Università
Ca'Foscari
Venezia

Corso di Laurea magistrale
in Economia e Finanza

Tesi di Laurea

Ca' Foscari
Dorsoduro 3246
30123 Venezia

Longevity Risk: approccio Risk Management con estensione alle polizze LTC.

Relatore
Ch. Prof. Marco Corazza

Correlatore
Ch. Prof. Sartore Domenico

Correlatore
Ch. Prof.ssa Basso Antonella

Laureanda
Linda Toneguzzo
Matricola 821405

Anno Accademico
2012 / 2013

Dedico questi lunghi anni di scuola

ai miei genitori,

non solo per avermi dato l'amore e il sostegno economico necessari,

ma anche per aver sempre fermamente creduto

nell'importanza di una buona istruzione,

nonostante tutto.

Ringraziamenti

Al termine di questo lavoro di tesi vorrei ringraziare il professor Marco Corazza perché con il suo atteggiamento riflessivo ed ottimistico è riuscito a mantenermi "calma" fino a pochi giorni prima della conclusione di questo lavoro. È una persona di cui ho grande stima.

Mi "tocca" rinominare l'Annalì, che un super "grazie mamma!" se lo merita tutto (direi anche una laurea *honoris causa*!), nonché il Luciano, che anche se a volte sembra remar contro, in fondo so che mi vuole un sacco di bene (no papà?!).

Grazie alla nonna Antonietta, l'unica che in questi anni è sembrata ascoltarmi veramente nei miei discorsi/deliri sui derivati, sulle banche e sulla crisi economica!
Grazie ai nonni Pirin e Bruna perché le cene da loro dopo giornate di studio sono state per me una boccata d'ossigeno, nonché di sincero amore e tanta ilarità.

Grazie ai miei compagni di corso conosciuti in questi ultimi due anni a Venezia, è durata poco ma è stato bello lo stesso! Grazie a Xiù, a Cri, ad Andrea per la sopportazione di questo gruppo di "galline" e soprattutto a Sara (sei stata per me la sorpresa più bella incontrata a Venezia, spero di non perdere la tua amicizia in futuro).

Grazie alle storiche amiche di Ciccolino Giuly ed Erica, nonché a tutti gli altri amici ed amiche che ho conosciuto in questi anni e con i quali ho condiviso fino ad oggi stupendi momenti. Grazie a Fede, Martina, Fra, Flo , Fabio e tutti gli altri.

Ed in ultimo, ma ultimo soltanto per lasciargli il posto riservato ed esclusivo che si merita, grazie Mattiiiiiiiiiiiii! Questi sette anni con te mi hanno dato l'equilibrio giusto per portare avanti un progetto come questo, nonché per tutto il RESTO (parola che solo io e te sappiamo colorare di significato) che mi ha resa felice fin'ora e che spero possa continuare il più a lungo possibile.

Grazie anche a tutti coloro che non ho esplicitamente nominato, ma che sanno di essermi stati accanto e di avermi donato qualcosa di prezioso in questi anni.

Venezia, 24 giugno 2013

INDICE

INTRODUZIONE **3**

CAPITOLO 1 - Il *longevity risk* **11**

Introduzione al capitolo 11

1.1 L'evoluzione della mortalità 11

1.2 Il *longevity risk* sotto varie prospettive 17

1.2.1 La prospettiva dei singoli individui 18

Rendite vitalizie 22

Rendite immediate 26

Rendite differite 28

1.2.2 La prospettiva degli emittenti di schemi previdenziali privati 31

1.2.3 La prospettiva degli assicuratori e dei riassicuratori 36

Trasferimento del *longevity risk* al mercato finanziario 39

Il caso Singapore 52

CAPITOLO 2 - Approccio RM **57**

Premessa 57

2.1 La dinamica della mortalità 59

2.2 Approccio RM 70

2.2.1 Identificazione 71

2.2.2 Quantificazione 75

Caso esemplificativo: rischio e solvibilità in un portafoglio di rendite vitalizie. 83

2.2.3 Azioni di RM 88

CAPITOLO 3 - Assicurazioni *Long Term Care* **97**

Premessa 97

3.1 Prestazioni LTC 98

3.2 Rischio demografico nella assicurazioni LTC 116

3.3 Il modello probabilistico 120
3.4 Costruzione del set di scenari 126
3.5 Il modello di rischio 130
3.5.1 Modello di rischio basato sulla funzione di perdita 131
3.5.2 Modello di rischio basato sulla riserva di rischio 141
CAPITOLO 4 – Applicazione 149
Introduzione al capitolo 149
4.1 Ipotesi di lavoro ed obiettivo dell'analisi 150
4.2 Analisi di sensitività 161
CONSIDERAZIONI FINALI 167
Riferimenti bibliografici 173

INTRODUZIONE

"People will soon live twice as long as today,
and have the potential to live for 1200 years"
John Harris,
Scientist and Member of UK Human Genetics Commission
as reported in The Sunday Times 25 June 2000.

La speranza di vita è un indice statistico che esprime il numero medio di anni di vita di un individuo all'interno di una certa popolazione. Essa è costantemente aumentata nell'ultimo secolo nella maggior parte dei Paesi sviluppati, superando in molti casi gli 80 anni. Si è dimostrato in particolare che nei Paesi più longevi, la speranza di vita alla nascita ha conosciuto un miglioramento incredibilmente lineare a partire dal 1840 per arrivare ai giorni nostri, con un tasso di circa tre mesi all'anno. Il fatto che questa crescita delle aspettative di vita sia così lineare e non sembri ad oggi manifestare battute di arresto, porta i medici a concludere che sia ancora lontano quello che si potrebbe definire come il "limite massimo della vita umana". Tra i fenomeni che maggiormente hanno contribuito ad aumentare le percentuali di sopravvivenza ad età avanzate, i medici indicano, dagli anni Venti del secolo scorso un miglioramento notevole nella speranza di vita nell'infanzia, e, dagli anni Settanta, il progresso medico e scientifico nella cura degli anziani. Citando le parole del giornalista finanziario Camillo Linguella nell'articolo "Speranza di vita: La legge l'allunga, la politica sanitaria l'accorcia", pubblicato l'11 febbraio 2013 nel blog Finanza.com [1] - "Lavarsi le mani prima dei pasti, fra le due guerre mondiali era ancora considerata una stravagante eccentricità. Poi ci sono stati i vaccini, gli antibiotici e tutte le altre cose che conosciamo. I demografi parlano giustamente di "*New Vital Rev*olution", di una nuova rivoluzione demografica. Il passaggio dall'età media di 30 anni, quando l'uomo si è affacciato sulla ribalta della storia, agli 80 anni circa di oggi, ha dello stupefacente. Il prossimo indice viene indicato pacificamente sui 110 anni" -.

[1] Articolo scaricabile da: http://previdenzacomplementare.finanza.com/2013/02/11/speranza-di-vita-la-legge-lallunga-la-politica-sanitaria-laccorcia.

Si tratta di un sicuro progresso, giustamente sottolineato nei rapporti sulla salute pubblica e sulle condizioni socioeconomiche dei diversi Paesi, ma che pone tuttavia una serie di problematiche sia a livello individuale che a livello collettivo.

Ecco perché l'affermazione di un illustre scienziato come quella riportata in *incipit*, di per sé positiva e benaugurante per il genere umano, può paradossalmente risultare scomoda se considerata alla luce della conseguente urgenza cui pone di fronte gli individui, i governi, e molte imprese pubbliche e private, tra le quali soprattutto le imprese di assicurazione, i fondi pensione e gli enti di previdenza. Si tratta della necessità di far fronte in modo sempre più consapevole ed organizzato ad una tipologia di rischio "relativamente nuova", sia nel panorama assicurativo, che in generale nel sentire comune delle persone: il rischio che le aspettative di vita ad età avanzata possano essere tradite, ma non nel senso che esse si rivelino più ottimistiche di quelle effettive (illusione che parrebbe più ovvia da considerarsi come evento negativo), bensì nel senso contrario, ossia che si vivrà di più di quanto ci si possa aspettare. La tipologia di rischio in questione viene definita in letteratura "*longevity risk*", rischio di longevità, e negli ultimi anni ha attratto l'attenzione di numerosi studiosi e non solo[2].

Si tratta di una tipologia di rischio trasversale, che riguarda il singolo alla ricerca di strategie che gli permettano di ridurre o preferibilmente eliminare il rischio di sopravvivere alle proprie "ricchezze" e quindi di dover ridurre drasticamente i propri standard di vita dopo il pensionamento, ma che riguarda anche i governi, costretti a provvedere in anticipo alla copertura finanziaria delle future prestazioni garantite dal sistema previdenziale pubblico rese via via più onerose dal configurarsi di una popolazione nazionale sempre più "anziana", ed infine riguarda in generale tutte quelle imprese (compagnie di assicurazione, fondi pensione ed imprese private che sponsorizzano piani pensionistici aziendali a prestazione definita[3]) per le quali il *longevity risk* costituisce un problema finanziario crescente, in quanto le espone alla possibilità che il valore attuale delle promesse pensionistiche fatte e dei pagamenti

[2] Come testimonia l'istituzione della conferenza internazionale sul *longevity risk* - *International Longevity Risk and Capital Market Solutions Conference* - che dal 2005 si tiene ogni anno in una diversa città del mondo occidentale e che riunisce leader del settore assicurativo, rappresentanti dell'ambiente accademico nonché *policy makers* da tutto il mondo allo scopo di aggiornare continuamente il settore assicurativo con i più avanzati metodi di riconoscimento, rappresentazione, quantificazione e soprattutto gestione del rischio di longevità, prendendo in esame gli impatti e le reazioni del mercato.

[3] Per la definizione di "piani pensionistici a prestazione definita" si rinvia alla nota n. 12.

rateali delle rendite vitalizie emesse, si possa rivelare più elevato di quello atteso a causa di flussi in uscita previsti per una durata estremamente incerta.

Al cuore della questione della crescente longevità umana come problema per l'individuo e per la società, c'è l'incertezza sul tasso di miglioramento futuro dell'aspettativa di vita. L'incertezza cui ci si riferisce, non è certo quella sulla direzione della mortalità ad età avanzata (data in diminuzione all'unanimità da parte di tutti gli studiosi e le teorie demografiche), bensì quella sulla velocità e sull'intensità della diminuzione di lungo periodo della stessa. Se da una parte tutti si attendono (quasi con certezza) che un sessantacinquenne domani avrà un'aspettativa di vita più lunga di quella di un coetaneo oggi, dall'altra vi sono opinioni (e teorie) discordi sul *quantum* dell'allungamento di tale aspettativa. Si tratta di un interrogativo che spalanca le porte alla tematica delle previsioni demografiche e delle problematicità ad esse associate, *in primis* l'assenza ancor oggi di un modello di previsione della mortalità stocastico universalmente riconosciuto ed accettato.

L'incertezza di cui si è detto, se analizzata più in dettaglio, fa emergere il fatto che il rischio non è solo sul *quantum* dell'allungamento atteso della speranza di vita, bensì anche su quanta parte di tale allungamento si prevede sarà vissuta in condizioni di salute e quanta parte in condizioni di non autosufficienza, a causa del manifestarsi delle fisiologiche patologie della vecchiaia. Ecco allora che accanto al rischio di longevità si colloca il cosiddetto "rischio di invalidità senile", entrambi di "difficile" gestione in quanto si configurano come rischi sistematici impossibili da governare secondo l'ottica classica della gestione assicurativa, la quale prevede la condivisione dei rischi assicurativi in una popolazione di teste sufficientemente ampia e quindi una trasformazioni di rischi puri in rischi finanziari[4]. Il rischio di invalidità senile va ad "aggravare" ulteriormente la situazione di incertezza già creata dal rischio di longevità. La possibilità per l'individuo di sopravvivere alle proprie ricchezze diviene infatti

[4] Si definiscono "rischi puri" (o anche "assicurativi") i rischi che hanno una manifestazione unidirezionale, nel senso che si palesano al verificarsi di eventi che producono esclusivamente effetti negativi; la loro gestione è oggetto specifico dell'attività assicurativa, definibile in prima approssimazione, come l'attività di trasformazione dei rischi puri per le unità di domanda (gli assicurati) in rischi speculativi per le unità di offerta (compagnie di assicurazione), secondo una logica di gestione in *pool*. I "rischi finanziari" (o anche "speculativi"), presentano invece una duplice manifestazione, essendo legati al verificarsi di eventi che producono effetti positivi o negativi di diversa intensità. Essi sono indissolubilmente connaturati all'attività finanziaria, poiché questa implica il trasferimento, nel tempo e/o nello spazio, di "valori" (mezzi di pagamento e strumenti finanziari) per ciò stesso mutevoli (Porzio et al., 2011).

ancora maggiore qualora si considera l'eventualità di dover far fronte anche a spese legate al bisogno di assistenza in età avanzata. Inoltre, nel momento in cui si ipotizza una popolazione nazionale non solo sempre più anziana, ma conseguentemente anche più bisognosa di cure sanitarie-assistenziali, pure la previsione di spesa pubblica per il sistema sanitario aumenta. La conversione "ordinata" di generici asset (ricchezze) in adeguati flussi di reddito garantiti per l'intero periodo di pensionamento, sta diventando dunque una questione sempre più importante per le popolazioni in fase di progressivo "invecchiamento" e per l'economia di molte nazioni.

La considerazione di queste problematiche e delle loro conseguenze sociali, economiche e sanitarie, in un contesto economico connotato da un progressivo spostamento delle strutture previdenziali e delle coperture assicurative sulla salute da impostazioni tecniche di tipo "collettivo" a modalità di finanziamento di tipo individuale, ha mosso principalmente l'intenzione di scrivere questo lavoro di tesi. La trattazione è pensata infatti per approfondire prima la questione del rischio di longevità, e poi anche del rischio di invalidità senile, trattando le strategie alternative oggi a disposizione dei vari soggetti esposti a tali rischi, a partire dal singolo individuo fino al riassicuratore di fondi pensione, con un occhio alle sfide che si presentano per il futuro. L'obiettivo è, seguendo i vari passaggi del virtuale trasferimento di tali rischi sistematici, l'esame delle conseguenze cui espongono ogni soggetto (privato o istituzione) che ne è (o se ne fa) portatore, e la sottolineatura dell'importanza della consapevolezza della loro esistenza nell'ottica di una quanto più possibile adeguata gestione della relativa posizione di rischio.
In particolare, si vuole dare conto del rilievo di tale consapevolezza dal punto di vista dell'emittente di rendite vitalizie (prodotti finanziari che si distinguono per la loro particolare adeguatezza nell'offrire agli individui copertura dal rischio di longevità) e/o di polizze *Long Term Care* (prodotti assicurativi pensati specificatamente per la copertura dal rischio di invalidità senile), consapevolezza che ben può materializzarsi nell'applicazione anche in ambito assicurativo di processi gestionali già ampiamente diffusi nell'ambito aziendale generale, ossia dei processi di *Risk Management*. Si tratta di processi da intendersi più che altro come un insieme di "linee guida" utili per una reinterpretazione, formale ed operativa, del processo assicurativo-riassicurativo,

necessaria a fronte del radicale mutamento del contesto operativo dell'assicurazione vita e malattia.

La trattazione si sviluppa su quattro capitoli.

Nel primo capitolo si introdurrà il *longevity risk* dopo una sintetica descrizione delle caratteristiche evolutive dello scenario demografico attuale nella maggior parte dei cosiddetti "Paesi sviluppati". Si presenteranno le alternative soluzioni che si offrono agli individui in risposta all'esigenza di protezione dal rischio esaminato, tra le quali le rendite pensionistiche offerte dal sistema previdenziale pubblico, gli schemi pensionistici aziendali ed infine (alternativa destinata ad assumere sempre maggior rilievo) le varie tipologie di rendita vitalizia rese disponibili dalle compagnie di assicurazione (si offrirà in particolare una panoramica dei principali prodotti di *retirement income* offerti nei mercati più all'avanguardia, come quello inglese e statunitense). Passando all'ottica degli emittenti di schemi previdenziali privati, si analizzeranno le più diffuse operazioni di *de-risking* dei relativi piani a prestazione definita (quali i *buy-in* e i *buy-out*), nonché le più recenti forme di *insurance longevity transaction* che coinvolgono l'uso di derivati finanziari (quali i *longevity swap*). Giungendo all'ultima parte della virtuale catena di trasferimento del *longevity risk* di cui si è detto, dopo un accenno alla tradizionale (ma non più sufficiente) copertura ottenuta dagli assicuratori mediante contratti di riassicurazione, si sviluppa infine la questione della condivisione del rischio di longevità con l'intero mercato finanziario (tramite i cosiddetti "*survivor derivatives*" e gli strumenti di "*Insurance-Linked Securitization*"). In particolare, si esaminerà il possibile ruolo che i governi potranno avere nel dare impulso allo sviluppo del mercato privato di prodotti finanziari di copertura contro la longevità (mercato che soffre delle problematiche di cui si dirà nel capitolo) attraverso la costruzione di indici di longevità sufficientemente "credibili" e l'emissione dei cosiddetti "*longevity bond*". Si presenterà in conclusione di capitolo il caso delle recenti riforme previdenziali portate avanti dal governo di Singapore, come esempio di partecipazione attiva di un'istituzione pubblica nella promozione (almeno in una fase iniziale) dello sviluppo del mercato nazionale della longevità.

