre orizzonti temporali: dopo 3 mesi, 6 mesi e infine 1 anno. Prima tuttavia di cominciare tale fase del lavoro è bisogna stabilire un numero uguale di titoli da inserire in ogni portafoglio: osservando le sei selezioni si è deciso di prendere 9 titoli per formare ogni portafoglio per evitare di inserire, nel portafoglio con massimizzazione della performance più accentuata titoli con saldo dei flussi di preferenza negativo e quindi complessivamente sempre scartato rispetto agli altri.

- **Portafoglio con titoli ugualmente pesati:**

Essendo il numero dei titoli compresi in ogni portafoglio pari a 9 ed essendo per questo studio non consentita la vendita allo scoperto, il peso sarà pari a $1/9$.

$$w_i = 1/9 = 0.11$$

$$\text{con } \sum_{i=1}^9 w_i = 1$$

Dove w_i rappresenta il peso assegnato all' i-esimo asset del portafoglio.

- **Portafoglio con pesi decrescenti**

Il secondo tipo di pesistica proposta per la costruzione dei portafogli assegna ad ogni titolo un peso che decresce man mano che i singoli asset scendono di ranking all'interno di ogni singola selezione. In questo modo i titoli con ranking migliore saranno quelli con un peso maggiore rispetto agli asset più in basso nel ranking. I pesi in questo caso saranno assegnati allo stesso modo per ogni selezione secondo la seguente Tabella:

Tabella 23: pesi decrescenti per misurazione performance portafogli

Rank	Pesi
1	0,2

2	0,15
3	0,15
4	0,15
5	0,1
6	0,1
7	0,05
8	0,05
9	0,05

La scelta come si può vedere è caduta su una suddivisione a scaglioni dei pesi, dettata soprattutto dal basso divario tra i titoli relativamente ai flussi di preferenza trovati con il metodo PROMETHEE. Ciò ha reso difficile pesare in modo diverso ogni singolo asset e si è preferito optare per una soluzione che formasse delle “fasce” di pesi, dando comunque importanza al titolo che si trova in prima posizione nel ranking, il quale presenta un peso diverso da quelli dei titoli sottostanti.

I pesi definiti per i due tipi di portafoglio verranno quindi applicati ai titoli selezionati nei sei casi analizzati nel paragrafo e verranno osservate poi i rendimenti di ogni portafoglio per osservarne le performance.

4.2.3. Analisi della performance

I portafogli così formati devono a questo punto essere analizzati per comprenderne le diverse performance. I portafogli verranno analizzati secondo tre orizzonti temporali:

- 3mesi
- 6 mesi;
- 1 anno;

Per tutti e tre le opzioni la data di inizio di detenzione del portafoglio è il 31/08/2015. L’analisi che si condurrà prevede dunque tre orizzonti temporali di breve/medio periodo i quali tuttavia possono dare un’idea generale delle diverse performance ottenute grazie all’utilizzo dell’approccio multi-