Nel secondo capitolo si vedrà come le variazioni in ambito demografico di cui si è detto abbiano in tempi recenti contribuito all'evoluzione della matematica attuariale. Il progressivo emergere della consapevolezza dell'esistenza di trend di miglioramento dell'andamento della sopravvivenza umana ha infatti fatto traballare la solidità dei tradizionali modelli di tecnica attuariale, tecnicamente rigorosi ma non più sufficienti di fronte ai nuovi scenari e alle conseguenti nuove necessità di calcolo e di documentazione. Si descriverà dunque il passaggio dall'utilizzo esclusivo di "tavole di periodo" (le quali sottendono un concetto di "mortalità statica") all'uso di "tavole proiettate" che, basandosi sull'accettazione della natura dinamica della mortalità, cercano di anticiparne l'evoluzione. Nell'ambito dei modelli di proiezione della mortalità ci si soffermerà su quelli basati su metodi estrapolativi, distinguendo in particolare tra quelli più classici (che si limitano ad interpolare i trend di mortalità osservati in passato senza tener conto in alcun modo dell'incertezza nella previsione), e quelli di tipo stocastico (in grado di fornire una misura di tale incertezza attraverso la determinazione di intervalli di stima). Il radicato mutamento del contesto operativo dell'assicurazione vita e malattia, oltre che le regole introdotte dalla direttiva europea *Solvency II*, hanno fatto sì che all'evoluzione della matematica attuariale si accompagnasse l'apertura della tecnica assicurativa all'approccio suggerito dal *Risk Management* (RM). Nel resto del capitolo si affronteranno le varie fasi in cui si articola il processo di RM applicato nello specifico alla gestione del rischio di longevità. Si partirà dall'identificazione del *longevity risk* come la componente di tipo sistematico (a sua volta scomponibile in "rischio di parametro" e "rischio di modello") della macrocategoria del "rischio di sottoscrizione", contrapposta alla componente di tipo non sistematico (il cosiddetto "rischio di processo") facilmente gestibile tramite l'effetto *pooling*. Si proseguirà attraverso la fase di quantificazione del rischio, la quale guarda con favore ai modelli statistici di previsione della mortalità (e morbilità) che, sviluppati soltanto a partire dai primi anni Novanta del secolo scorso, tengono esplicitamente conto del rischio di deviazioni sistematiche dai valori attesi, fornendo strumenti di calcolo utili per la valutazione della solvibilità, per il *pricing* e per il calcolo delle riserve in tutti i prodotti affetti da *longevity risk*. Si analizzeranno i diversi approcci adottabili nell'analisi degli impatti economico-finanziari dell'evoluzione di lungo periodo della mortalità (in particolare l'approccio puramente deterministico, il

cosiddetto "*scenario testing*" e l'approccio stocastico), e si offrirà un caso esemplificativo dell'applicazione dell'approccio stocastico alla valutazione di solvibilità di un portafoglio di rendite vitalizie. Infine, nell'ambito della terza fase del processo di RM, che prevede l'analisi e la scelta delle azioni a disposizione dell'impresa di assicurazione per la gestione dei rischi associati al business aziendale, ci si soffermerà sulle diverse tecniche di copertura (mixabili a piacere secondo le esigenze della specifica compagnia) rappresentate dal cosiddetto "*natural hedging*", dalle strategie di *capital allocation* e dalla sottoscrizione di tradizionali contratti di riassicurazione (quali gli *Excess of Loss* e le *Stop-Loss reinsurance*).

Nel terzo capitolo si introdurrà una tipologia di prodotto assicurativo che ben si presta alle nuove esigenze create dall'evoluzione dei trend demografici e sociali in atto: le polizze *Long Term Care* (LTCI), contratti la cui prestazione è legata all'insorgere di uno stato di perdita dell'autosufficienza del beneficiario dovuta perlopiù a senescenza. Dopo una sintetica descrizione dell'organizzazione su tre pilastri del sistema italiano di assistenza ai non autosufficienti, e dei possibili contenuti delle prestazioni LTC, si esamineranno l'importanza della definizione del concetto di non autosufficienza nelle polizze in esame (approccio delle *Activities of Daily Living*) e le diverse tipologie di prodotto ad oggi esistenti sul mercato. Applicando nuovamente le linee-guida suggerite dall'approccio RM, si proseguirà con l'analisi del rischio demografico (cui l'emissione di tali polizze espone l'assicuratore), mettendone in evidenza la duplice natura: rischio di longevità e rischio di invalidità senile. Dapprima si introdurrà il modello multistato (usualmente adottato per rappresentare la storia assicurativa di un individuo nell'ambito di una polizza LTC) e la struttura probabilistica ad esso generalmente associata (la catena di Markov non omogenea a più stati), poi ci si soffermerà sulla costruzione di un set di ragionevoli scenari evolutivi (in grado di rispecchiare le varie teorie sull'evoluzione dell'invalidità senile), utile per l'impostazione di un modello di rischio che tenga conto dell'incertezza legata alle proiezioni di mortalità e invalidità. Infine, si presenteranno due esempi di modello di rischio in cui gli impatti monetari dei fenomeni aleatori di interesse (mortalità e invalidità senile) vengono quantificati sia sulla base di un approccio deterministico che stocastico (considerando due differenti grandezze di riferimento, la funzione di perdita di portafoglio e la riserva di rischio), e si metterà in

luce l'evidente sottostima dell'effettiva posizione di rischio dell'assicuratore nel caso di adozione di un modello prettamente deterministico.

Il quarto capitolo della trattazione è dedicato ad un'applicazione relativa alla quantificazione del rischio demografico di un portafoglio di polizze LTC di tipo *stand alone* secondo un approccio stocastico. Variando le ipotesi sugli *input* del modello di rischio, ossia il grado di credibilità attribuito a ciascuna proiezione combinata di mortalità ed invalidità senile (quindi a ciascuno scenario), si valuterà come ciò possa incidere sulla valutazione della posizione di rischio dell'assicuratore e sulle possibili conseguenze nelle scelte strategiche dello stesso (come la definizione del prezzo della polizza o dell'ammontare di riserva da accantonare).

CAPITOLO 1 - Il *longevity risk*

Introduzione al capitolo

In questo primo capitolo, dopo una sintetica descrizione della recente evoluzione che ha caratterizzato lo scenario demografico della maggior parte dei Paesi sviluppati, con particolare riferimento al fenomeno della diminuzione della mortalità ad età avanzate, ed un'introduzione alla particolare tipologia del rischio di longevità, si proveranno a seguire i vari passaggi del virtuale trasferimento del *longevity risk* da soggetti che se ne trovano esposti loro malgrado (gli individui e le imprese che in passato hanno sponsorizzato schemi previdenziali di tipo DB[5]), a soggetti che se ne fanno invece volontariamente portatori in virtù dell'oggetto della gestione caratteristica della loro attività di impresa (imprese di assicurazione, fondi pensione e compagnie di riassicurazione), o semplicemente come forma di diversificazione del loro investimento finanziario (*hedge fund* o investitori ILS specializzati). Nella parte conclusiva del capitolo si analizzeranno ostacoli ed incentivi allo sviluppo di un mercato efficiente di prodotti finanziari per la copertura dal *longevity risk* , con riferimento in particolare al ruolo che i governi possono assumere nella promozione dello stesso.

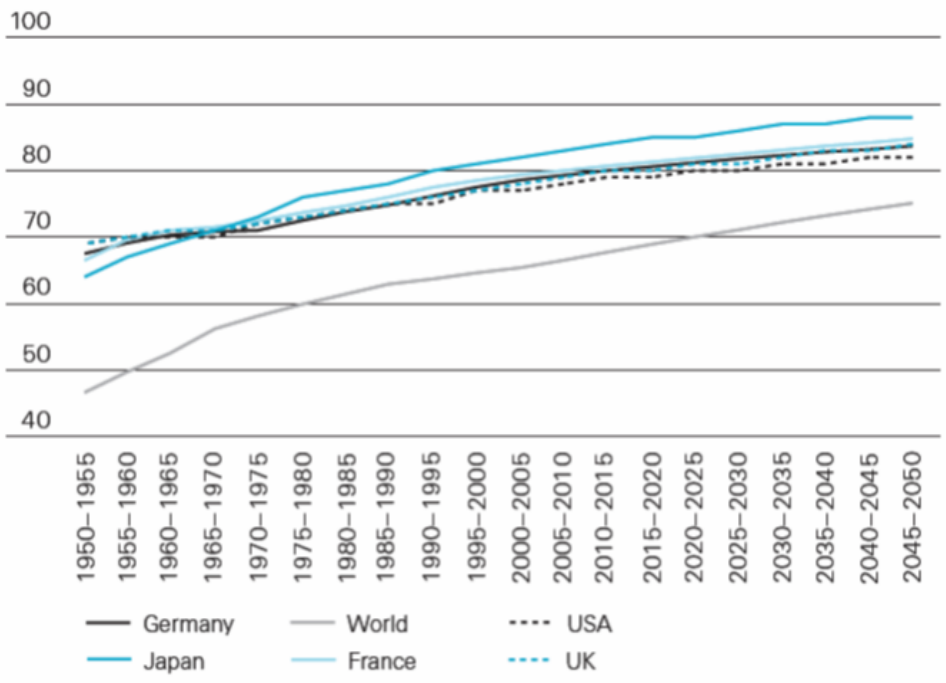
1.1 L'evoluzione della mortalità

Nelle aree caratterizzate da sistemi economici sviluppati è possibile rinvenire le tracce di un'ampia ricerca focalizzata sul trend di mortalità osservato nel corso dell'ultimo secolo, condotta da diversi soggetti a ciò interessati (dipartimenti pubblici di studi attuariali e previdenziali, istituzioni accademiche, ricercatori impegnati in studi empirici). I vari risultati conducono tutti alla medesima innegabile conclusione: le persone oggi stanno vivendo più a lungo di quanto non sia mai accaduto in passato. Significativi progressi in campo medico, standard di vita e condizioni igieniche migliori, abitudini di vita in generale più salutari, l'assenza di conflitti militari mondiali e di gravi crisi pandemiche sono alcune tra le principali caratteristiche ambientali responsabili dell'aumento delle aspettative di vita. Questo trend di crescita è condiviso

[5] Si rinvia al riguardo alla nota n. 12.

dalla maggior parte dei Paesi sviluppati; in tali aree si è infatti assistito negli ultimi due decenni ad un aumento di circa 1,2 mesi all'anno della speranza di vita. A livello globale l'aspettativa di vita alla nascita si è incrementata in media di 4,5 mesi all'anno durante la seconda metà del XX secolo (come riportato in Crawford, 2008). Di seguito si riporta un grafico che mostra il trend dell'aspettativa di vita registrato in alcuni Paesi membri *dell'Organisation for Economic Cooperation and Development* (OECD) nel periodo dal 1950 al 2004, e l'evoluzione attesa nei successivi 50 anni in base ai prospetti dell'*UN World Population*. Salta all'occhio come per il Giappone, nell'arco temporale considerato, la speranza di vita è data in crescita di 3,2 mesi all'anno in media per le donne e di 2,7 mesi all'anno per gli uomini.

Figura 1.1 – Aspettativa di vita alla nascita in vari Paesi.



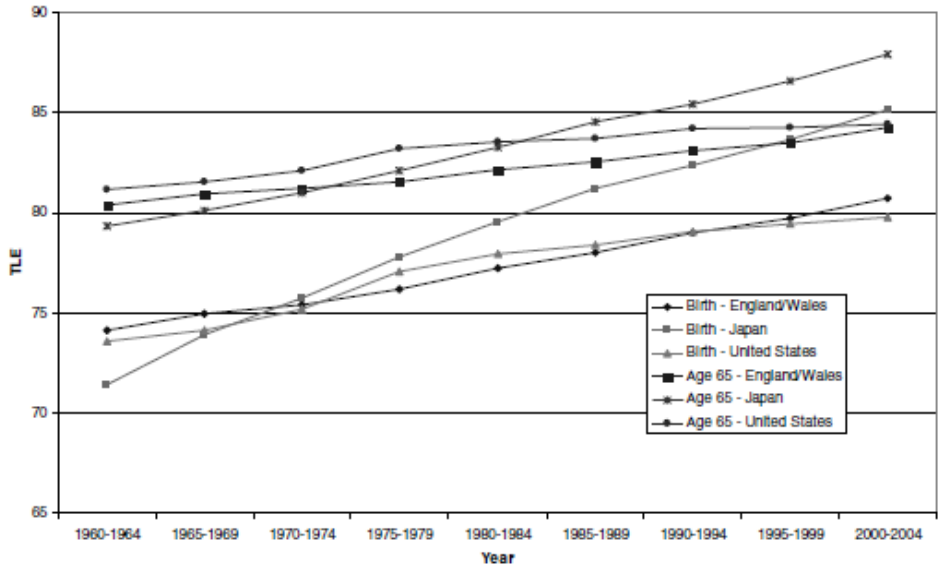
Fonte: United Nations, World Population Prospects, 2004 Revision.

Per dare un'idea dell'intensità del fenomeno, uno studio focalizzato sull'esperienza del Regno Unito mostra che l'aspettativa di vita alla nascita è oggi di 25 anni superiore a quella di 100 anni fa, equivalente ad un aumento nella speranza di vita di 3 mesi all'anno (Crawford, 2008).

Il calcolo della speranza di vita alla nascita comporta naturalmente la considerazione delle probabilità di decesso sull'intero arco della vita umana. Pertanto la vita attesa alla nascita tiene conto, in particolare, della mortalità infantile. Il trend di crescita di cui si è detto è spiegato quindi in buona parte anche da un forte decremento nei tassi di mortalità infantile a livello internazionale, concentrato nella prima metà del XX secolo per le aree più sviluppate. Tale trend interessa tutte le fasce d'età. A fini previdenziali ed assicurativi, appare però più significativa la considerazione della vita totale attesa ad età assegnate, ad esempio a 65 anni o successive (età di pensionamento per la popolazione maschile). Si osservi infatti che un aumento della vita attesa alla nascita è in generale riconducibile ad una diversa distribuzione delle probabilità di decesso alle varie età e quindi anche ad una possibile diminuzione della mortalità infantile. Al contrario, un aumento della vita attesa a 65 anni (o ad altra età anziana o comunque adulta) attesta invece l'incremento della "longevità" della popolazione (Pitacco, 2004). Se dal punto di vista dei demografi è quindi importante considerare l'aspettativa di vita totale alla nascita, per le compagnie di assicurazione risulta molto più interessante il cambiamento nello scenario demografico che interessa la popolazione assicurata (in età già adulta).

Il trend futuro della mortalità rimane comunque aleatorio, ma con riferimento ad età anziane tale aleatorietà è usualmente denominata col termine "*longevity risk*" e, come si vedrà nel prosieguo di questa trattazione, essa costituisce uno degli aspetti più delicati sotto il profilo attuariale dell'attuale scenario demografico.

Figura 1.2 – Confronto aspettativa di vita alla nascita e aspettativa di vita a 65 anni, Donne, Inghilterra e Galles, Giappone, Stati Uniti, dal 1960-1964 al 2000-2004.



Fonte: Human Mortality Database; 2000-2002 to 2000-2003 projected to 2004.

La figura sovrastante riferita ad un campione di sole donne in alcuni Pesi membri dell'OECD, testimonia che l'incremento dell'aspettativa di vita è un fenomeno che riguarda anche e soprattutto gli ultrasessantacinquenni.

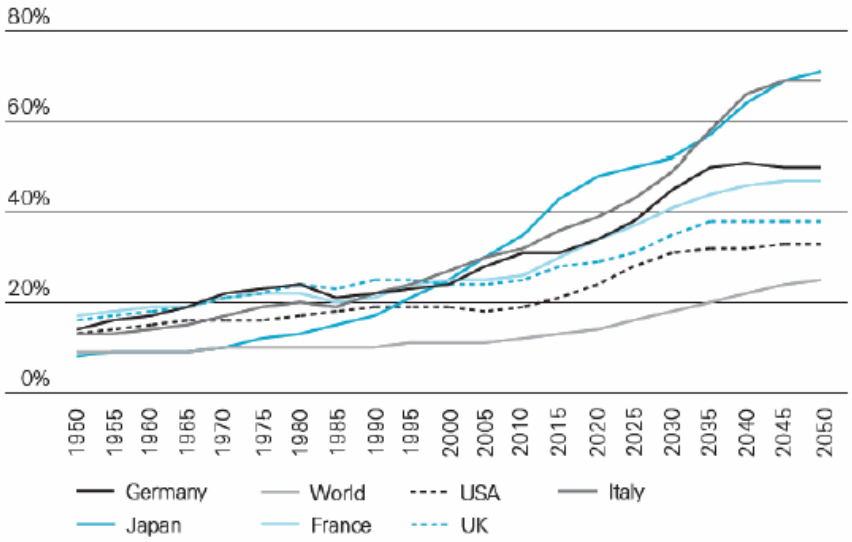
Nei Paesi sviluppati si hanno a disposizione numerosi dati a supporto del trend generale di aumento dell'aspettativa di vita della popolazione calcolato alla nascita, ma pochi sono i dati sufficientemente credibili per lo studio dello stesso fenomeno ad età avanzate. Si rende dunque necessario migliorare la raccolta e la gestione di informazioni sulla mortalità e sulla morbilità[6], anche con riferimento ad una più dettagliata scomposizione per cause degli stessi fenomeni; in questo modo si faciliterebbe il lavoro dei professionisti nell'applicazione di metodologie per l'analisi specifica delle tendenze demografiche nei gruppi d'età di maggior interesse dal punto di vista delle compagnie di assicurazione.

Nei prossimi due decenni ci si aspetta che la maggior parte dei Paesi membri dell'OECD sperimenterà quella che è stata definita "*the demographic time bomb*", ossia

[6] Nelle statistiche attuariali il termine morbilità viene utilizzato per esprimere la frequenza con cui una malattia o una certa forma di invalidità si manifesta in una popolazione. Il tasso di morbilità in un periodo di tempo determinato (in genere durante un anno civile) può essere stabilito in due modi: rapportando alla totalità della popolazione considerata o il numero complessivo degli individui che soffrono di una malattia ("tasso di prevalenza"), o il numero dei casi nuovi della malattia ("tasso di incidenza").

il risultato congiunto dei più elevati livelli di durata della vita umana e dei più bassi tassi di natalità mai registrati: si assisterà al fenomeno del cosiddetto "invecchiamento della popolazione mondiale". Nel 2050 ci si attende che il 27% della popolazione europea avrà più di 65 anni e circa il 10% più di 85 (come riportato in Crawford, 2008). Tale previsione è confermata dall'analisi dell'indice di dipendenza degli anziani[7], come risulta dalla figura seguente.

Figura 1.3 – Indice di dipendenza degli anziani in vari Paesi.



Fonte: United Nations, World Population Prospects, 2004 Revision.

Mentre ad oggi in un tipico Paese sviluppato l'indice di dipendenza degli anziani è attorno al 25%, nel 2050 si stima crescerà fino al 70% in Paesi come il Giappone e l'Italia.

Il fenomeno del graduale invecchiamento della popolazione ha ed avrà importanti implicazioni dal punto di vista finanziario sui sistemi pensionistici, in particolare su quelli basati sul meccanismo della ripartizione, ossia in quelli in cui i contributi dei lavoratori in attività finanziano il pagamento delle pensioni di chi è già in quiescenza. Ne è un chiaro esempio il sistema previdenziale pubblico obbligatorio. I governi dei

[7] L'indice di dipendenza degli anziani (dato dal rapporto tra la popolazione sopra i 65 anni e quella tra 14-64 anni) indica la percentuale di anziani di cui deve farsi carico la parte di popolazione attiva. È una delle due componenti, insieme all'indice di dipendenza dei giovani (dato dal rapporto tra la popolazione fino al 14 anni e quella tra 14-64 anni) del più generale "indice di dipendenza strutturale della popolazione", il quale esprime quanti individui non autonomi per ragioni demografiche ci sono ogni 100 individui potenzialmente indipendenti.

Paesi che stanno per affrontare "*the demographic time bomb*" già da anni ne stanno attentamente considerando i presunti costi e stanno prendendo adeguate iniziative di riforma del loro sistema previdenziale, molte delle quali impopolari come la riduzione degli importi delle pensioni o l'innalzamento dell'età anagrafica di pensionamento.