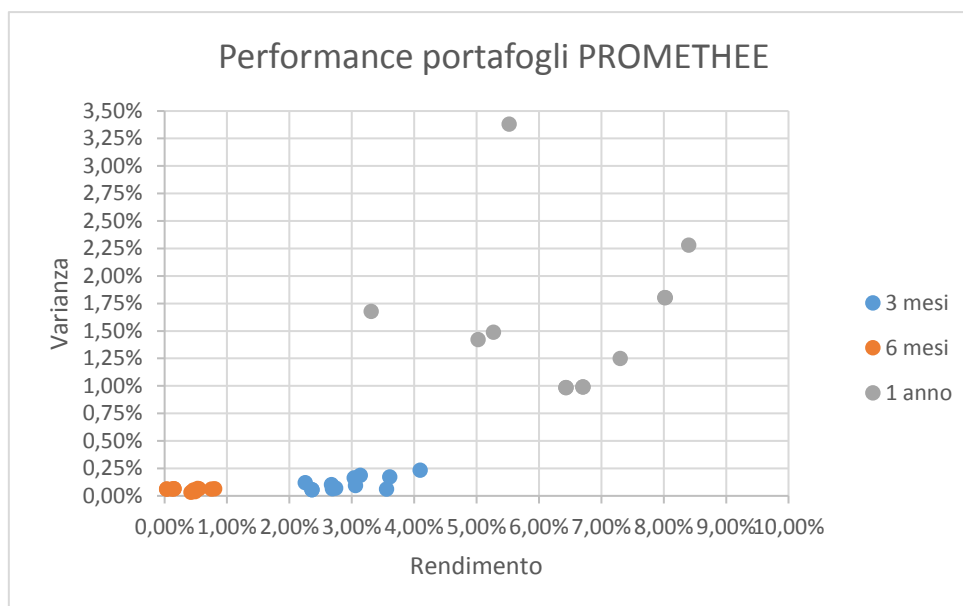
criteriale. Inoltre, le due diverse pesistiche utilizzate variano ancor di più gli scenari possibili, consentendo la creazione di diverse strategie per l'allocazione di risorse. Di seguito viene presentata, in Tabella 23, la performance e la corrispettiva varianza dei portafogli per i tre diversi orizzonti temporali considerati:

Tabella 24: rendimento e varianza portafogli per i 3 orizzonti temporali considerati

	Portafoglio											
	1		2		3		4		5		6	
	Equi.	Decr.	Equi.	Decr.	Equi.	Decr.	Equi.	Decr.	Equi.	Decr.	Equi.	Decr.
Rend. 3mesi	2,69%	3,04%	3,56%	3,61%	2,74%	3,14%	2,36%	2,26%	3,06%	4,10%	2,36%	2,68%
Var. 3 mesi	0,07%	0,17%	0,06%	0,17%	0,07%	0,19%	0,06%	0,12%	0,10%	0,23%	0,06%	0,10%
Rend. 6 mesi	0,12%	0,75%	0,15%	0,53%	0,15%	0,80%	0,03%	0,42%	0,49%	0,47%	0,03%	0,55%
Var. 6 mesi	0,06%	0,06%	0,07%	0,07%	0,07%	0,07%	0,06%	0,03%	0,04%	0,05%	0,06%	0,07%
Rend. 1 anno	6,43%	8,02%	5,27%	8,40%	6,44%	8,03%	6,71%	5,03%	3,31%	5,53%	6,71%	7,31%
Var. 1 anno	0,99%	1,80%	1,49%	2,28%	0,99%	1,81%	0,99%	1,42%	1,68%	3,38%	0,99%	1,25%

Dai dati in Tabella 24 si può vedere come i due portafogli che presentano una struttura dei pesi per i criteri focalizzata sulla massimizzazione della performance (portafogli 2 e 5) siano quelli con un rendimento maggiore, a fronte tuttavia di una rischiosità altrettanto maggiore. Per quanto riguarda l'ultimo orizzonte temporale, interessante è il risultato del portafoglio 4, dove il criterio con maggior peso è quella relativo alla market capitalization, il quale ottiene un rendimento maggiore di tutte le altre opzioni con una bassa varianza, indice quindi di una rischiosità non troppo elevata. Lo stesso non si può dire per esempio del portafoglio 5 dove la massimizzazione della performance è accompagnata anche da una varianza elevata. La successiva Figura 12 permette di osservare tali risultati in modo visivo.

Figura 12: descrizione grafica performance portafogli



Dal grafico si può vedere come per le prime due serie, cioè la performance dei portafogli per 3 e 6 mesi i risultati siano tutti concentrati con valori di rendimento e varianza compresi in un range di valori poco esteso. La stessa cosa non si può dire per l'ultima serie di dati, quella relativa alla performance a 1 anno dei portafogli, dove troviamo più dispersione dei risultati.