Ad oggi paradossalmente l'unico risultato certo e largamente condiviso nell'ambito della ricerca è che c'è un ampio alone di incertezza intorno ai futuri miglioramenti della longevità della popolazione. È di importanza fondamentale ricordare che le proiezioni nel futuro della mortalità dipendono fortemente dalle assunzioni (in molti casi soggettive) fatte dal ricercatore; quindi nel realizzare tali previsioni gli attuari devono essere consapevoli e comunicare con precisione le conseguenze dell'uso delle specifiche ipotesi preliminarmente adottate sui risultati stessi del loro lavoro. In ogni caso, tutte le proiezioni, pur eterogenee in merito all'intensità e alla rapidità di evoluzione della futura mortalità, concordano sul trend generale di invecchiamento della popolazione.

Lo scenario demografico, così come appena sinteticamente delineato, presenta alcuni aspetti degni della massima attenzione sia nel contesto dell'economia della previdenza e dell'assicurazione, sia in quello specifico delle tecniche attuariali. Con specifico riferimento a queste ultime si sottolinea la necessità di procedere ad un'accurata valutazione dei costi relativi a prestazioni assicurative di tipo pensionistico (rendite vitalizie) e di tipo sanitario riguardanti soprattutto le persone anziane. È essenziale tenere conto dell'incertezza dell'evoluzione futura della mortalità, anche impiegando, come si vedrà nel prossimo capitolo, tecniche di analisi non tradizionalmente applicate nel contesto assicurativo e previdenziale (Pitacco, 2004).

1.2 Il *longevity risk* sotto varie prospettive

Il termine "*longevity risk*" si riferisce ad un'ampia macro e allo stesso tempo micro categoria di rischio che i governi, i gestori di piani pensionistici, le imprese assicurative operanti nel ramo vita così come i singoli individui si trovano a fronteggiare in modi diversi. Tutti questi soggetti, infatti, devono fare i conti con periodi di vita post lavorativa degli individui non solo sempre più lunghi, ma soprattutto sempre più difficili da prevedere nella loro effettiva durata (Roy, 2012).

Gli individui nel pianificare il loro futuro post lavorativo non hanno certezza alcuna circa la lunghezza della loro vita residua, circa la quantità di risorse finanziarie di cui necessiteranno per i futuri consumi e circa la misura in cui potranno contare sul sistema di welfare dello Stato in cui vivono. Dal loro canto i governi e gli emittenti di piani pensionistici privati nei Paesi occidentali hanno in passato promesso benefit troppo generosi che li stanno progressivamente conducendo verso situazioni di bilancio piuttosto critiche. In aggiunta all'aumento della longevità della popolazione, importanti diminuzioni nei tassi di natalità in molti Paesi stanno causando un'inversione della distribuzione per età delle popolazioni e ciò accresce la gravità del problema del *longevity risk* per le pensioni statali di tipo "*pay-as-you-go*"[8] sia a causa della riduzione della base fiscale, sia dell'allungamento del periodo di pagamento delle prestazioni previdenziali. A tutto ciò si aggiunge il fatto che gli attuari hanno nei decenni scorsi largamente fallito in termini di accuratezza delle previsioni sulla longevità, e rischiano di ripetersi in futuro.

Non a caso James M. Poterba nel suo libro "*The Role of Annuity Markets in Financing Retirement*" (come citato in Brown et al., 2001) sosteneva: "*Uncertainty about length of life is an ubiquitous source of risk*". Ecco perché negli ultimi vent'anni, a fronte dell'evoluzione dello scenario demografico a livello mondiale, si sono moltiplicati e si stanno rivelando sempre più cruciali gli studi che pongono l'attenzione su una categoria di rischio così pervasiva quale è il rischio di longevità.

[8] Un sistema previdenziale di tipo "*pay-as-you-go*" è un sistema nel quale ciascuna generazione di lavoratori finanzia con i contributi versati le prestazioni previdenziali pagate alle precedenti generazioni di lavoratori già entrate in quiescenza. Si tratta di quello che in Italia viene definito "meccanismo di ripartizione". Il fenomeno dell'invecchiamento delle popolazioni tende ad aumentare il peso dell'intero sistema previdenziale sulle spalle di ciascun lavoratore attivo, giacché le passività scoperte del sistema vengono ripartite tra un numero sempre minore di individui.

1.2.1 La prospettiva dei singoli individui

Dal punto di vista del singolo individuo il rischio di longevità assume la particolare connotazione di rischio di sopravvivere al proprio reddito una volta raggiunta la vecchiaia, e di trovarsi quindi costretto a ridurre sostanzialmente il proprio tenore di vita, se non addirittura di cadere in uno stato di povertà.

Il primo ente a cui l'individuo implicitamente si rivolge per trovare una soluzione a questo problema è lo Stato. In Italia, come nel Regno Unito ed in Germania, vige un sistema previdenziale basato su tre pilastri: previdenza pubblica, previdenza complementare ad adesione collettiva, previdenza complementare ad adesione individuale. L'allungarsi delle aspettative di vita, i meccanismi di calcolo e di concessione delle pensioni hanno fatto emergere l'impossibilità di sostenere nel lungo periodo il sistema previdenziale pubblico obbligatorio (primo pilastro). Negli ultimi vent'anni in Italia, secondo una tendenza comune a tutti gli altri Paesi occidentali, si sono allora susseguite una serie di riforme che hanno portato ad una vera e propria rivoluzione del sistema previdenziale. Si è sostanzialmente passati da un sistema interamente retributivo ad un sistema completamente contributivo[9], con una conseguente prevista riduzione delle pensioni per le future generazioni. Si è inoltre voluto puntare sullo sviluppo della previdenza complementare come strumento essenziale di tutela volto alla costruzione di una rendita complementare, integrativa rispetto alla rendita pensionistica pubblica, in modo da assicurare ai lavoratori durante il periodo del pensionamento un reddito che non sia eccessivamente inferiore a quello percepito durante la vita lavorativa (Seganti, 2010).

[9] Il metodo retributivo è un meccanismo di calcolo che collega il trattamento pensionistico all'ultima fase della vita lavorativa del soggetto. Il metodo contributivo, invece, determina l'importo della pensione correlandolo con le contribuzioni versate lungo l'arco dell'intera vita lavorativa. La logica sottostante è quella di una capitalizzazione virtuale (dal punto di vista strettamente finanziario infatti il nostro sistema pensionistico si basa sul meccanismo della ripartizione, i contributi dei lavoratori in attività finanziano cioè il pagamento delle pensioni). Per i lavoratori dipendenti vigeva in Italia, fino alla metà degli anni Novanta del secolo scorso, un regime retributivo piuttosto generoso, con un tasso di sostituzione (rapporto fra pensione e ultima retribuzione) uguale o anche superiore all'80%, e l'aliquota contributiva al 33%; il sistema funzionava a ripartizione, cioè utilizzando i contributi degli occupati attivi per il pagamento delle pensioni senza procedere ad accantonamenti in vista delle esigenze future (si veda la nota precedente). Dopo la riforma Dini (l. 335/1995) è entrato in vigore, sia pure gradualmente, un regime contributivo, sempre finanziato a ripartizione, con accantonamento in un conto individuale di contributi reali o figurativi, loro capitalizzazione nel tempo a un tasso virtuale (tasso di crescita del PIL) e, al momento del pensionamento, trasformazione del montante pensionistico così maturato in rendita pensionistica, mediante applicazione di un fattore di conversione dipendente dall'età.

Il rischio di longevità si materializza quando le aspettative sulla speranza di vita ad età avanzata vengono tradite; esso ha due componenti, per cui si può parlare di "*individual*" *longevity risk* e di "*collective*" *longevity risk.* La componente individuale si riferisce alla possibilità che una persona possa vivere più a lungo di quanto previsto nella pianificazione finanziaria del suo periodo di pensionamento; la componente aggregata, invece, riguarda il rischio di sottostimare l'aspettativa di vita media di un'intera generazione nella pianificazione di un sistema previdenziale a livello sovra-individuale (Stallard, 2006). Quest'ultima componente, diversamente dalla prima, non può essere condivisa tra i membri di una medesima coorte[10] di individui attraverso la sottoscrizione di un elevato numero di polizze ed essere quindi a quel livello annullata grazie al cosiddetto "*pooling effect*"[11]. Il *collective longevity risk* è infatti un rischio sistematico: non potrebbe essere annullato per merito di una probabile "compensazione" degli scarti dei tassi di mortalità effettivi da quello atteso, a seguito di una simultanea azione in direzioni opposte sulle esposizioni dei vari contratti individuali.

Il succedersi delle riforme del sistema previdenziale, con conseguente riduzione prospettica delle prestazioni pensionistiche e graduale allungamento della vita lavorativa, insieme alla tendenza (registrata nell'ultimo decennio) da parte dei fondi pensione ad un progressivo passaggio da un sistema marcatamente a prestazione definita (*Defined Benefit*, DB) ad un sistema a contribuzione definita (*Defined Contribution*, DC), hanno causato un trasferimento di fatto non solo della componente individuale, bensì anche di quella aggregata del *longevity risk* dalla forma pensionistica pubblica e/o privata all'aderente[12].

---

[10] Una "coorte" è un gruppo omogeneo di individui che ha vissuto un certo evento durante un dato periodo di tempo, generalmente un anno. In demografia riveste un interesse particolare la coorte costituita dalle persone nate nello stesso anno, denominata "generazione". Per cui la popolazione può essere pensata anche come un insieme di coorti che, come le singole biografie, si formano, si accavallano e si estinguono.

[11] Meccanismo di diversificazione del rischio di fluttuazioni intorno al valor medio di una variabile casuale tramite lo sfruttamento della cosiddetta "legge dei grandi numeri".

[12] La locuzione della lingua inglese "*Defined Benefit*" riguardante il settore delle pensioni, può essere tradotta in italiano con l'espressione "prestazione definita". La traduzione letterale può però risultare fuorviante. Nell'approccio anglosassone si contrappone a "*Defined Contribution*", espressione che va intesa in senso molto restrittivo. Fa riferimento, infatti, a una metodologia di calcolo del trattamento pensionistico in cui l'entità della prestazione dipende esclusivamente dai contributi versati e dal rendimento effettivo ottenuto dal loro investimento. Ogni altro sistema che non rispetti pienamente questo schema rientra, per esclusione, nella categoria DB, la quale accomuna, quindi, una molteplicità di impostazioni concettualmente anche molto differenti. In Italia, come in molti altri Paesi, si preferisce invece etichettare come prestazione definita quella corrispondente al regime retributivo, contrapponendola allo schema a contribuzione definita, correlato al regime contributivo. In armonia con

A partire dalla fine degli anni Novanta del secolo scorso si sono infatti registrate significative situazioni di *underfunding*[13] dei fondi a prestazione definita sia negli Stati Uniti, che nel Regno Unito, dovute ad andamenti negativi dei mercati finanziari, all'invecchiamento della popolazione assicurata, alla difficoltà delle imprese sponsor di far fronte al flusso contributivo[14]. È così che anche in Paesi, come gli Stati Uniti d'America, che storicamente trasferivano gran parte della responsabilità dell'assistenza finanziaria dei dipendenti per il periodo di pensionamento ai datori di lavoro, si è assistito ad un decremento dell'offerta di schemi aziendali vitalizi a prestazione definita (piani DB), con progressivo passaggio a schemi di tipo DC. La conseguenza è stata dunque l'accresciuta domanda da parte degli individui di prodotti *retail*[15] in grado di soddisfare la loro esigenza di flussi di reddito continui per la fase post lavorativa in un sistema dove anche la previdenza di base, passando gradualmente ma definitivamente

---

la terminologia utilizzata, nel primo le prestazioni sono calcolate sulla base della media della retribuzione percepita (per i dipendenti) o del reddito ottenuto e dichiarato (per autonomi e professionisti) nel corso di una parte, spesso terminale, più o meno ampia, della vita lavorativa, ponderata con parametri di anzianità contributiva e talvolta dell'età al momento del pensionamento; nel secondo, l'ammontare della pensione dipende esclusivamente dalla capitalizzazione dei contributi individuali, ma con due possibili differenze rispetto al sistema DC anglosassone: i contributi possono essere (almeno in parte) figurativi e non concretamente versati in un fondo pensione e la capitalizzazione può essere virtuale, cioè non collegata al rendimento effettivo degli investimenti effettuati dal fondo, ma a un'altra logica (applicando, per esempio, come coefficiente di rendimento il tasso di inflazione, oppure il tasso di crescita del prodotto interno lordo, o una combinazione dei due).

[13] Situazioni in cui il piano pensionistico presenta più passività che asset (surplus negativo), per cui risulta sprovvisto della liquidità necessaria per coprire le prestazioni pensionistiche correnti e future. Non vi è più alcuna garanzia per i futuri pensionati di ricevere le pensioni loro promesse o per i soggetti che già hanno fatto il loro ingresso in quiescenza di continuare a riceverle secondo gli importi prestabiliti. L'*underfunding* di un piano pensionistico aziendale compromette la solidità del fondo pensione e può condurre al fallimento, anche se spesso sono previste delle garanzie di intervento di salvataggio statale.

[14] Un piano pensionistico è un contratto che può essere parte integrante del contratto collettivo di lavoro, o può essere stabilito dalle regole dei piani pensione o essere obbligatorio per legge. Un piano privato è un piano pensione amministrato da un'istituzione diversa da un ente governativo, per esempio dal datore di lavoro, che opera appunto come "uno sponsor" del piano. In particolare si parla di "piani pensione occupazionali" con riferimento a quei piani in cui l'ammissione è legata allo svolgimento di un'attività professionale o d'impiego tra l'aderente al piano e l'entità che istituisce il piano (sponsor). I piani occupazionali possono essere gestiti dai datori di lavoro o da gruppi, come associazioni industriali e di lavoratori o associazioni professionali, insieme o separatamente. Il piano può essere amministrato direttamente dallo sponsor o da un'entità indipendente (un fondo pensione o un'istituzione finanziaria). Nel secondo caso, lo sponsor può avere responsabilità di supervisione sulle operazioni del piano. In contrapposizione ai piani occupazionali, nei piani pensione individuali l'adesione non è legata ad un rapporto di lavoro. Essi sono costituiti e amministrati direttamente da un fondo pensione o da un'istituzione finanziaria che erogano la pensione senza alcun intervento dei datori di lavoro.

[15] Termine utilizzato per indicare la vendita al dettaglio di prodotti di investimento ed assicurativi. Essi presentano caratteristiche grosso modo comparabili, tra cui: la destinazione al mercato al dettaglio a medio/lungo termine, la commercializzazione direttamente agli investitori al dettaglio, la forte asimmetria informativa a sfavore dell'investitore al dettaglio, la caratteristica di offrirsi spesso come prodotti "preassemblati".

ad un sistema contributivo, abbassa i coefficienti di trasformazione e quindi i livelli di reddito da pensione (Crawford et al., 2008).

Ci sono molti modi in cui gli individui possono fronteggiare il rischio di longevità cui sono dunque nuovamente e pienamente esposti.

Una possibile opzione è quella di adottare una strategia di "autoassicurazione" consistente in una gestione finanziaria oculata dei propri risparmi. In questo caso gli individui tenderebbero ad impiegare le loro attività prevalentemente in investimenti liquidi, cercando da una parte di perseguire una strategia di asset allocation che minimizzi la possibilità di rovina del loro portafoglio, dall'altra di prevedere l'impatto che il livello dei prelevamenti periodici necessari al loro sostentamento potrebbe avere sull'evoluzione futura della performance dello stesso ed agire di conseguenza. Se la strategia perseguita si rivelasse un insuccesso, comportando l'esaurimento dell'intero patrimonio personale, l'individuo sarebbe costretto a vivere il resto della sua vita senza alcun reddito. Ciò implicherebbe la necessità di dover far ricorso all'assistenza di figli, di parenti o di programmi assistenziali pubblici per sopravvivere. Ecco perché un prodotto assicurativo di tipo pensionistico, quale la rendita vitalizia, si offre allora secondo molti come via alternativa migliore rispetto alla eccessivamente rischiosa strategia di autoassicurazione.

Un sondaggio condotto da *Mathew Greenwald & Associates* e dal *Employee Benefit Research Institute* (come riportato in Crawford, 2008) ha rilevato che più del 40% dei pensionandi e dei pensionati sottostima l'aspettativa di vita media della popolazione di circa 5 anni o più. Soltanto pochi di essi sono consapevoli del fatto che c'è una significativa possibilità (20% per gli uomini e 33% per le donne[16]) che essi possano vivere oltre le loro aspettative e soltanto pochi decidono di acquistare una rendita vitalizia quale strategia di copertura dal *longevity risk* all'ingresso in quiescenza. Secondo un recente studio condotto nel Regno Unito (citato in Crawford, 2008) sono infatti le aspettative sulla longevità a guidare la volontà degli individui nell'acquisto di prestazioni pensionistiche complementari (quelle del secondo e del terzo pilastro). In particolare, sempre secondo lo stesso studio, per ogni anno aggiuntivo di vita residua di cui gli individui divengono consapevoli, coloro intenzionati all'acquisto di una rendita vitalizia complementare crescono solo dello 0.15%.

[16] Per un maggiore approfondimento si veda SOA Project Oversight Group, "Key Findings and Issues – Longevity: The Underlying Driver of Retirement Risk".

Il rischio di longevità è inoltre strettamente correlato ad un altro fenomeno tipicamente associato all'allungamento dell'aspettativa di vita dopo il pensionamento, ossia al fenomeno della non autosufficienza in età avanzata. Il rischio di non autosufficienza comporta, nel caso in cui si materializzi, una situazione di bisogno determinata dall'impossibilità di condurre una vita autonoma (cioè una situazione di cosiddetta "dipendenza"); tale situazione a causa di sopraggiunte (e il più delle volte continue) spese sanitarie, genera a sua volta l'insorgere di una perdita di reddito pensionistico che va ad esacerbare ancor di più il rischio per l'individuo già in pensione di sopravvivere alle proprie ricchezze. Ecco dunque la sempre maggior importanza di un altro tipo di copertura assicurativa, le cosiddette "*Long Term Care Insurance*" (LTCI)[17], che prevedono l'erogazione di una rendita vitalizia strutturata in modo specifico per far fronte all'insorgere di un particolare stato di invalidità del beneficiario. Tra le LTCI, un prodotto di recente introduzione - la "*enhanced pension*" - consente in particolare di aumentare la pensione che già un individuo percepisce nel caso insorga un bisogno di LTC.

Rendite vitalizie

Dato lo scarso livello di consapevolezza sulla speranza di vita da attendersi ragionevolmente ad età avanzate e le limitate capacità attuariali di cui dispongono per gestire autonomamente il *longevity risk*, gli individui anziché perseguire una strategia di autoassicurazione possono cercare copertura dal rischio di longevità rivolgendosi agli schemi pensionistici pubblici e privati ed ai prodotti assicurativi del ramo vita. Visto che, come si è detto, già da tempo per esigenze di bilancio pubblico la tendenza dei governi è sempre più quella a liberare il piano pensionistico pubblico (primo pilastro) dal rischio di longevità ritrasferendolo ai cittadini, gli individui vengono progressivamente indirizzati verso gli altri due pilastri del sistema previdenziale nazionale, ossia verso le coperture offerte dai fondi pensione e dalle imprese di assicurazione. Questi soggetti mettono a disposizione diversi prodotti previdenziali ed assicurativo-sanitari, alcuni più tradizionali ed altri di recente introduzione pensati per adattarsi ai nuovi bisogni degli individui in relazione all'evoluzione della mortalità e ad

[17] Si rinvia per un approfondimento al capitolo 3 - Assicurazioni *Long Term Care*.

altri mutamenti dello scenario demografico, quale la nuova conformazione dei nuclei famigliari sempre più ridotti nelle loro dimensioni e bisognosi di aiuti esterni per l'assistenza agli anziani non più autosufficienti.

Le compagnie di assicurazione e i fondi, diversamente dai singoli individui, sono in grado di raggruppare la componente idiosincratica del *longevity risk* di numerosi soggetti e, sfruttando il già richiamato *pooling effect*, di gestirlo in maniera più efficiente ed efficace.

Yaari (1965), in un articolo pubblicato nella rivista "*The Review of Economic Studies*", si occupò della convenienza della decisione di convertire all'ingresso in quiescenza i risparmi accumulati in età lavorativa in una rendita. Basato su una serie di assunzioni piuttosto restrittive[18], il modello elaborato dall'autore conduceva alla conclusione che la completa trasformazione in rendita del montante previdenziale si configura come la scelta ottimale in assenza di esigenze da parte del singolo di lasciare un'eredità in caso di morte. Tuttavia il mercato delle rendite, soprattutto per quanto riguarda quelle acquistate volontariamente, sembra non confermare tale esito vista la limitata dimensione degli scambi che lo caratterizza a livello internazionale. Per spiegare tale distorsione potrebbero essere richiamati vari argomenti, tra i quali esigenze famigliari di lascito *post mortem*, sottostima da parte degli individui della durata di vita residua, maggiorazioni di prezzo conseguenti al fenomeno della selezione avversa[19] e la richiesta di premi non equi dal punto di vista attuariale. Gli emittenti di rendite vitalizie, infatti, quando oberati da un eccessivo carico di rischio di longevità a livello aggregato sono portati a rifarsi sui premi delle polizze offerte. Ad oggi inoltre non è ancora stato trovato un modello stocastico universalmente accettato per analizzare la mortalità, per cui prevedere i futuri miglioramenti della stessa rimane molto problematico, soprattutto con riguardo ad età avanzate. La sottostima dei miglioramenti della mortalità mette a rischio

[18] Tra le assunzioni più importanti: gli individui sono massimizzatori dell'utilità attesa secondo il modello di Von-Neumann-Morgenstern, le loro preferenze sono indipendenti dal tempo, l'unico rischio cui sono esposti è il *longevity risk*, una copertura assicurativa completa da questo rischio è assicurata dalle rendite vitalizie, tali prodotti sono equi sotto il punto di vista attuariale ed esiste un unico tasso di interesse al quale gli individui possono indifferentemente dare e prendere a prestito denaro.

[19] Per la spiegazione del fenomeno di "selezione avversa" si rinvia al sottoparagrafo "Trasferimento del *longevity risk* al mercato finanziario" del paragrafo 1.2.3 - La prospettiva degli assicuratori e dei riassicuratori.

l'equilibrio d'impresa e la sua sostenibilità prospettica ed implica per le compagnie assicurative la necessità di accrescere le riserve di bilancio[20] (Denuit et al., 2007).

Tra le varie opportunità messe a disposizione del singolo si trova tuttavia un'ampia gamma di soluzioni, alcune privilegiano la flessibilità nelle scelte di investimento ed altre sono orientate ad un più o meno incisivo trasferimento del *longevity risk* all'assicuratore (o al piano previdenziale).

Una delle difficoltà maggiori che si incontrano nello studio del mercato globale delle rendite è la complessità della loro classificazione con riferimento ai singoli mercati in cui sono offerte. Ogni singolo mercato nazionale è infatti influenzato dallo sviluppo che storicamente ha avuto il sistema di welfare, dalla previdenza di base al sistema sanitario e di sicurezza sociale, dando origine così a sistemi alternativi diversificati da Paese a Paese. Si è detto che negli ultimi decenni la tendenza comune dei governi del mondo occidentale è stata quella al rafforzamento e all'indirizzamento dei cittadini verso il sistema di previdenza complementare, inteso come sistema ad adesione facoltativa di sempre maggior importanza alla luce delle riforme attuali e prospettiche del sistema di welfare pubblico sempre più volte a limitare, per ragioni di contenimento della spesa pubblica, l'assistenza previdenziale statale (ad oggi la sola ad essere ad adesione obbligatoria). Ecco che nel ventaglio di prodotti offerti dal sistema pensionistico complementare, in tutti i sistemi, compreso quello italiano, la rendita è lo strumento che gode di maggior favore (quindi più incentivato) da parte dei governi per la sua natura di strumento complementare, sussidiario, ulteriore alla pensione pubblica di base, la cui estrinsecazione è appunto il pagamento di un vitalizio. Così nella fase di decumolo del montante previdenziale integrativo, l'opzione di conversione in rendita ha finito per assumere nel tempo "dignità" di prestazione principale rispetto a quella in capitale[21]. Le varie norme di settore infatti, anche a livello internazionale, considerano la prestazione in rendita come modalità principale rispetto all'erogazione di capitale, che viene ritenuta la modalità residuale. Infatti, solo qualora il montante accumulato non sia sufficiente a consentire l'erogazione di una rendita vitalizia, è prevista in genere l'erogazione in

[20] Le riserve sono poste del passivo del bilancio di imprese di assicurazione. In riferimento alle polizze del ramo vita, la riserva per eccellenza è la cosiddetta "Riserva Matematica" la quale esprime "il valore delle obbligazioni potenziali dell'impresa di assicurazione verso gli assicurati per i contratti in corso alla fine dell'esercizio, pari alla differenza tra il valore attuariale degli impegni dell'impresa e quello degli impegni degli assicurati" (Selleri, 1991).

[21] In generale, alla data del pensionamento l'aderente può optare, sotto certe condizioni, per la trasformazione del montante in rendita vitalizia o eventualmente richiedere l'erogazione in capitale.

capitale. Tuttavia, tale impianto concettuale (caratterizzante le politiche di welfare e poi anche le norme ed i regolamenti) si scontra con un atteggiamento diffuso di diffidenza nei confronti di questo strumento assicurativo, atteggiamento che diventa sovente anche pregiudizio nei confronti della previdenza complementare, come ben evidenziato da alcune indagini campionarie sulle motivazioni dei lavoratori. Anche all'estero, laddove non intervenga un obbligo legislativo di trasformazione in rendita dei risparmi previdenziali, è osservabile un comportamento distratto dei lavoratori nei riguardi di tale opzione, benché diversi studi economici dimostrino, come si è detto, che un comportamento razionale dovrebbe far propendere per il suo acquisto.

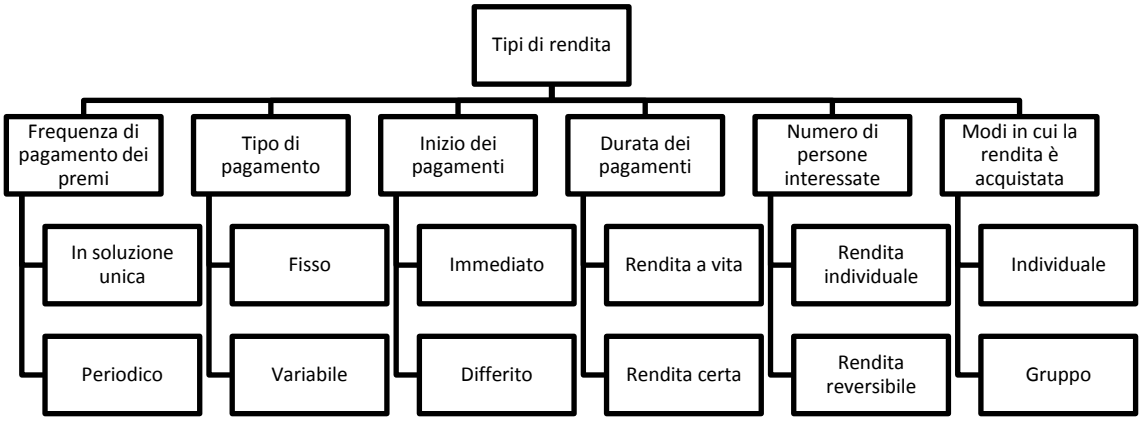
In generale una rendita fornisce pagamenti periodici a fronte di fondi accumulati negli anni antecedenti alla sua erogazione o attraverso il pagamento di un premio unico. Le rendite si contraddistinguono rispetto ad altri prodotti finanziari per la loro capacità di offrire protezione dai rischi biometrici[22], ed in particolare dal *longevity risk*, oltre che eventuali garanzie aggiuntive quali la protezione dell'andamento finanziario del mercato attraverso i rendimenti minimi garantiti e la possibilità di rendere beneficiari gli eredi.

Le tipologie di rendita maggiormente diffuse sono: la rendita immediata e la rendita differita garantita[23]. A loro infatti si deve lo sviluppo dei maggiori mercati a livello internazionale. Negli Stati Uniti è molto significativa la vendita di rendite differite, mentre nel Regno Unito molto più diffuse sono le rendite immediate, in quanto come in Italia è previsto l'obbligo di trasformazione in rendita dei montanti accumulati nei fondi pensione. Tuttavia la classificazione delle tipologie di rendita disponibili sul mercato può riguardare anche numerosi altri criteri oltre a quello classico che guarda al momento di inizio dei pagamenti, come illustrato nella figura 1.4.

[22] Con riferimento alle macrocategorie di rischo proposte nel primo pilastro di *Solvency II* (si veda la nota n. 45), il rischio biometrico è una sottocategoria del "rischio di sottoscrizione vita" e risulta a sua volta suddiviso nelle seguenti componenti: *mortality*, *longevity*, *morbidity* e *disability*.

[23] Si vedano i successivi paragrafi per la descrizione delle caratteristiche principali delle rendite immediate e delle rendite differite.

Figura 1.4 – Criteri di classificazione delle tipologie di rendita.



Fonte: Swiss Re Economic Research & Consulting.

Di seguito si descrivono brevemente alcuni dei più importanti prodotti di *retirement income* che si possono trovare sul mercato previdenziale degli Stati Uniti e in quello del Regno Unito. Quest'ultimo, vista la dimensione degli attivi e la propensione alla loro trasformazione in rendita, può essere considerato il mercato delle rendite più sviluppato a livello mondiale (Seganti, 2010).

Rendite immediate

Una rendita immediata è un prodotto che tipicamente offre prestazioni vitalizie garantite in cambio di una somma forfettaria. Nel mercato statunitense la versione tradizionale di tale prodotto è nota con l'acronimo di SPIA (*Single Premium Immediate Annuity*). Sia la frequenza che l'ammontare della prestazione possono variare lungo la durata del contratto. Possono essere strutturate in modo tale da garantire pagamenti costanti, oppure un flusso di prestazioni che cresce ad un tasso prestabilito o che è indicizzato ad un indice azionario sottostante (VIA, *Variable Immediate Annuity*). Le rendite immediate possono essere acquistate a livello individuale o di gruppo. In quest'ultimo caso le prestazioni continuano ad essere erogate finché almeno uno dei due assicurati è in vita, anche se è previsto un importo ridotto dopo la morte dell'assicurato principale. Ne è un classico esempio la rendita in cui il coniuge riceve il 50% dell'ammontare del flusso originario in seguito alla morte dell'assicurato principale.

Le compagnie di assicurazione offrono inoltre delle particolari varianti di prodotto strutturate in modo tale da coinvolgere gli assicurati in eventuali guadagni ottenuti dalla compagnia in seguito alla (fortunata) scelta di basi attuariali di tipo demografico particolarmente favorevoli. Nel caso di una cosiddetta "*participating annuity*" (disponibile nel mercato inglese), gli assicurati possono per esempio godere, attraverso una sorta di dividendo non tassabile, dei margini positivi ottenuti dalla compagnia su quello specifico gruppo di polizze o di eventuali rendimenti finanziari inaspettatamente realizzati, beneficiando allo stesso tempo degli effetti positivi del *risk pooling*.

Altre varianti contrattuali prevedono clausole di protezione che offrono garanzie aggiuntive nella forma di tassi minimi di rendimento, livelli minimi di prelevamenti dal fondo, una prestazione minima in fase di accumulazione o altri tipi di benefit assicurativi.

Una nicchia di mercato di recente emersa in favore di coloro che possiedono uno stato di salute peggiore di quello medio della popolazione, e per i quali le rendite standard risultano essere eccessivamente costose, è quella delle cosiddette "*Substandard*, *Impaired*, o *Enhanced annuities*". Si tratta di un esempio di integrazione tra assicurazioni sulla durata di vita ed assicurazioni sulla salute che ha incontrato grande diffusione nel Regno Unito. La *Enhanced Pension* (EP) è una particolare rendita vitalizia erogata a partire dall'ingresso in quiescenza dell'assicurato. Anziché essere a rata costante R, la EP prevede una rata R' (minore di R) corrisposta fintantoché l'assicurato è sano ed autosufficiente, e una rata R'' (maggiore di R e quindi di R') corrisposta quando l'assicurato diviene bisognoso di assistenza (possono peraltro essere previsti, in luogo di un unico livello R'', più livelli di rate in funzione del grado di autosufficienza). La differenza $R'' - R'$ costituisce l'aumento di pensione a fronte del bisogno di LTC (Pitacco, 2004)[24].

[24] Per un approfondimento in generale sulle polizze LTC si rinvia al capitolo 3 – Assicurazioni *Long Term Care*.

Rendite differite

Anche le rendite differite si possono distinguere in tre principali categorie: le rendite costanti, quelle variabili e quelle indicizzate al mercato azionario. Tradizionalmente sul mercato statunitense venivano acquistate prevalentemente con una connotazione di prodotto finalizzato al risparmio finanziario, e ciò ha a lungo limitato la loro esposizione al *longevity risk*. Con lo sviluppo e la crescente competitività del mercato, anche questa tipologia specifica di rischio è stata incorporata nelle rendite differite attraverso l'offerta di garanzie aggiuntive rispetto a quelle tradizionali. La variante *Guaranteed Minimum Income Benefit* (GMIB) offre per esempio al contraente la possibilità di acquistare una rendita sulla base di prefissate assunzioni sulla mortalità e sui tassi di interesse, variabili fondamentali nel definire il coefficiente di trasformazione in rendita del montante e quindi la convenienza stessa del prodotto. Si tratta di una clausola contrattuale simile alla *Guaranteed Annuity Option* (GAO) offerta in altri mercati, come nel Regno Unito.

Una nuova tipologia opzionale di beneficio economico vitalizio è stata introdotta nel 2005 sotto il nome di *Guaranteed Lifetime Withdrawal Benefit*, GLWB. Si tratta di uno strumento basato non soltanto sul valore di mercato di un certo ammontare di denaro costituito attraverso successivi versamenti, bensì anche su un "fondo benefit di base". Quest'ultimo è un valore nozionale che viene utilizzato per determinare l'ammontare di denaro che dev'essere pagato annualmente al pensionato per tutta la durata della sua vita, anche se il valore di mercato dei suoi risparmi dovesse azzerarsi. Generalmente tale tipo di prodotto garantisce un certo tasso di rendimento di base sul fondo, il quale può dunque accrescersi, ma mai diminuire a meno del verificarsi di eccessivi prelevamenti da parte del risparmiatore. Questa caratteristica di avere un limite superiore potenzialmente illimitato ed una garanzia per quanto riguarda il limite inferiore, ne fanno un prodotto molto interessante per i risparmiatori. Essi lo possono utilizzare sia in fase di prepensionamento per proteggere i loro redditi futuri da eventuali flessioni del mercato, sia durante il periodo di pensionamento per assicurarsi un reddito continuativo indipendente dall'effettiva durata della vita residua e dalle performance del mercato azionario.

Di seguito si riporta uno schema riassuntivo dei principali prodotti di *retirement income* appena illustrati, con una sintetica delineazione dei vantaggi e svantaggi caratteristici di ciascuno di essi.

Tabella 1.1 – Sintesi principali prodotti di *retirement income.*

Prodotto	**SPIA**	**VIA**	**Longevity Insurance**
Descrizione	A fronte di un premio unico anticipato, il sottoscrittore riceve pagamenti costanti per l'intera durata della polizza (solitamente l'intera vita del sottoscrittore)	A fronte di un premio unico anticipato, il sottoscrittore riceve pagamenti che variano al variare della performance del mercato per l'intera durata della polizza (solitamente l'intera vita del sottoscrittore)	A fronte di un premio unico anticipato, il sottoscrittore riceve pagamenti costanti che iniziano dopo un lungo periodo di differimento (generalmente 20 anni o più)
Opzioni disponibili	– Rimborso del premio – Indicizzazione al costo della vita – Certezza della durata	– Opzioni di tasso prefissate – Pagamento minimo – Certezza della durata	– Rimborso del premio – Indicizzazione al costo della vita
Vantaggi	– La trasformazione in rendita consente un ammontare di reddito garantito superiore ad altre opzioni – Immunità dalle fluttuazioni del mercato	– I pagamenti crescono con la crescita del mercato finanziario – La trasformazione in rendita consente un ammontare di reddito garantito superiore ad altre opzioni	– Il prezzo è significativamente più basso rispetto ad una rendita completa – Offre protezione dalla longevità soltanto se necessaria
Svantaggi	– Perdita di controllo sugli asset – Polizza irreversibile – Assenza di partecipazione all'andamento del mercato azionario	– Perdita di controllo sugli asset – Polizza irreversibile – I pagamenti possono diminuire	– Periodi di differimento lunghi possono risolversi in assenza di pagamenti

Prodotto	GMWB for Life (o GLWB)	GMIB	Income Wrapper
Descrizione	Una clausola addizionale su una rendita VIA che offre un prelievo minimo garantito per l'intera durata della vita dell'individuo, indipendentemente dal valore del suo conto	Una clausola addizionale su una polizza VIA che garantisce un livello minimo di reddito garantito, indipendentemente dalla *performance* del mercato	Simile al benefit GLWB senza l'investimento sulla rendita variabile. Gli investimenti vengono fatti su un fondo comune di investimento o su un conto gestito
Opzioni disponibili	– Varie clausole di accumulazione/pagamento – Varie opzioni di investimento	– Varie clausole di accumulazione – Varie opzioni di investimento – Prelevamenti in dollari contro dollari	– Varie opzioni di investimento – Semplici formule di accumulazione
Vantaggi	– Partecipazione ai rendimenti del mercato finanziario – Saldo di conto completamente liquido	– Partecipazione ai rendimenti del mercato finanziario – La trasformazione in rendita consente un ammontare di reddito superiore al GLWB	– Partecipazione ai rendimenti del mercato finanziario – Saldo di conto completamente liquido – Commissioni più basse che in una rendita variabile
Svantaggi	– Restrizioni sugli importi dei prelievi di investimento ed impatto da assicurare – Commissioni base di una VA	– Perdita di controllo sugli asset con l'acquisto della rendita – Commissioni base di una VA	– Restrizioni sugli investimenti e sull'ammontare dei prelevamenti

Fonte: Crawford et al., 2008

Mercati delle rendite liquidi ed efficienti potrebbero significativamente ridurre il peso dell'*individual longevity risk* che, come si è visto, tende progressivamente ad essere ritrasferito dal sistema previdenziale pubblico e dagli schemi pensionistici aziendali di tipo DC a carico degli individui. Tuttavia, come si vedrà meglio nel prosieguo della trattazione, lo sviluppo di tale mercato è oggi fortemente frenato dai problemi di selezione avversa[25] e dalle varie difficoltà che i fondi pensione e le imprese di assicurazione incontrano nel coprirsi a loro volta dagli eccessivi livelli di *collective longevity risk* di cui si caricano attraverso l'emissione di siffatti prodotti assicurativo-previdenziali (*European Central Bank*, 2005).