L'ultima fase di questa analisi riguarda il confronto di questi portafogli sia per la composizione sia per la performance, con un portafoglio costruito secondo l'approccio media varianza di Markowitz. L'obiettivo infatti è quello di osservare le differenze tra i due approcci all'ottimizzazione di portafoglio per cercare di comprendere in che modo un approccio multi-criteriale possa aiutare il decisore nelle scelte di allocazione.

4.2.4 Costruzione del portafoglio media-varianza

I portafogli appena costruiti con il metodo PROMETHEE verranno, in questo paragrafo conclusivo, confrontati con un portafoglio costruito grazie all'approccio media varianza di Markowitz. Il confronto avviene in quanto è utile a questo punto dell'analisi osservare le differenze tra i due tipi di approcci e

analizzare in che modo il metodo PROMETHEE permetta di raggiungere un miglior risultato in termini di rendimento e rischio.

La costruzione del portafoglio di media varianza è stata compiuta consentendo la vendita allo scoperto, eliminando quindi la limitazione sui pesi da assegnare ai singoli titoli, per evitare che si assegnassero a pochi titoli pesi eccessivamente grandi, limitando quindi la diversificazione del portafoglio. Il portafoglio è stato formato con l'utilizzo funzione *quadprog* del software MATLAB. Il risultato è il seguente ed è presentato nella Tabella 24 dove ad ogni singolo titolo è stato assegnato il corrispettivo peso:

Tabella 25: pesi utilizzati per portafoglio media-varianza

Markowitz	Pesi
A2A	0,07
Atlantia	-0,17
Azimut	-0,06
B. Mediolanum	0,02
B. Montep. Di Siena	0,03
B. Pop. Emilia	-0,11
B. pop. Milano	0,10
Banco popolare	-0,01
Buzzi Unicem	-0,05
Campari	0,20
Enel	-0,42
Eni	0,22
Generali	0,11
Intesa S. Paolo	-0,11
Italcementi	0,19
Leonardo Finmecc.	0,00
Luxottica	-0,04
Mediaset	-0,11
Mediobanca	0,11
Recordati	-0,11
Saipem	-0,08
Snam	0,58
Stmicroelectronics	0,00
Telecom Italia	0,13
Tenaris	-0,05
Terna	0,57
Ubi banca	0,05

Unicredit	0,00
Unipolsai	-0,06

La prima differenza che si nota è sicuramente il numero di titoli da cui è formato il portafoglio, il quale comprende quasi tutti i titoli considerati. Tuttavia anche qui alcuni titoli sono stati esclusi dalla selezione, in particolare:

- Leonardo-Finmeccanica;
- Stmicroelectronics;
- Unicredit.