[25] Per la spiegazione del fenomeno di "selezione avversa", in particolare nell'acquisto di rendite su base volontaria, si veda il sottoparagrafo "Trasferimento del *longevity risk* al mercato finanziario" del paragrafo 1.2.3 - La prospettiva degli assicuratori e dei riassicuratori.

1.2.2 La prospettiva degli emittenti di schemi previdenziali privati

Gli erogatori di rendite si possono classificare in due grandi macrocategorie: le imprese di assicurazione e i fondi pensione organizzati da lavoratori e datori di lavoro.

Gli schemi previdenziali aziendali, come già accennato, a loro volta possono prevedere due diversi regimi contributivi: vi sono i piani a prestazione definita (DB) e quelli a contribuzione definita (DC).

In base ai piani DB (un tempo ampiamente offerti negli Stati Uniti dagli sponsor aziendali) il lavoratore dipendente riceve un flusso costante di pagamenti che dipende dall'entità del suo salario, dagli anni di impiego, dall'età di pensionamento e da alcuni altri fattori. I pagamenti sono costanti, dunque in via generale non offrono copertura dal rischio inflazione. Nel caso di un piano DC, invece, i contributi vengono versati dal lavoratore su un conto individuale che alla data del pensionamento metterà a disposizione dell'aderente una somma di denaro pari al montante dei versamenti effettuati; in generale l'aderente può optare, sotto certe condizioni, per la trasformazione del montante in rendita vitalizia o eventualmente richiedere l'erogazione in capitale. Molti piani pensionistici godono di incentivi fiscali e prevedono contributi obbligatori sul fondo dei dipendenti a carico del datore di lavoro. Tipicamente i contributi versati vengono bloccati sino al raggiungimento di una certa età anagrafica dopo la quale eventuali prelevamenti possono essere effettuati, pur implicando sostanziose penalità.

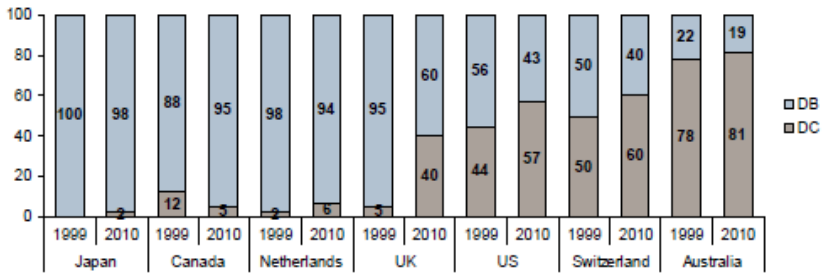
Le aziende che sponsorizzano piani DB sono responsabili del pagamento delle somme prestabilite per l'intera durata della vita dei dipendenti (e dei potenziali beneficiari); se le aspettative di vita ad età avanzata migliorano allora aumenta la lunghezza del periodo di pagamento delle prestazioni costanti. Per questo motivo i piani a prestazione definita hanno un'elevata esposizione al *collective longevity risk*, maggiore di quella che caratterizza i tradizionali prodotti assicurativi vita. I piani aziendali, infatti, sono naturalmente indirizzati ad una forte concentrazione della loro esposizione complessiva sotto il profilo socio economico, in quanto rivolti ad un gruppo di persone operanti nello stesso settore economico e con la stessa occupazione. Il profilo di rischio di tutti gli aderenti ha caratteristiche comuni e dunque conduce ad una minore diversificazione rispetto a quella consentita dalle tradizionali polizze vita (Crawford, 2008). I piani DC, invece, risultano esposti in misura minore al rischio di longevità, in quanto con essi lo

sponsor si impegna soltanto a restituire un certo ammontare di denaro al momento dell'ingresso in quiescenza, senza promesse di flussi di pagamento vitalizi.

Chi si trova esposto all'incertezza sulla longevità della popolazione reagisce mitigando, trasferendo o condividendo il *longevity risk* tra un ampio numero di individui. Se dal punto di vista del singolo ci si sposta allora in quello degli sponsor di piani pensionistici privati, si può guardare ai contratti di adesione ai fondi come ad atti di trasferimento, in modo più o meno limitato, del *longevity risk* dall'individuo al fondo stesso. Per rimediare alle conseguenze negative di tale passaggio i fondi hanno fino ad ora perlopiù risposto offrendo sempre più piani DC piuttosto che piani DB, ricapitalizzandosi, implementando strategie di asset management che meglio si adattino alla natura delle passività previdenziali e da ultimo, soprattutto da parte degli sponsor di piani DB ormai già in essere, utilizzando strumenti cosiddetti "*longevity-linked*" offerti di recente dal mercato finanziario per rimuovere il *longevity risk* dai loro bilanci[26] (Roy, 2012).

Di seguito si riporta un grafico che dà un immediato colpo d'occhio sul progressivo spostamento nell'arco di una decina d'anni (precisamente dal 1999 al 2010) dal regime a prestazione definita a quello a contribuzione definita da parte dei fondi pensione aziendali di diversi Paesi sviluppati (si nota in particolare il forte incremento di asset a fronte di schemi DC registrato nel Regno Unito).

Figura 1.5 – Ripartizione tra asset di piani pensionistici DB e DC in vari Paesi.



Fonte: Towers Watson, Global Pension Asset Study, 2011.

[26] Si vedano gli strumenti di *Insurance-Linked Securitization* e le cosiddette "*mortality-linked securities*" trattati nel sottoparagrafo "Trasferimento del *longevity risk* al mercato finanziario" del paragrafo 1.2.3 - La prospettiva degli assicuratori e dei riassicuratori.

Occorre fin da subito evidenziare come nonostante i vari sviluppi del mercato in questo campo, le soluzioni ad oggi disponibili per la copertura del rischio di longevità siano ancora piuttosto limitate. Ulteriori miglioramenti si rendono necessari per arrivare alla creazione di un insieme di strumenti efficaci, economicamente accessibili e prezzati in modo trasparente (Roy, 2012).

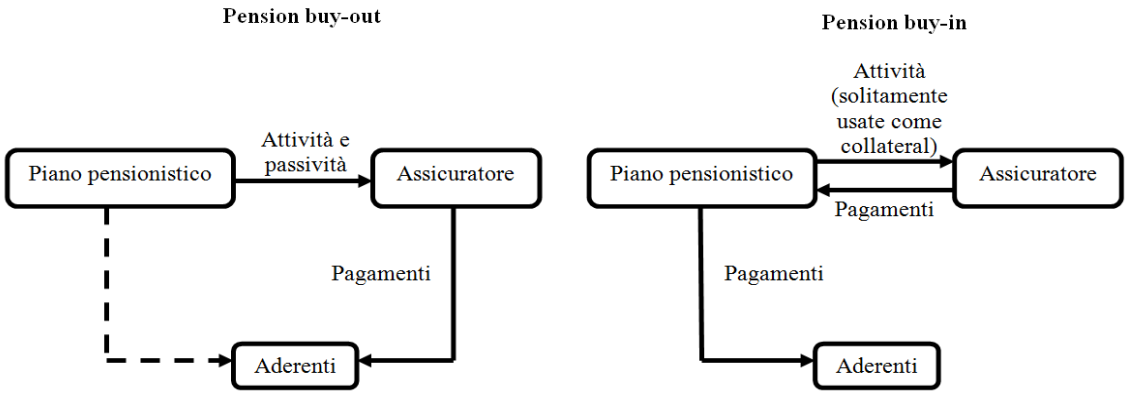
Strumenti per il cosiddetto "*de-risking*" dei piani DB oggi maggiormente utilizzati sono i *pension buy-out* e *pension buy-in*, e le cosiddette "*longevity insurance*".

In un'operazione di *pension buy-out* sia le attività che le passività del piano vengono trasferite dallo sponsor all'assicuratore attraverso un contratto di "rendita di gruppo". Le polizze assicurative vengono sottoscritte a nome dei singoli aderenti, i quali in questo modo si affrancano del tutto dallo schema pensionistico e ricevono i pagamenti dall'assicuratore. Tale operazione consente dunque al promotore del piano di ridurre la dimensione del piano nel bilancio aziendale, sbarazzandosi contemporaneamente non solo del *longevity risk*, ma anche del rischio finanziario e del rischio di inflazione. Tuttavia a seguito di una siffatta operazione gli aderenti vengono esposti al rischio di controparte nei confronti dell'assicuratore. I *pension buy-out* possono essere strutturati in modo tale da coprire tutti o soltanto una parte degli aderenti al fondo. Generalmente i *pension buy-out* completi sono seguiti dalla liquidazione dello schema pensionistico. Si tratta di operazioni che attualmente occupano soltanto una piccola fetta del mercato assicurativo; sono di particolare appeal per gli sponsor di piccoli piani alla ricerca dell'eliminazione di costi di gestione divenuti eccessivi.

Anche i *pension buy-in* sono una forma di investimento che consente agli sponsor di schemi pensionistici aziendali di liberarsi dal *longevity risk*, dal rischio d'inflazione e dal rischio finanziario. La differenza sostanziale con i *pension buy-out* sta nel fatto che in questo caso la polizza assicurativa viene sottoscritta a nome del fiduciario del fondo e le passività rimangono nel bilancio dello sponsor dello schema pensionistico. Le passività vengono infatti assicurate attraverso una rendita con flussi perfettamente collegati ai pagamenti dovuti agli aderenti, ma il fondo continua a rimanere debitore nei confronti degli stessi. Il contratto di *buy-in* è revocabile e consente in qualsiasi momento la conversione in un contratto di *buy-out*.

Di seguito si riporta uno schema in cui si confrontano le strutture contrattuali delle due operazioni di "trasferimento rischi" appena illustrate.

Figura 1.6 – Confronto tra un *Pension Buy-out* ed un *Pension Buy-in*.



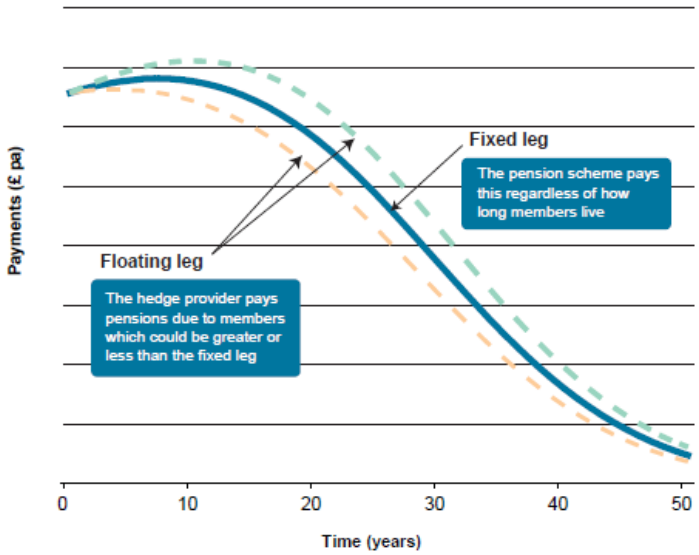
Polizza assicurativa	Scritta in nome dei singoli aderenti.	**Polizza assicurativa**	Scritta in nome del fiduciario del fondo.
Piano pensionistico	Completamente liberato da attività e passività Non più esposto al rischio di longevità, al rischio di inflazione e al rischio finanziario	**Piano pensionistico**	Le attività vengono trasferite, mentre le passività rimangono (anche se assicurate) Trasferisce il rischio di longevità, il rischio inflazione e il rischio finanziario
Aderenti	Completamente affrancati dal piano pensionistico Ricevono i pagamenti dall'assicuratore	**Aderenti**	Rimangono nello schema Ricevono pagamenti dal piano pensionistico
Assicuratore	Rileva le attività (con i premi) e le passività Paga gli aderenti	**Assicuratore**	Rileva le attività (con i premi) Assicura le passività del piano pensionistico

Fonte: Lane, Clark & Peacock, 2010.

Il volume di scambio di questo tipo di operazioni nel mercato inglese nel 2009 era di 3,7 miliardi di sterline, meno dei 7,9 miliardi del 2008; nel 2010 si registra una lieve risalita dei volumi di transazione a 4 miliardi di sterline (Lane, Clark & Peacock, 2010). La crisi finanziaria ha minato la domanda da parte dei fondi i quali alla luce delle forti incertezze sui mercati finanziari han preferito agire con maggior cautela rispetto al passato, così come dall'altro lato ha diminuito la capacità di assorbimento da parte delle compagnie assicurative, appesantite da più pressanti vincoli patrimoniali (Roy, 2012).

Un'altra opzione di recente[27] a disposizione degli sponsor di piani DB impegnati nel *de-risking* del loro bilancio è la realizzazione di una cosiddetta "*longevity insurance transaction*". Si tratta di un'operazione di copertura dal *longevity risk* "disegnata su misura" per lo specifico piano pensionistico generalmente attraverso l'uso di *longevity swap*. Tale strumento derivato consente di convertire un'obbligazione futura incerta in una passività certa, per cui lo sponsor paga all'assicuratore un flusso di importi prefissati contrattualmente in cambio di benefit variabili. La *longevity insurance transaction* è generalmente utilizzata insieme ad una strategia di investimento di tipo *fixed-income* per aiutare lo sponsor a mantenere i rischi a cui è esposto a livelli da esso gestibili. La figura 1.7 riporta graficamente il flusso in uscita annuo dei possibili pagamenti per un piano pensionistico che ha deciso di coprirsi dal *longevity risk* con uno *swap*.

Figura 1.7 – Pagamenti annui di un piano pensionistico con e senza *longevity hedge*.

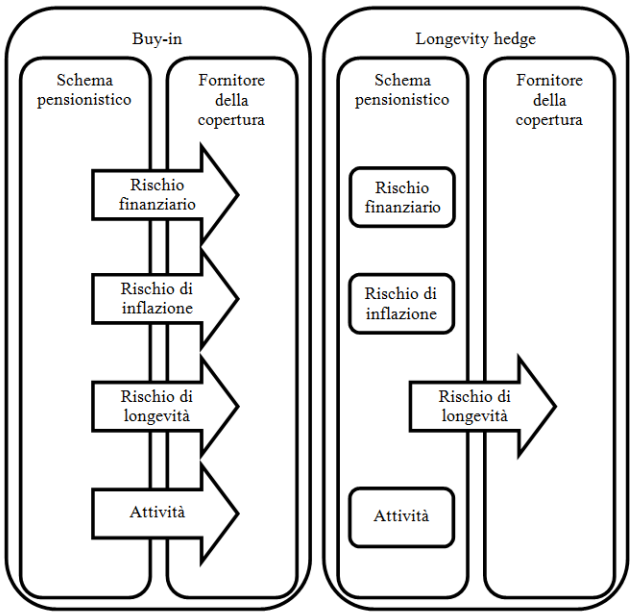


Fonte: Lane, Clark & Peacock, 2010.

[27] Il primo *longevity swap* sottoscritto da uno schema pensionistico inglese risale al 2009.

Di seguito si riporta invece un grafico che mette in comparazione le principali differenze tra una copertura realizzata con un'operazione di *buy-in* rispetto a quella realizzata tramite la sottoscrizione di un *longevity swap*.

Figura 1.8 – Confronto tra i rischi trasferiti nell'ambito di un *Pension buy-in* e di un *Longevity swap*.



Fonte: Lane, Clark & Peacock, 2010.

1.2.3 La prospettiva degli assicuratori e dei riassicuratori

Occorre infine considerare l'ultimo anello della virtuale catena di passaggio del *longevity risk* fin qui ricostruita, ossia occorre porsi dal punto di vista dell'assicuratore, inteso come emittente di polizze caso vita (tipicamente rendite vitalizie) e controparte dei contratti assicurativi appena illustrati.

Per chiarezza espositiva è utile a questo punto richiamare ed approfondire meglio la natura del *longevity risk*. Esso costituisce una delle componenti del più ampio rischio di mortalità, il quale a sua volta deriva dalla natura aleatoria della durata di vita degli assicurati e può essere scomposto come segue. Vi è il rischio di deviazioni accidentali del numero effettivo di decessi intorno al valore atteso degli stessi, dipendente dalla componente di pura casualità della mortalità; il termine utilizzato è *process risk* (rischio di processo) o anche *insurance risk* (rischio di assicurazione). Vi è poi il rischio di

deviazioni sistematiche dal numero atteso di decessi, originato invece da trend di mortalità diversi da quelli previsti. In particolare il rischio di longevità si riferisce al trend di lungo periodo della mortalità ad età adulte o anziane (Olivieri e Pitacco, 2000). È possibile individuare inoltre la componente di rischio cosiddetta "catastrofale", la quale deriva dalla possibilità di inaspettati aumenti nel breve termine della frequenza di decesso dovuti ad eventi particolari quali disastri naturali, guerre, pandemie, e via dicendo.

A differenza della situazione di extra-mortalità, il verificarsi di extra-sopravvivenza non è un fenomeno improvviso, ma più che altro una situazione persistente nel tempo. Il rischio di longevità è dunque definibile come un rischio di lungo periodo e a bassa volatilità.

Mentre il rischio di assicurazione, come già menzionato, è un "*pooling risk*", cioè un rischio il cui effetto (opportunamente quantificato) diminuisce all'aumentare del numero di contratti costituenti il portafoglio assicurativo (o delle posizioni in un piano previdenziale), per contro il rischio di longevità è un "*non-pooling risk*"; un rischio cioè il cui effetto è indipendente dalla dimensione del portafoglio ed il cui impatto finanziario è anzi crescente al crescere di tale dimensione, giacché si tratta di una componente aleatoria che agisce nella stessa direzione su tutti i contratti. Occorre dunque specificare che dal punto di vista dell'assicuratore il rischio di longevità riguarda sempre la mortalità dal punto di vista aggregato, quindi quella componente di rischio che non è possibile gestire in modo adeguato sfruttando effetti di *pooling*. La presenza del *longevity risk* in un prodotto assicurativo impone allora particolare cautela nella valutazione dell'equilibrio tecnico nel portafoglio (o nel piano previdenziale) (Pitacco, 2004).