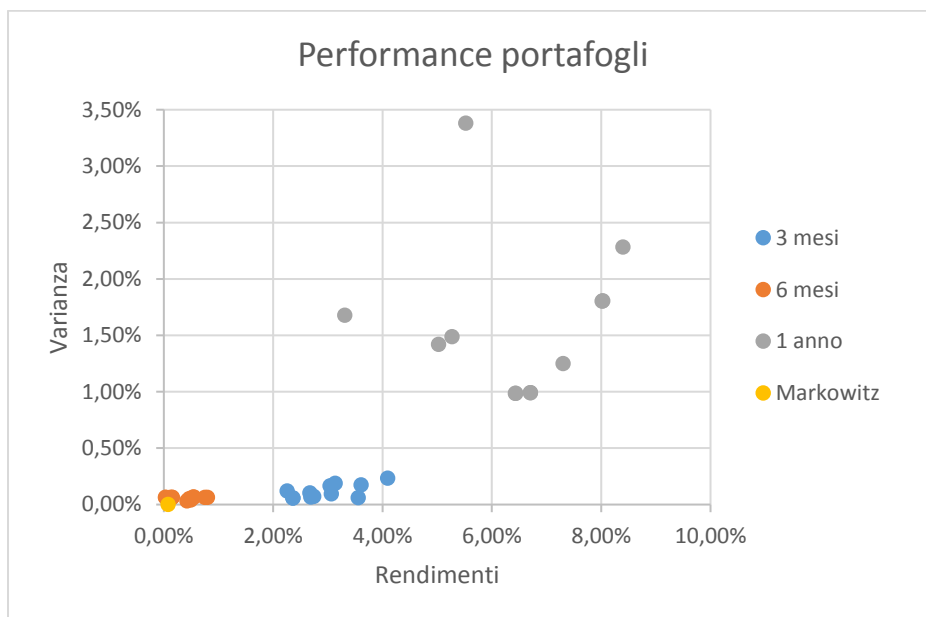
Inoltre, titoli come A2A, Banca Mediolanum e Monte dei paschi vengono compresi nella selezione con un peso molto piccolo, caratteristica che riprende lo scarso ranking ottenuta da questi titoli anche nelle selezioni con approccio multi-criteriale. Un'altra caratteristica simile, relativa ai pesi assegnati da entrambi gli approcci, è quella relativa ai titoli che hanno un'importanza maggiore sia con il metodo PROMETHEE sia con il metodo media varianza. I titoli in questione sono Terna e Snam, i quali nel portafoglio media-varianza ottengono i pesi più elevati, rispettivamente 0,57 e 0,58, mentre nelle selezioni multi-criteriali raggiungono le posizioni migliori nei diversi ranking. Ultima considerazione è quella relativa ai titoli ai quali, nell'approccio media-varianza, vengono assegnati pesi negativi in quanto vengono venduti allo scoperto dall'investitore. Sebbene non consentita nel mercato tale semplificazione si è resa necessaria in quanto altrimenti, secondo questo approccio, si sarebbe formato un portafoglio con due o al massimo tre titoli a cui sarebbero stati assegnati pesi elevati. In questo modo, nonostante la semplificazione fatta è possibile confrontare i due approcci, sebbene la strategia adottata è diversa.

Definita la composizione del portafoglio, è necessario, al fine di confrontare i diversi portafogli formati, analizzare la performance del portafoglio "alla Markowitz", affiancandolo a quelle determinate con il metodo PROMETHEE

per osservarne le differenze più importanti e stabilire, qualora si possa fare, quale dei due approcci può in qualche modo essere considerato il migliore per allocare le proprie risorse finanziarie.

Nella Figura 13 viene aggiunta alla performance dei portafogli ottenute nel paragrafo precedente, la coppia di valori di rendimento e rischio per il portafoglio media-varianza:

Figura 13: confronto performance portafogli



Come si può osservare i due approcci danno risultati interessanti da analizzare. Il portafoglio di Markowitz, per il quale il periodo considerato è lo stesso di quelli costruiti con il metodo PROMETHEE, il rendimento è pari a 0,08% con una varianza minima pari a 0,001%. Tali valori sono paragonabili con le coppie di rendimento e rischio dei portafogli ottenuti con il metodo PROMETHEE con orizzonte temporale di 6 mesi. Sia per i portafogli con approccio multi-criteriale a 3 mesi ed 1 anno i rendimenti sono maggiori a fronte tuttavia di un maggior rischio da sostenere.

Osservando dunque il grafico, possiamo considerare i due approcci come due strategie di allocazione delle risorse diverse, specialmente a lungo termine. Infatti se il portafoglio di Markowitz consente di minimizzare il rischio

del portafoglio a fronte di un basso rendimento, è chiaro come il metodo PROMETHEE sia in grado di raggiungere performance migliore dal lato del rendimento, dovendo però sostenere un maggior rischio per l'investimento che si dovrà compiere per costruire i diversi portafogli.