Coerentemente con i vari trasferimenti di rischio fin qui considerati, è possibile constatare che il rischio di longevità è attualmente concentrato soprattutto nei bilanci dei fondi pensione a regime di prestazione definita (se non "*de-risked*", ossia adeguatamente coperti) e in quelli delle compagnie di assicurazione del ramo vita. Tali investitori istituzionali troverebbero una copertura ideale delle loro passività previdenziali ed assicurative in asset finanziari caratterizzati da un rendimento proporzionale alla longevità media del gruppo di sottoscrittori verso cui si sono impegnati. Purtroppo strumenti di copertura perfetta di siffatta natura oggi non sono

ancora disponibili sul mercato finanziario, anche se in questa direzione sta andando il lancio di alcuni innovativi prodotti legati all'evoluzione della longevità di cui si parlerà in seguito. La mancanza fino a qualche anno fa di queste coperture ha causato deficit significativi nei bilanci degli investitori istituzionali a causa del crescere delle dimensioni delle riserve. Il problema è stato inoltre ulteriormente esacerbato dal basso livello dei tassi di interesse: infatti, quando i tassi di interesse sono bassi qualsiasi miglioramento inaspettato della speranza di vita degli ultrasessantacinquenni (età di riferimento per la popolazione maschile di ingresso in quiescenza) comporta un incremento delle riserve che è significativamente più elevato di quello altrimenti necessario in situazioni economiche con livelli dei tassi più "normali" (*European Central Bank*, 2005).

Una delle vie più tradizionali che gli investitori istituzionali possono percorrere per trasferire quanto meno una piccola parte del *collective longevity risk* cui sono esposti è la sottoscrizione di contratti di riassicurazione. Le principali tipologie di tali contratti, il loro funzionamento e gli effetti che possono avere sullo stato di solvibilità del soggetto che li utilizza, saranno oggetto di approfondimento nel corso del secondo capitolo di questo elaborato, dove verranno esaminate tra le strategie di portafoglio in un approccio di tipo *Risk Management* applicato all'ambito assicurativo.

Il trasferimento tramite contratti di riassicurazione si pone come una soluzione applicabile più che altro in via teorica, giacché le compagnie di riassicurazione stesse sono molto riluttanti ad accettare un rischio che per sua natura è di tipo sistematico. Nella pratica solo poche tipologie di posizioni assicurative si possono gestire attraverso contratti di riassicurazione e spesso le compagnie assicurative ne evitano la sottoscrizione a causa degli elevati costi e del sostanzioso rischio di controparte cui si esporrebbero. Inoltre molte compagnie di riassicurazione, attratte dall'andamento crescente dei premi incassabili, stanno spostando sempre più risorse in settori non *life* (*European Central Bank*, 2005).

Trasferimento del *longevity risk* al mercato finanziario

Data la scarsa capacità di smaltimento della crescente domanda di copertura di longevità all'interno del settore della riassicurazione, in ambito accademico (e non solo) grande fiducia è riposta sullo sviluppo di tipologie di trasferimento alternative del rischio quali la *Insurance-Linked Securitization* (ILS) e le cosiddette "*mortality-linked securities*", strumenti che consentirebbero in ultima battuta il trasferimento del *longevity risk* al mercato dei capitali[28].

Anche se ad oggi nessuna ILS relativa al *longevity risk* è ancora stata realizzata, lo sviluppo di questo tipo di mercato per altri rischi assicurativi ha sperimentato una forte crescita negli ultimi anni, incoraggiata soprattutto da cambiamenti nel contesto regolamentare e dalla necessità del settore assicurativo di attrarre ulteriori capitali. La *longevity risk securitisation* è al centro di numerose discussioni: in essa si vede un grosso potenziale di sviluppo per il futuro dati i minori costi, la maggior portata innovativa nella definizione di contratti di lungo periodo e il più ampio bacino di sottoscrittori rispetto al classico ambito della riassicurazione.

In campo accademico il primo articolo in cui si è proposto il mercato dei capitali quale destinatario del trasferimento di rischi assicurativi è quello di Goshay and Sandor (1973), in cui gli autori consideravano la fattibilità di un mercato organizzato che potesse essere complementare all'industria della riassicurazione nella gestione dei rischi catastrofali[29]. Nella realtà operativa vari tentativi sono stati portati avanti per sviluppare un mercato assicurativo di *futures* ed opzioni, anche se fino ad oggi i risultati sono stati piuttosto deludenti (Barrieu et al., 2010). Parallelamente il mercato delle ILS ha visto una rapida crescita negli ultimi 15 anni. Le varie motivazioni che spingono all'attività di *securitisation*, come il trasferimento di rischi, l'alleggerimento dei requisiti minimi di capitale richiesti dalla regolamentazione per assicurare la solvibilità dell'assicuratore e l'accelerazione dei profitti, implicano differenti strutture e soluzioni come dimostra la varietà degli strumenti nel marcato delle ILS.

---

[28] Per una spiegazione dell'attività di *securitization* e delle *mortality-linked securities* si rimanda al prosieguo del presente paragrafo.

[29] Il rischio catastrofale per l'assicurazione non vita è definito da *Solvency II* come il rischio di perdita o di variazione sfavorevole del valore delle passività assicurative derivante dall'incertezza significativa delle ipotesi relative alla fissazione dei prezzi e alla costituzione delle riserve in rapporto al verificarsi di eventi estremi o eccezionali (alluvione, terremoto, grandine,…). In relazione all'assicurazione vita si fa invece riferimento soprattutto al verificarsi di importanti epidemie, guerre e pandemie.

Il trasferimento del rischio (in cui consiste l'attività di *securitisation*) può essere caratterizzato da numerosi passaggi intermedi prima di giungere sul mercato dei capitali, ma solitamente i principali soggetti coinvolti sono tre: assicurato, impresa di assicurazione e istituzione finanziaria di supporto. La transazione inizia sul mercato assicurativo, dove le polizze vengono sottoscritte dai soggetti assicurati. Successivamente l'assicuratore vende il diritto relativo ad alcuni flussi di cassa a un *Special Purpose Vehicle* (SPV), che è un istituto finanziario con il compito di collegare l'impresa di assicurazione al mercato dei capitali. Questo SPV, a sua volta, emette alcuni valori o titoli aventi come garanzia i *cash-flow* delle polizze emesse allo scopo di raccogliere denaro, ricevendo il pagamento di un prezzo da parte del mercato. I fondi che si genereranno a seguito dell'operazione vengono poi resi disponibili, almeno in parte, all'assicuratore. Occorre sottolineare la presenza di un rischio di controparte legato alla possibilità che l'impresa di assicurazione, dopo il trasferimento dei flussi di cassa, non sia in grado di onorare gli impegni assunti verso lo SPV o verso gli assicurati.
Mentre la parte non *life* del mercato ILS è certamente quella più in vista con i famosi prodotti di successo denominati "*cat-bonds*"[30], la parte vita è la più grande in termini di volume delle transazioni con un potenziale stimato dai 35 ai 40 miliardi di dollari[31].

Per quanto riguarda in particolare il rischio di longevità, negli ultimi quattro anni ci sono stati importanti sviluppi che hanno visto una crescente partecipazione da parte delle compagnie assicurative inglesi ed americane. Le transazioni pubbliche (quindi note perché eseguite su mercati organizzati) sono state piuttosto rare ed hanno assunto prevalentemente la forma di derivati (*swap* in particolare). Nonostante questa limitata attività, l'utilizzo dei mercati dei capitali per il trasferimento di una parte del *longevity risk* sembra comunque configurarsi come uno sbocco quasi "naturale". La longevità infatti si presenta come un potenziale oggetto di scambio in grado di incontrare molti di

[30] I *catastrophe bond* (anche detti "*cat-bond*") sono uno dei principali strumenti per la *securitization* del rischio assicurativo. La caratteristica principale di queste emissioni obbligazionarie (oltre agli elevati tassi di interesse) è il fatto che al verificarsi di dati eventi dannosi (per esempio terremoti ed uragani), nei limiti stabiliti dal contratto, i sottoscrittori subiscono una decurtazione delle proprie entrate in misura proporzionale alle perdite subite dalla compagnia assicurativa emittente (il servizio del prestito e/o il rimborso può essere annullato parzialmente o totalmente), realizzando in tal modo una concreta operazione di trasferimento del rischio catastrofale (si veda la nota n. 29).
[31] A causa della natura propria di questo mercato, con un numero limitato di partecipanti e con numerose transazioni non pubbliche, la dimensione dello stesso può essere colta soltanto come una stima.

quelli che possono essere considerati i requisiti base per un'innovazione di mercato di successo, anche non manca di mettere in luce alcune importanti questioni. Per creare liquidità ed attrarre dunque investitori, i trasferimenti di prodotti assicurativi di tipo pensionistico e sanitario dovrebbero essere mutati da un format tipicamente assicurativo ad uno più propriamente finanziario. Di conseguenza, uno dei maggiori ostacoli allo sviluppo di soluzioni di mercato sembra essere l'esposizione unidirezionale degli investitori a questo tipo di rischio (non vi è infatti praticamente nessun soggetto che possa considerarsi acquirente naturale del *longevity risk*), situazione che pone la necessità ed il problema di indurre la generazione di una domanda di mercato (Barrieu, 2010). A questo proposito occorre notare che nuove tipologie di *asset class* collegate all'evoluzione della longevità, una volta prezzate mediante l'applicazione di equi premi per il rischio, si offrono facilmente all'attenzione degli *hedge found* e degli investitori ILS specializzati. Le istituzioni finanziarie, infatti, si dimostrano favorevoli ad investire sulla mortalità/longevità per via della nulla (o comunque trascurabile) correlazione tra i movimenti che interessano le dinamiche demografiche e il rendimento delle altre classi di attivo in portafoglio (Lin e Cox, 2005). La questione dell'indipendenza tra cambiamenti demografici e rendimenti degli asset finanziari è in realtà piuttosto controversa. Alcuni autori[32] hanno condotto una serie di ricerche empiriche sull'argomento trovando degli elementi a sostegno dell'ipotesi secondo la quale il fenomeno dell'invecchiamento della popolazione sarebbe collegato all'andamento dei prezzi azionari per via della teoria del *Life-cycle*. Secondo quest'ultima, infatti, i lavoratori dapprima mettono da parte una porzione del loro reddito da utilizzare nel periodo di pensionamento (fase di accumulo), poi una volta raggiunta l'età anagrafica di ingresso in quiescenza spendono i risparmi accumulati per finanziare i loro consumi (fase di decumulo). I prezzi di equilibrio degli asset nell'economia sarebbero dunque influenzati dal meccanismo di domanda ed offerta guidato dall'evoluzione demografica della popolazione. Negli Stati Uniti molto è stato scritto sulla relazione tra i risparmi previdenziali della cosiddetta "*baby-boom generation*" e il fenomeno di aumento dei prezzi azionari verificatosi nel periodo tra il 1990 e il 1999. Questa generazione avrebbe ormai superato gli anni del picco della domanda di risparmio e molti autori sostengono

[32] Si veda: Ang A. e Maddaloni A. (2003), Do Demographic Changes Affect Risk Premiums: Evidence from International Data, European Central Bank, Working Paper 208; Jamal A. M. M. e Quayes S. (2004), Demographic Structure and Stock Prices, *Economic Letters*, 84: 211-215.

che i prezzi subiranno un drastico calo quando essa andrà in pensione. Occorre però sottolineare che questa argomentazione ignora il fatto che in un'economia ormai globalizzata gli asset venduti nei Paesi che stanno vivendo la fase più acuta del fenomeno dell'invecchiamento della loro popolazione potrebbero essere acquistati dai fondi pensione di regioni, come quella asiatica, in cui il fenomeno della cosiddetta "*ageing population*" è soltanto agli albori. Lo shock negativo dei prezzi risulterebbe così certamente attutito.

In sintesi si può sostenere che l'aumento della longevità della popolazione non influenza direttamente l'andamento dei prezzi degli asset finanziari. In modo più sottile la diminuzione osservata nei tassi di mortalità modifica la struttura demografica, la quale a sua volta produce degli effetti sui prezzi dei beni d'investimento. Tuttavia, nonostante eventuali correlazioni positive o negative del *longevity risk* con il mercato, gli investitori istituzionali possono essere attratti dall'acquisto di strumenti legati alla mortalità/longevità a fini di diversificazione (Denuit et al., 2007).

Quando si parla di *mortality-linked securities* si fa in genere riferimento a strumenti ottenuti sulla base di una serie di derivati che hanno come sottostante alcuni indici di mortalità di una determinata popolazione. Il pay-off di tali *securities* è dunque legato alla mortalità di un determinato insieme di individui, inteso come una singola generazione o un mix di diverse popolazioni. Lo scopo di tali strumenti è quello di gestire le problematiche derivanti da due eventi diametralmente opposti, quali:

- il fenomeno di extra-mortalità, caratterizzato da tassi di decesso superiori a quelli attesi;
- il fenomeno di extra-sopravvivenza, cioè la presenza di una longevità più accentuata rispetto a quella attesa.

Tra i cosiddetti "*survivor derivatives*" i più utilizzati, come già visto a proposito delle *longevity insurance transaction* messe in atto dai gestori di piani DB[33] sopratutto nel Regno Unito, ci sono i "*survivor swap*" o "*longevity swap*". Il fondo pensione o l'assicuratore che li sottoscrive paga un flusso di pagamenti costanti (*fixed leg*) e riceve una serie di pagamenti variabili (*floating leg*) collegati al tasso effettivo di longevità dello specifico gruppo di partecipanti/assicurati. In tal modo il fondo/assicuratore

[33] Si rimanda al riguardo al paragrafo 1.2.2 - La prospettiva degli emittenti di schemi previdenziali privati.

elimina dal suo bilancio l'incertezza associata alla longevità e può programmare i flussi di pagamento futuri mantenendo comunque il controllo sui suoi asset, giacché essi non vengono trasferiti alla controparte. La gamba fissa dello scambio viene determinata tenendo in considerazione un premio che remunera l'intermediario per l'assunzione del rischio di longevità. Controparte di tale tipo di contratti privati sono state a lungo le imprese di riassicurazione e le banche di investimento.

Occorre a questo punto sottolineare come le coperture dal rischio di longevità si possono distinguere in due tipologie: quelle che si potrebbero definire "coperture fatte su misura" e quelle invece basate su indici. Nelle prime la gamba variabile del contratto è legata alla durata di vita effettiva degli specifici individui assicurati, cosicché il contraente può ricevere una copertura completa dal rischio di longevità cui è esposto. Si tratta di una soluzione percorribile soltanto per schemi previdenziali relativamente ampi per numero di aderenti, poiché per prezzare efficacemente la copertura è richiesto appunto un numero elevato di soggetti partecipanti. Dall'altro lato le coperture basate su indici offrono invece protezione contro inaspettati aumenti della longevità di una popolazione nazionale generica, lasciando il fondo in balia del rischio di scostamenti sistematici dal trend atteso della mortalità per il gruppo specifico di aderenti in questione. Il vantaggio di queste ultime coperture sta nel fatto che esse sono disponibili indipendentemente dalla dimensione dello schema previdenziale, sono più semplici da prezzare, hanno caratteristiche standardizzate e potrebbero essere negoziate tra istituzioni in un potenziale mercato secondario.

Negli ultimi anni alcune banche di investimento hanno sviluppato degli indici di mortalità da utilizzare appunto come benchmark nel mercato della longevità.

Tra essi c'è l'indice creato da JP Morgan, il *LifeMetrics Index*, sviluppato come parte di una più generale piattaforma atta a consentire ai fondi pensione, agli assicuratori e alle imprese di riassicurazione una misurazione e gestione standardizzata del rischio mortalità e longevità. È un indice che offre dati specifici sui livelli storici e correnti della mortalità e della longevità. Esso si basa su dati di mortalità pubblicamente disponibili relativi a popolazioni nazionali che vengono scomposti per regione, età e sesso. L'indice è quotato su Bloomberg ed è aggiornato annualmente (in base alla disponibilità di dati grezzi). I dati pubblicati includono i tassi di mortalità graduati per età dai 20 ai 90 anni per gli Stati Uniti, l'Inghilterra e il Galles. Per "graduati" si intende

che una tecnica di "livellamento" viene applicata ai dati grezzi a disposizione in modo da eliminare il rumore e i valori estremi e da ottenere così un set robusto di tassi di mortalità per il periodo considerato. I dati grezzi vengono forniti dalle più importanti agenzie governative di riferimento con un ritardo temporale che può essere anche di più anni. Per questo i dati del *LifeMetrics Index* pubblicati in un certo anno si riferiscono in realtà ad anni precedenti, il ritardo dipende da Paese a Paese.

Anche Credit Suisse e Goldman Sachs hanno sviluppato rispettivamente il *Credit Suisse's Longevity Index*, molto simile a quello di JP Morgan ma riferito esclusivamente alla popolazione statunitense, e il *QxX*, diverso dal *LifeMetrics Index* per due ragioni: il *QxX* si basa su una popolazione sottostante che non è quella generale di un Paese, bensì è una "popolazione assicurativa" costituita da 46.290 teste assicurate aventi per di più un età superiore ai 65 anni. Queste caratteristiche ne fanno un sottostante molto più rappresentativo di una collettività di pensionati, piuttosto che di una generica popolazione.[34]

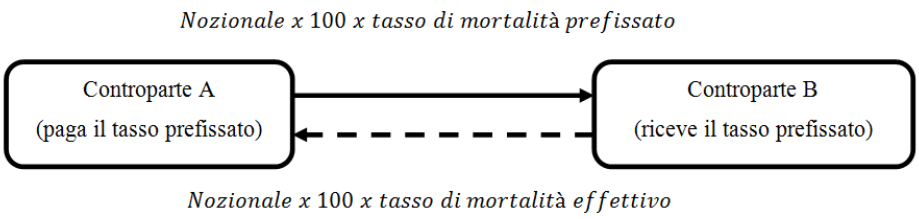
L'utilizzo di coperture basate su indici solleva un'altra questione da considerare nell'ambito del mercato della longevità e che ne può in parte spiegare l'impacciato sviluppo, ossia la questione del cosiddetto *"basis risk*". I fondi e le imprese di assicurazione che utilizzano coperture longevità basate su indici si espongono infatti al rischio che cambiamenti del tasso di mortalità del proprio insieme di assicurati non siano adeguatamente riflessi dai movimenti degli indici di mortalità utilizzati come sottostante, rivelando quindi coperture in realtà sempre parziali. La struttura e i miglioramenti della longevità sono di fatto molto differenti da portafoglio a portafoglio. Età e sesso sono le principali fonti di *basis risk*, ma anche condizioni socio-economiche e territoriali possono essere significative. Quindi l'utilizzo di strumenti standardizzati basati su indici di longevità per la copertura di una specifica posizione, lascia in realtà il fondo o l'assicuratore esposto ad un rischio residuale talvolta di difficile rilevazione e quindi gestione. Un'importante sfida si cela dunque nello sviluppo di trasparenza e liquidità nel mercato delle *mortality-linked securities* attraverso una standardizzazione

[34] Per ulteriori approfondimenti si vedano Guy Coughlan, David Epstien, Alen Ong, Amit Sinha, Javier Havia-Portocarrero, Emily Gingrich, Marwa Khalaf-Allah, Praveen Joseph "LifeMetrics – A Toolkit for Measuring and Managing Longevity and Mortality Risks", Paul Sweeting "Tax-Efficient Pension Choices in the UK", QxX Index Co. LLC "Amended and Restated Rules for the QxX Indices – April, 2008", Credit Suisse "Credit Suisse Longevity Index Commentary".

di tali strumenti finanziari che però non prescinda dalle loro originarie finalità di copertura (Barrieau, 2010).

JP Morgan è stata particolarmente attiva nel campo della longevità. Tale banca d'investimento, infatti, ha sviluppato non solo la piattaforma *LifeMetrics* per la negoziazione del *longevity risk*, ma anche degli ulteriori strumenti *longevity-linked* standardizzati chiamati "*q-forward*". Anche essi sono basati su un indice, che può essere sia quello sul tasso di mortalità che quello sul tasso di longevità, sempre quotato su *LifeMetrics*. Il meccanismo di funzionamento di un *q-forward* (come si può osservare dalla figura 1.9) è piuttosto semplice: il venditore di tale tipo di contratto (il fondo pensione/assicuratore) verrà pagato alla scadenza dalla controparte (l'investitore) se il tasso di mortalità riportato dal *LifeMetrics Index* sarà più basso di quanto atteso. Essenzialmente si tratta di un *longevity swap* uniperiodale.

Figura 1.9 – Funzionamento di un *q-forward*.



Fonte: Barrieu et al., 2010.

Il termine molto spesso utilizzato per le *mortality-linked securities* è quello di "*bond*". È possibile distinguere tra *mortality bond* e *longevity bond*. Entrambi si basano sull'analisi dei tassi di mortalità della popolazione scelta e sull'osservazione di tali tassi durante tutta la durata del *bond*. Per popolazione si può prendere come riferimento un mix di diverse popolazioni, oppure una singola generazione. L'indice di mortalità o di sopravvivenza viene scelto in base all'esperienza di mortalità osservata per quel determinato insieme di individui.

La tipologia di bond più diffusa e sviluppata è quella dei *mortality bond*, proprio perché la mortalità è più semplice da analizzare nella pratica rispetto alla più specifica longevità, e le dinamiche demografiche riferite all'intera curva dei decessi non hanno carattere prettamente sistematico. In particolare, i *mortality bond* vengono costruiti allo

stesso modo dei *catastrophe bond*[35]. L'obiettivo è quello di garantire liquidità nel caso in cui la mortalità effettiva risulti superiore a quella attesa, a causa, per esempio, di epidemie o disastri naturali. Tali strumenti sono solitamente a breve termine (3-5 anni) e sono legati a un indice di mortalità che esprime la frequenza di decesso osservata nella popolazione di riferimento in un dato periodo. Al momento della sottoscrizione potrebbero anche essere definite delle barriere che, qualora venissero superate dall'indice di mortalità, farebbero diminuire sia il valore nominale che la cedola (Seganti, 2010).

Per il fenomeno inverso, ovvero il rischio di sopravvivenza, la soluzione prospettabile nell'ambito di un nuovo approccio alla gestione del rischio di longevità aggregato sarebbe quella di ricorrere ai cosiddetti "*longevity (*o *survivor) bond*". Il termine "*survivor bond*" fu coniato per la prima volta nel 2001 da Blake e Burrows per indicare un *annuity bond* con durata aleatoria e pagamenti rateali decrescenti rapportati alla mortalità effettivamente sperimentata da una certa generazione di individui. Tale strumento offrirebbe un importante strumento di copertura dai miglioramenti della mortalità: se le teste assicurate vivono più a lungo allora le compagnie di assicurazione devono effettuare pagamenti annuali per più tempo, ma allo stesso tempo ricevono maggiori cedole dalla loro posizione corta su survivor bond, tali da compensare perfettamente i maggiori esborsi sostenuti. Il rischio trasferito al mercato non è semplicemente quello di incrementi nella longevità della popolazione, bensì anche quello che i futuri tassi di sopravvivenza risultino superiori a quelli prospettati in una certa tavola di mortalità presa a riferimento (quella utilizzata per il *pricing* delle rendite emesse e coperte) (Denuit et al., 2007).

Ad oggi un unico tentativo nel lancio di un siffatto prodotto è stato compiuto nel 2005 con il *longevity indexed bond* strutturato da BNP Paribas ed emesso dalla *European Investment Bank* (EIB). Si trattava di un bond rivolto esclusivamente al mercato dei fondi pensione del Regno Unito giacché era indicizzato al tasso di sopravvivenza di una coorte di uomini con 65 anni d'età nel 2003, nati in Inghilterra o in Galles; il bond avrebbe pagato cedole proporzionali al numero di sopravvissuti per ogni anno di copertura finché tutti gli individui della generazione considerata non fossero deceduti. L'emissione di tale strumento si rivelò un insuccesso. I motivi, come riportato da

[35] Per la definizione di "*catastrophe bond*" si rinvia alla nota n. 30.

Antolin P. e Blommestein H. in un *working paper* dell'OECD del 2007, furono diversi. Alcuni sostennero che il bond fosse sovra prezzato, altri invece, sulla base di alcuni studi condotti sull'operazione[36], ritennero il contrario. In ogni caso l'assenza di domanda di mercato dimostrò che evidentemente al prezzo richiesto alcuni ulteriori aspetti, non considerati dai modelli utilizzati per valutare l'adeguatezza del *pricing*, determinarono l'insuccesso di tale prodotto. Un fattore di debolezza fu individuato nella diversità che distingue il *longevity risk* da altri rischi economici come il rischio tasso di interesse e il rischio d'inflazione. Il *longevity risk*, infatti, è un rischio di lungo periodo caratterizzato da una bassa volatilità. Le regole di *asset-liability matching* e gli altri requisiti regolamentari previsti all'epoca non furono così efficaci da incentivare i fondi pensione a coprirsi da questa tipologia di rischio di tipo collettivo. Non furono previsti benefit regolamentari per i fondi pensione inglesi che avessero sottoscritto tale innovativo bond. Gli incentivi all'internalizzazione dei potenziali costi relativi a inaspettati aumenti nella longevità si rivelarono insufficienti per i potenziali acquirenti del EIB/BNP *longevity bond*. Furono inoltre messi in evidenza problemi relativi al design del prodotto. Il bond aveva come sottostante un indice piuttosto "ristretto", riferito soltanto ad uomini di 65 anni Inglesi e Gallesi. In secondo luogo aveva una capacità di copertura limitata, giacché prevedeva un tetto di longevità massima di 25 anni offrendo quindi ai potenziali acquirenti una copertura da incrementi della speranza di vita media soltanto parziale. Infine si sostenne che i fiduciari e i manager dei fondi pensione non sembrarono comprendere a pieno l'utilità del prodotto. Nonostante l'idea di fondo su cui era impostato fosse piuttosto semplice da capire, i fiduciari avrebbero dovuto stimare l'impatto dell'inserimento del nuovo bond nel complessivo portafoglio pensionistico già in essere ed esaminarne tutte le potenziali conseguenze (economiche, finanziarie, regolamentari, ...), processo che sarebbe risultato certamente molto lungo e quindi costoso; senza poi considerare i cosiddetti "*sunk cost*" di un'operazione con il mercato finanziario certamente pionieristica.

Nonostante tutto, istituzioni private potrebbero in futuro avere successo nell'emettere un *longevity indexed bond* strutturato in modo tale da tener conto di tutti questi problemi.

[36] Si veda Cairns A., Blake D., Dawson P., Dowd K. (2005), "Pricing the Risk on Longevity Bonds", Life and Pensions, Ottobre: 41-44, e Friedberg and Webb, (2005), "Life is cheap: using mortality bonds to hedge aggregate mortality risk", Center for Retirement Research Working Paper 2005-13.

Alcuni[37] hanno suggerito l'opportunità di creare anche degli *Zero-Coupon longevity bond* per aumentare la liquidità del mercato della longevità, come è già accaduto nel mercato tradizionale dei bond con prodotti simili. L'esistenza di tali *zero-coupon bond* aiuterebbe i fondi pensione e le compagnie assicurative a creare delle posizioni di copertura "su misura" in grado di meglio combaciare, rispetto ad un "classico" bond, con il loro specifico portafoglio assicurativo-previdenziale.

Tuttavia varie ricerche dimostrano quanto sia improbabile il successo nel breve termine di un mercato di prodotti legati alla longevità che sia in larga parte guidato dal settore privato. Ciò per via delle già citate difficoltà di *pricing* del *longevity risk* (non si possono infatti applicare le metodologie tipiche di un mercato completo[38]) e perché risulta problematica la scelta del *dataset* a cui appoggiarsi per lo studio di una certa popolazione; l'analisi dovrebbe essere fatta in modo indipendente e richiederebbe dispendio di tempo e denaro. Ecco dunque che molti analisti auspicano un ruolo centrale delle politiche governative nel futuro sviluppo del mercato della longevità. I governi potrebbero avere un ruolo importante andando a sostituirsi alle compagnie di riassicurazione per accrescere tale marcato dal lato dell'offerta.

A sottolineare il progressivo emergere della consapevolezza a livello mondiale del problema del *longevity risk*, dal 2005 si tiene ogni anno una conferenza internazionale su tale tipologia di rischio (*International Longevity Risk and Capital Market Solutions Conference*) che riunisce leader del settore assicurativo, rappresentanti dell'ambiente accademico nonché *policy makers* da tutto il mondo allo scopo di aggiornare continuamente il settore assicurativo con i più avanzati metodi di riconoscimento, rappresentazione, quantificazione e soprattutto gestione del rischio di longevità, prendendo in esame gli impatti e le reazioni del mercato. Nel corso del secondo incontro tenutosi a Chicago nel 2006, tra gli interrogativi oggetto di discussione vi fu appunto la questione di chi dovesse in ultima battuta farsi carico del rischio di longevità tra le

[37] Si veda Blake D., A. J. G. Cairns, K. Dowd (2006), Living with Mortality Longevity Bonds and other Mortality-Linked Securities, *British Actuarial Journal*, Volume 12, Issue 01, pp. 153-197.

[38] Secondo Coppola et al. (2007), come riportato in D'Amato (2008), i contratti dipendenti dalla sopravvivenza umana non sono negoziabili in un "mercato completo" nel senso proprio del termine. Nonostante l'accresciuto interesse nei confronti dei *longevity bonds*, questi prodotti non permettono infatti di descrivere completamente il mercato assicurativo della longevità (cioè tutti gli stati di natura che il rischio può assumere in esso), proprio per la struttura a termine della mortalità e per il forte limite di cui attualmente risente il mercato di tali prodotti, ossia l'illiquidità. Per cui in un mercato incompleto non sempre esiste un prodotto o una combinazione di prodotti in grado replicare qualsiasi esposizione di rischio, e dunque di consentire una strategia di copertura per ogni stato di natura possibile.

aziende private, gli individui e i governi nazionali. A favore di un ruolo attivo dei governi nell'emissione di *survivor bond*, l'accademico Dowd (2003) portò alcune delle classiche giustificazioni a favore dell'interventismo statale, quali l'offerta di beni pubblici, la questione delle esternalità, i fallimenti del mercato, soluzioni intergenerazionali, … . Brown e Orszag (2006) invece si focalizzarono sul problema della selezione avversa come possibile giustificazione dell'intervento statale. Il mercato delle rendite soffre, infatti, di forti asimmetrie informative: coloro che sanno di essere più esposti al rischio di longevità mostrano una maggior propensione all'acquisto di rendite, ma gli assicuratori non sono in grado di distinguere il livello di rischio di cui i sottoscrittori sono effettivamente portatori. Il fenomeno della selezione avversa contribuisce pertanto ad aumentare il prezzo delle rendite rendendole meno attraenti per i soggetti a basso rischio. Brown e Orszag osservarono che dal punto di vista del governo una facile correzione al problema risulterebbe nell'imposizione a tutti i cittadini dell'acquisto obbligatorio di tali strumenti. Tuttavia, i due autori evidenziarono come un provvedimento di questo tipo contrasterebbe con l'obiettivo generalmente perseguito dai governi di realizzare un sistema di contribuzione di tipo progressivo. Il livello di reddito, infatti, tende ad essere negativamente correlato con la longevità, per cui obbligando anche i cittadini a basso reddito all'acquisto di rendite vitalizie si costringerebbe loro ad un parziale sovvenzionamento della copertura assicurativa dei cittadini ad alto reddito. Tale tipologia di intervento pubblico non si potrebbe dunque realizzare senza l'implicazione di importanti costi sociali.

Richiamando il teorema di Arrow-Lind, secondo il quale il premio al rischio su uno strumento emesso dallo Stato dovrebbe essere nullo se lo Stato riesce a disperdere il rischio su una popolazione sufficientemente ampia, Blake e Burrows (2001) sostennero che per analogia il premio al rischio sui *survivor bond* statali sarebbe dovuto essere pari a zero. Down controbatté che il *longevity risk* non può esser in tal modo disperso e dunque il premio al rischio rimarrebbe positivo anche in caso di emissione statale; per questa ragione lo Stato sarebbe disincentivato ad intraprendere una tale azione. Brown e Orszag proposero anche una stima dell'entità di tale premio al rischio, convenendo che essa non è tale da causare un fallimento del mercato, e quindi da richiedere la necessità di un intervento pubblico.

Un'ulteriore questione da esaminare con riguardo al ruolo del governo nello sviluppo del mercato della longevità è la questione intergenerazionale. Mentre i mercati finanziari sono in grado di allocare i rischi solamente tra i vari portatori dei rischi stessi e tra epoche temporali diverse, i governi sono gli unici ad avere la capacità di distribuirli tra generazioni di persone viventi e generazioni che ancora devono nascere. Un inaspettato aumento della longevità media avrebbe un impatto forte sulle generazioni più anziane, impatto che diminuirebbe al diminuire dell'età. I giovani, infatti, avendo tutta la vita davanti godono di una maggior flessibilità di adattamento alla mutata aspettativa di vita. Dunque, come sottolineano Brown e Orszag, nella condivisione del rischio di longevità collettivo non solo tra generazioni esistenti, ma anche con quelle future, c'è il potenziale per un miglioramento nello stato sociale.

Infine occorre considerare, come evidenziato all'inizio di questo capitolo, il fatto che i governi di per sé sono già notevolmente esposti al *longevity risk* nella sua componente aggregata. Il report *dell'Economic Policy Committee and the European Commission* (DG ECFIN) del 2006 relativo all'esame dell'impatto del fenomeno dell'invecchiamento della popolazione sulla spesa pubblica nel periodo dal 2005 al 2050, mostra che, data l'esposizione corrente al *longevity risk* del settore pubblico, nei prossimi 45 anni l'incremento delle aspettative di vita della popolazione peserà sui bilanci pubblici dei Paesi europei per circa 4,5 punti percentuali del PIL. Certamente tale già ampia esposizione al rischio di longevità risulterebbe ulteriormente ampliata in caso di emissione da parte dei governi di prodotti longevità. Prendendo atto di ciò, Turner (2006) pose allora l'accento sul modo in cui attraverso l'emissione di longevity bond tale posizione lunga sul rischio di longevità potrebbe essere meglio "ridistribuita" anziché "incrementata". Data l'incertezza delle aspettative di vita sul lungo termine, l'autore sostenne l'utilità di strumenti longevità emessi a favore di chi si trova negli ultimi anni di pensionamento (per esempio dopo i 90 anni) in condizioni di benessere economico non particolarmente agiate, a patto che contemporaneamente lo Stato provveda a coprirsi dal rischio di longevità rispetto agli individui delle fasce d'età precedenti (per esempio allineando in modo automatico i requisiti anagrafici per raggiungere l'età pensionabile alla speranza di vita). Turner sostenne che in questa maniera si riuscirebbe a riallocare il *longevity risk* a cui è attualmente esposto lo Stato, ridistribuendolo maggiormente a carico di coloro che sono per natura meglio attrezzati a

sostenerlo, ossia i giovani[39]. Essi, sempre secondo l'autore, godrebbero infatti di un vantaggio comparativo nella gestione di tale rischio rispetto agli anziani, i quali avendo già consumato quello che si può chiamare il loro "capitale umano", si troverebbero in maggior difficoltà di fronte ad inaspettati incrementi della longevità (MacMinn et al., 2006).

Si è detto che già da alcuni decenni i governi dei vari Paesi del mondo occidentale stanno reagendo al fenomeno dell'invecchiamento delle rispettive popolazioni e dell'allungamento della vita media attraverso una serie di riforme del sistema previdenziale che come risultato comune hanno comportato il trasferimento progressivo del rischio di longevità in capo ai singoli individui. Come sostenne Yaari (1965)[40]: "*It is welfare improving that individuals buy annuities at retirement because consumption will be maximised and the risk of outliving one's resources will be removed*". L'emissione di *longevity bond* da parte dei governi sosterrebbe i fondi pensione e le compagnie di assicurazione nella gestione del *longevity risk*, dunque incrementerebbe la loro offerta di piani DB e di rendite vitalizie, aiuterebbe di conseguenza i singoli individui a coprirsi dal rischio di longevità individuale con schemi previdenziali privati e quindi, in ultima battuta, incrementerebbe l'efficienza del mercato permettendo allo stesso tempo ai governi di ritirarsi progressivamente dallo stesso potendo così ridurre la spesa pubblica (Antolin, 2007).

Alcune banche di investimento, come si è visto, hanno già provveduto a compiere i primi passi nella direzione della costruzione di un benchmark per il mercato della longevità. Tuttavia all'esigenza di indici affidabili ed ampiamente condivisibili caratterizzati da semplicità, trasparenza, robustezza e non distorsione statistica sarebbero in grado di rispondere in modo più conveniente i governi piuttosto che le istituzioni private. Le statistiche prodotte dagli istituti di statistica nazionali soddisfano infatti già appieno tali criteri, perlomeno fintantoché tali enti riescono ad operare come istituzioni professionali indipendenti (quindi libere da quotidiane pressioni politiche).

[39] Ed anche - viene da aggiungere a chi scrive - "i più ricchi".

[40] Si veda Yaari M. (1965), "Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of Consumer", *Review of Economic Studies*, Vol. 32, No. 2.