In conclusione possiamo definire i due approcci diversi sotto molti aspetti, soprattutto per quanto riguarda la composizione dei portafogli vista in precedenza, e in generale portano a diverse strategie per l'allocazione di risorse finanziarie. Tuttavia entrambi gli approcci considerano gli stessi titoli come i più importanti per la formazione dei portafogli, i quali dunque possiamo considerare come i più performanti all'interno del paniere di titoli considerato in questo studio. Infine, non si può stabilire quale delle due strategie sia la più consona a raggiungere una performance migliore anche se con il metodo PROMETHEE è chiaro come si possano ottenere rendimenti più alti nel caso in cui si voglia adottare una strategia più aggressiva dal lato della rischiosità, la quale comunque non ha registrato valori di troppo elevati nei diversi portafogli multi-criteriali.

Conclusioni

Il lavoro appena svolto aveva come fine quello di osservare possibili differenze tra due tipi di approcci all'ottimizzazione di portafoglio, quello multi-criteriale e quello di media-varianza. Nella prima fase si è voluto compiere una review che spiegasse il passaggio da un tipo di approccio, incentrato sull'ottimizzazione di due variabili, considerate le uniche determinanti la performance di portafoglio, e un altro tipo di approccio, definito multi-criteriale, il quale invece consentiva non solo di aggiungere variabili importanti per il decisore e permetteva di determinare preferenze su di esse. I risultati ottenuti sicuramente evidenziano le differenze tra i due approcci soprattutto per la composizione dei diversi portafogli sia per le performance ottenute. E' chiaro come il metodo multi-criteriale consenta di specificare proprie preferenze per l'allocazione di risorse e quindi di adottare una strategia che ricalchi le direttive scelte, considerate quelle migliori per raggiungere l'obiettivo di performance desiderato, con la possibilità tuttavia di cambiare preferenze in qualsiasi momento nel. Dall'altro lato tuttavia il metodo media varianza permette una strategia che, sebbene non consenta di raggiungere rendimenti elevati, minimizza la rischiosità di portafoglio, caratteristica che può essere preferita da investitori con un'alta avversione al rischio.

Bibliografia

- Adel Guitouni, J.-M. M. (1998). Tentative guidelines to help choosing an appropriate MCDA method. *European Journal of Operational Research*, 501-521.
- Amir Albadvi, S. K. (2006). Decision making in stock trading. An application of PROMETHEE. *European Journal of Operational Research*, 673-683.
- Branka Marasovic, Z. (2011). Two-step multi-criteria model for selecting optimal portfolio. *International Journal Production Economics*, 58-66.
- Carlos A. Bana e Costa, J.-M. D.-C. (2001). On the Mathematical Foundation of MACBETH. In S. G. Jose Figueira, *Multiple criteria decision analysis : state of the art surveys* (p. 409-437). Springer-Verlag.
- Constantin Zopounidis, M. D. (2002). Multi-criteria Decision Aid in Financial Decision Making: Methodologies and Literature Review. *Journal of Multi-criteria Decision Analysis*, 167-186.
- J.P. Brans, P. V. (1985). A Preference ranking Organization Method. *Management Science*, 647-656.
- Jaap Spronk, R. E. (1997). Multicriteria Decision Aid/Analysis in Finance. In S. G. Jose Figueira, *Multiple criteria decision analysis : state of the art surveys* (p. 799-848). Springer-Verlag.
- Jean-Pierre Brans, B. M. (1985). Promethee methods. In S. G. Jose Figueira, *Multiple criteria decision analysis : state of the art surveys* (p. 163-186). Springer-Verlag.
- Jose Figueira, S. G. (2005). *Multiple criteria decision analysis : state of the art surveys*. Springer-Verlag.
- Majid Behzadian, R. K. (2010). PROMETHEE: A comprehensive literature review on methodologies and applications. *European Journal of Operational Research*, 198-215.
- Matthias Ehrgott, K. K. (2004). An MCDM approach to portfolio optimization. *European Journal of Operational Research*, 752-770.
- Petter N. Kolm, R. T. (2014). 60 Years of portfolio optimization: Practical challenges and current trends. *European Journal of Operational Research*, 356-371.
- Roy, B. (2005). Paradigms and Challenges. In S. G. Jose Figueira, *Multiple criteria decision analysis : state of the art surveys* (p. 3-24). Springer-Verlag.
- Saaty, T. L. (1996). The Analytic Hierarchy and Analytic Network Processes for the Measurement of Intangible Criteria and for Decision-Making. In S. G. Jose Figueira, *Multiple criteria decision analysis : state of the art surveys* (p. 345-405). Springer-Verlag.

- Vincent Mousseau, B. R. (1965). Electre Methods. In S. G. Jose Figuera, *Multiple criteria decision analysis : state of the art surveys* (p. 133-153). Springer-Verlag.
- Winfried Hallerbach, J. S. (2002). The Relevance of MCDM for Financial Decisions. *Report Series Research In Management*, 23.
- Yannis Siskos, E. G. (2002). UTA Methods. In S. G. Jose Figueira, *Multiple criteria decision analysis : state of the art surveys* (p. 297-334). Springer-Verlag.
- Zoran Babic, N. P. (1996). Ranking of enterprises based on multicriteria analysis. *International journal of production economics*, 29-35.

Indice delle figure

Figura 1 Frontiera efficiente	22
Figura 2 Frontiera efficiente senza vendita allo scoperto	23
Figura 3 Frontiera efficiente con vendita allo scoperto	24
Figura 4: Funzione di preferenza usual criterion	39
Figura 5: Funzione di preferenza Quasi-criterion	40
Figura 6: Funzione di preferenza Criterion with linear preference	40
Figura 7: Funzione di preferenza level criterion	41
Figura 8: Funzione di preferenza criterion with linear and indifference area	42
Figura 9: Funzione di preferenza gaussian criterion	43
Figura 10: Esempio di value outranking graph	44
Figura 11: Esempio di value outranking graph	45
Figura 12: descrizione grafica performance portafogli	79
Figura 13: confronto performance portafogli	82

Indice delle tabelle

Tabella 1: Elenco di titoli azionari inclusi nell'analisi	53
Tabella 2: Rendimento, Volatilità, Asimmetria, Curtosi e Test Jaque-Bera per i titoli considerati (06/07/2007-26/08/2016)	55
Tabella 3: Criteri e soglie utilizzati nell'analisi empirica	61
Tabella 4: Pesi utilizzati per prima selezione	62
Tabella 5: Ranking dei titoli per prima selezione	62

Tabella 6: Selezione titoli per primo portafoglio	63
Tabella 7: pesi utilizzati per seconda selezione	64
Tabella 8: Ranking titoli per seconda selezione	64
Tabella 9: Selezione titoli per secondo portafoglio	65
Tabella 10: Pesi utilizzati per terza selezione	66
Tabella 11: Ranking titoli per terza selezione	66
Tabella 12: selezione titoli per terzo portafoglio	67
Tabella 13: pesi utilizzati per quarta selezione	68
Tabella 14: ranking titoli per quarta selezione	68
Tabella 15: selezione titoli per quarto portafoglio	69
Tabella 16: pesi utilizzati per quinta selezione	69
Tabella 17: ranking titoli per quinta selezione	70
Tabella 18:selezione titoli per quinto portafoglio	71
Tabella 19: pesi utilizzati per sesta selezione	71
Tabella 20:ranking titoli per sesta selezione	72
Tabella 21: selezione titoli per sesta portafoglio	73
Tabella 22: composizione portafogli costruiti con metodo PROMETHEE	74
Tabella 23: pesi decrescenti per misurazione performance portafogli	76
Tabella 24: rendimento e varianza portafogli per i 3 orizzonti temporali considerati	78
Tabella 25: pesi utilizzati per portafoglio media-varianza	81