Il caso Singapore

Le riforme previdenziali portate avanti dal governo di Singapore negli ultimi sei anni costituiscono un'importante sperimentazione di quanto appena richiamato circa l'opportunità da parte dello Stato di assumere - perlomeno in una fase iniziale - un ruolo centrale nello sviluppo del mercato della longevità, con lo scopo finale di favorire una sempre più efficiente gestione del *longevity risk*.

Per contrastare la possibilità che gli individui possano sopravvivere alle risorse da essi - accumulate una volta raggiunto il pensionamento, il fondo pensione nazionale a contribuzione definita di Singapore, denominato *Central Provident Fund* (CPF), ha recentemente reso obbligatoria quella che fino ad ora era stata soltanto un'opzione, ossia la trasformazione in rendita degli asset accumulati con il piano previdenziale pubblico. Inoltre, fatto ancor più degno di nota, il governo singaporiano ha fatto il proprio ingresso nel mercato assicurativo in veste di fornitore pubblico di quelle stesse rendite divenute obbligatorie. Si tratta di un evento molto importante che mette in luce una delle possibili risposte alla questione della ricerca della miglior modalità di distribuzione delle rendite (ritenute dai più fondamentali per la gestione del *longevity risk* individuale) nel contesto di uno schema previdenziale di tipo DC.

Fondato nel 1955, il CPF è largamente conosciuto come uno tra gli schemi a contribuzione definita più grandi e probabilmente più di successo al mondo. Esso costituisce il perno del sistema previdenziale dello Stato di Singapore. In linea con la tendenza evolutiva dello scenario demografico internazionale, anche questo programma pensionistico ha dovuto negli ultimi anni fare i conti con le problematiche causate dall'invecchiamento della popolazione (Singapore è uno dei Paesi con i più bassi tassi di natalità al mondo) e dall'allungamento della vita media (aspettativa di vita di 80,6 anni alla nascita in base a statistiche del 2007). Per combatterle, il governo di Singapore, introducendo per la prima volta il concetto di "schema assicurativo nazionale per il rischio di longevità", ha operato una serie di riforme che hanno segnato il passaggio dal vecchio approccio "*MS scheme*" basato su prelievi mensili ventennali, al nuovo approccio "*CPF LIFE scheme*" che prevede appunto l'obbligatoria trasformazione in rendita di almeno una parte dei risparmi del fondo CPF.

Prima di queste riforme, il sistema prevedeva per i partecipanti al CPF che avevano raggiunto i 55 anni d'età, l'obbligo di mettere da parte uno specificato importo dei

risparmi fino a quel momento accumulati, denominato *minimum sum* (MS). Tale importo non poteva essere prelevato fino al compimento dei 65 anni d'età, dopodiché l'opzione di default prevista per la fase di decumulo consisteva in una successione di prelievi mensili della durata di 20 anni (o fino ad esaurimento del fondo accumulato). Tale sistema esponeva in modo significativo i partecipanti al rischio di longevità, giacché si riteneva che almeno la metà dei sessantacinquenni sarebbe sopravvissuta ai propri risparmi (*Report by the National Longevity Insurance Committee* (2008), come riportato in Fong, 2011). Coloro i quali all'ingresso in quiescenza riuscivano ad avere l'intero MS in contanti potevano volontariamente scegliere di acquistare una rendita da compagnie assicurative private, ma nella pratica soltanto pochi optavano per questa soluzione. I motivi erano probabilmente i costi elevati e il fatto che i prelievi mensili previsti dal *MS scheme* erano molto più sostanziosi di quelli invece previsti dai prodotti vitalizi offerti dalle compagnie private. Nel 2007 fu allora convocato dal governo di Singapore il *National Longevity Insurance Committee* (NLIC) per studiare la fattibilità di uno schema assicurativo nazionale per il rischio di longevità. Il comitato sostenne che il governo nell'attività di emissione di rendite, sfruttando l'elevato livello di fiducia di cui pubblicamente gode e la probabilmente più efficiente capacità di gestione, avrebbe potuto offrire quei prodotti ad un prezzo più favorevole per i cittadini, grazie alle economie di scala e a caricamenti amministrativi inferiori rispetto a quelli realizzati dal settore privato. Inoltre, se fosse diventato il primo venditore sul mercato, avrebbe potuto raggruppare un numero sufficiente di assicurati tale da abbassare il rischio di mortalità medio del *pool* gestito. Dubbi furono invece sollevati con riguardo alla presenza di sufficienti competenze ed esperienza attuariale all'interno del settore pubblico e sulla possibile espulsione dei venditori del settore privato da quel mercato a causa della competitività dei prodotti pubblici.

In ogni caso nel febbraio 2008 il governo rese obbligatoria la trasformazione in rendita dei risparmi accumulati nel fondo pubblico CPF, almeno nella misura del MS, e richiese al CPF Board di elaborare uno schema previdenziale nazionale che ispirasse fiducia ai Singaporiani. Il lancio del programma pilota avvenne nel settembre del 2009 e fu accompagnato da un'intensa campagna di educazione pubblica attraverso i media, vari *road-shows* ed opuscoli che riuscirono complessivamente ad attrarre un discreto interesse sulla questione. I tipi di rendita che originariamente dovevano essere offerti

dal *CPF LIFE plan* erano circa una dozzina, ma poi per esigenza di maggior chiarezza furono ridotti a quattro nel 2009 (*CPF LIFE Basic, LIFE Balanced, LIFE Plus e LIFE Income*). Analizzandone la convenienza economica tramite un indicatore tipicamente utilizzato nel mercato delle rendite (il *Money's Worth Ratio*, MWR[41]), emerge che essi risultano nettamente più convenienti rispetto agli analoghi prodotti offerti dal settore privato (Fong et al., 2011). Le migliori performance governative possono essere in parte spiegate da minori caricamenti per spese amministrative ed in parte da minori costi legati al fenomeno della selezione avversa; il fatto che l'acquisto di questi prodotti assicurativo-previdenziali sia reso obbligatorio per tutti i cittadini, costringe infatti anche coloro che si ritengono esposti ad un rischio di longevità individuale più basso di quello medio della popolazione ad assicurarsi, attenuando quindi i costi da selezione avversa altrimenti sostenibili dall'assicuratore. Dunque da un'analisi dei primi effetti conseguenti all'avvio di questa sperimentazione assicurativa da parte del governo di Singapore, è possibile evidenziare come fino a questo momento esso sia stato in grado di trasferire ai cittadini, sottoforma di premi "scontati", i risparmi di costo realizzati.

I quattro strumenti costituenti l'offerta pubblica (il *CPF LIFE plan*) esibiscono un range di differenti soluzioni di *trade-off* tra l'esigenza dell'assicurato di provvedere per il suo proprio mantenimento futuro da una parte e l'esigenza di lasciare dei fondi ai propri eredi dall'altra. In ogni caso essi attualmente presentano un sistema di prestazioni molto "aggressivo" sul piano commerciale, offerta che non è sostenibile dagli assicuratori privati. Anche se è previsto che il CPF potrà aggiustare periodicamente l'ammontare dei pagamenti per riflettere l'attuale dinamica della mortalità e dei tassi di interesse, è da notare che i suoi amministratori hanno annunciato ai partecipanti che gli aggiustamenti saranno il più delle volte di piccola intensità, cosicché l'ammontare nominale delle prestazioni potrà rimanere sostanzialmente costante nel tempo.

Il premio pagato per i quattro prodotti risulta suddiviso in due componenti: la componente "*term*" e la "*annuity component*". La prima finanzia le prestazioni che saranno erogate dall'ingresso in quiescenza (65 anni) alla scadenza del contratto

[41] Il MWR è il rapporto tra il valore attuale atteso delle rate della rendita e il premio iniziale richiesto per l'acquisto della stessa. Una rendita prezzata in modo equo e senza caricamenti, dovrebbe avere un MWR pari all'unità. Tuttavia nel mondo reale le rendite emesse da imprese private hanno MWR sempre inferiori all'unità, a causa delle spese amministrative e dei costi di selezione avversa. Usando una struttura a termine dei tassi *free-risk* che assume un tasso di lungo periodo del 3,44%, il MWR dei 4 prodotti del *CPF LIFE scheme* varia in un range che va da 1,24 a 1,31 per gli uomini e da 1,26 a 1,34 per le donne.

(variabile da prodotto a prodotto); in caso di morte anticipata dell'assicurato ogni saldo inutilizzato relativo a tale componente e gli interessi maturati su di essa verranno rimborsati ad un beneficiario. "*L'annuity component*", invece, espressa come percentuale dell'intero premio, finanzia le prestazioni che saranno erogate dalla scadenza del contratto alla morte dell'assicurato. Essa non è generalmente rimborsabile, per cui gli interessi maturati su questa componente servono a finanziare il *CPF LIFE Scheme*, costituendo quello che si può definire il "costo opportunità" dell'adesione allo schema pubblico. I piani *LIFE Plus* e *LIFE Income* si rivolgono di più all'esigenza dell'assicurato di provvedere per il suo proprio mantenimento futuro, essi si caratterizzano, infatti, per la presenza soltanto di una "*annuity component*" (il primo consente anche una piccola forma di lascito, il secondo nessuna). Il piano *LIFE Basic* alloca invece il più delle risorse sulla componente "*term*", offrendo la più sostanziosa componente di eredità ed in compensazione le più basse prestazioni mensili; infine il piano *LIFE Balanced* si pone come una soluzione di compromesso tra i due gruppi.

Occorre sottolineare che anche se i partecipanti al fondo CPF possano ancora scegliere di acquistare rendite offerte da assicuratori privati, a seguito dell'avvio di questo progetto sperimentale da parte del governo singaporiano soltanto pochi sembrano essere in grado di competergli. Nel 2007 c'erano 9 compagnie assicurative private che offrivano rendite, nel 2009 ne è rimasta soltanto una. Dunque l'altra faccia della medaglia dell'innovazione apportata dal governo di Singapore parrebbe essere questa esclusione dei venditori privati dal mercato delle rendite; esclusione "negativa" se, come molti sostengono, l'innovazione di prodotto e la pressione per prezzi "di mercato" dipendono proprio dalla maggior concorrenza nel settore (e quindi dall'elevato numero di soggetti dal lato dell'offerta). In aggiunta, bisogna considerare che l'offerta congiunta di prodotti vita e di rendite vitalizie permette agli assicuratori di beneficiare del cosiddetto "*natural hedging*" derivante dall'incrocio tra i due gruppi di prodotto[42]. È dunque probabile che le compagnie assicurative private procederanno nel futuro prossimo a rifocalizzare il loro business al di fuori dell'ambito del CPF *Scheme* puntando ai pensionati che sono alla ricerca di una trasformazione in rendita di capitali non derivanti dallo schema pensionistico stesso. Giacché l'ammontare che gli aderenti al fondo CPF possono utilizzare per l'acquisto di prodotti del *CPF LIFE plan* è limitato

[42] Per la definizione di "*natural hedging*" si rinvia alle tecniche di *risk mitigation* illustrate nel sottoparagrafo 2.2.3 - Azioni di RM.

al valore del MS stabilito per legge (il regime del fondo minimo è infatti ancora in vigore, anche se ora c'è l'obbligo di acquisto di una rendita vitalizia), gli individui benestanti potrebbero decidere di convertire in rendita l'ammontare di risparmi eccedente tale soglia rivolgendosi appunto alle assicurazioni commerciali. Infine è da notare che i piani rendita attualmente offerti dal settore pubblico non sono indicizzati all'inflazione, per cui su questo punto un ulteriore spiraglio si aprirebbe per lo sviluppo di prodotti privati opportunamente indicizzati.

Oltre a prender atto dell'attuale maggior convenienza economica delle prestazioni offerte dal settore pubblico singaporiano, oggi ci si chiede se l'offerta di pagamenti fino alla morte dell'assicurato sia politicamente sostenibile e quanto a lungo il governo sarà in grado di continuare a finanziare tali "ricche" prestazioni (Fong et al., 2010).

CAPITOLO 2 - Approccio RM

Premessa

Come si è visto nel primo capitolo, ciò che emerge con chiarezza dall'analisi dei tratti fondamentali dell'attuale scenario demografico (comuni a tutti i Paesi sviluppati) è il rapido cambiamento che lo ha interessato negli ultimi anni e la sempre maggior consapevolezza dell'aleatorietà della sua evoluzione futura. Si è evidenziato come la considerazione di alcuni significativi trend demografici sia di fondamentale importanza per l'economia della previdenza e delle assicurazioni.

In ambito attuariale di particolare interesse risulta lo studio della mortalità in funzione dell'età e, soprattutto, la sua evoluzione nel tempo. La consapevolezza dell'esistenza di trend di miglioramento dell'andamento della sopravvivenza umana può essere fatta risalire almeno alla seconda metà dell'Ottocento[43]. Nel 1876, infatti, l'astronomo H. Gyldén propose una estrapolazione lineare del tasso centrale di mortalità della popolazione svedese, primo tentativo di proiezione della mortalità che fu poi seguito da svariate ricerche da parte di demografi ed attuari (Pitacco, 2010). Il graduale emergere di questa nuova consapevolezza ha iniziato a far traballare la solidità dei tradizionali modelli di tecnica attuariale, tecnicamente rigorosi ma non più sufficienti di fronte ai nuovi scenari e alle conseguenti nuove necessità di calcolo e di documentazione.

Le origini della matematica attuariale, delle assicurazioni sulla vita in particolare, possono collocarsi nella seconda metà del Seicento. In tale periodo furono proposte formule per il calcolo del valore attuale atteso (o valore "attuariale") di rendite vitalizie[44]. Dalle sue origini, la matematica attuariale è stata oggetto di una progressiva evoluzione, grazie anche agli sviluppi del calcolo delle probabilità, agli apporti della

---

[43] Il trend o profilo temporale della mortalità rappresenta l'evoluzione della mortalità per ogni generica età x. In un'ottica dinamica corrisponde alla lettura della matrice delle probabilità di decesso in senso orizzontale, ossia: $\dots, q_x(y-1), q_x(y), q_x(y+1), \dots$.

[44] Si pensi alle due formula proposte rispettivamente da Jan de Witt nel 1671 e da Edmond Halley nel 1693 per il valore attuale di una rendita vitalizia immediata posticipata con rata annua unitaria:

$$a_x = \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_tp_x(1+i)^{-t} \qquad \text{e} \qquad a_x = \sum_{h=1}^{\omega-x} a_{h\urcorner}\, {}_hp_x q_{x+h},$$

dove $(1+i)^{-t}$è il fattore annuo di attualizzazione, ω denota l'età estrema, ${}_tp_x$ è la probabilità che l'assicurato di età x all'inizio del periodo di pagamento della rendita sia in vita all'età $x+h$, $a_{h\urcorner}$ è il valore attuale di una rendita posticipata certa di durata h, q_{x+h} è la probabilità di decesso entro un anno per una persona di età $x+h$.

finanza matematica, alle accresciute capacità di calcolo automatico. Un significativo salto in avanti in tale processo evolutivo si è verificato in tempi recenti a causa per l'appunto, oltre che delle variazioni in ambito demografico ed economico finanziario, anche delle nuove normative che, anche a livello europeo, disegnano un nuovo scenario in cui, tra l'altro, può esprimersi la concorrenza tra operatori assicurativi sul mercato. Tutto ciò ha determinato un radicale mutamento del contesto operativo dell'assicurazione vita. Tale contesto profondamente innovato ha colto la matematica attuariale impreparata ad affrontare nuove sfide (come sostenne Pitacco al "Convegno di studi su Economia e Incertezza", Trieste 23 ottobre 2009), ed ha costretto la tecnica assicurativa ad avvalersi sempre più di contributi provenienti anche da diversi ambiti disciplinari, alcuni tradizionalmente lontani dalla scienza e tecnica attuariale come l'economia aziendale, la finanza d'azienda, e via dicendo.

È così che in questi ultimi anni, stimolata anche dal progetto europeo *Solvency II*[45], l'attività assicurativa si è dischiusa all'applicazione dell'approccio suggerito dal *Risk Management* (RM), disciplina non certo nuova nell'ambito aziendale generale, ma solo di recente applicazione in quello assicurativo. *Solvency II* attribuisce infatti particolare importanza ai processi di RM, intesi come processi coinvolgenti tutte le fasi dell'attività assicurativa, dal disegno dei prodotti assicurativi, al relativo *pricing*, dal trasferimento di rischi mediante riassicurazione, alla allocazione di capitale proprio. Il RM in ambito assicurativo non va inteso come un "nuovo modello" attuariale in sostituzione di quelli più o meno tradizionali e comunque di uso consolidato. Piuttosto, il RM costituisce un insieme di "linee guida" per una reinterpretazione, formale ed operativa, del processo assicurativo-riassicurativo. In particolare, tali linee guida dovrebbero stimolare una maggiore consapevolezza nell'uso degli strumenti attuariali tradizionali (prevalentemente deterministici) da un lato e, dall'altro, evidenziare la necessità di implementare strumenti attuariali stocastici, sia tradizionali sia innovativi (Pitacco, 2010).

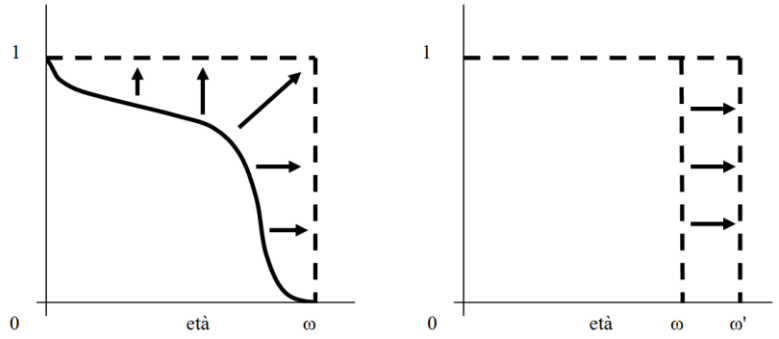
[45] *Solvency II* è un progetto di profonda revisione della regolamentazione delle imprese di assicurazione a livello europeo iniziato con l'introduzione della vigilanza supplementare sui gruppi assicurativi (DIR 98/87) e da ultimo terminato con la definizione della nuova metodologia per la vigilanza prudenziale (DIR 2009/138). Sinteticamente il progetto, strutturato su tre pilastri, si occupa di riformare le metodologie di valutazione dell'attività di una compagnia di assicurazione, fornendo strumenti più adeguati per determinare la rischiosità e la solvibilità generale della stessa.

In questo secondo capitolo si esaminerà per l'appunto la contrapposizione tra tali strumenti nell'ambito della recente evoluzione della tecnica attuariale nell'assicurazione vita, seguendo le fasi successive di applicazione del processo di RM alla gestione del rischio di longevità (dall'identificazione, alla quantificazione, alle strategie di portafoglio atte alla sua copertura).

2.1 La dinamica della mortalità

Come già menzionato, nei Paesi occidentali si è osservato negli ultimi decenni un progressivo allungamento della vita media (sia alla nascita che ad età avanzate), un incremento della durata di vita di massima probabilità (spostamento in avanti del punto di Lexis[46]) e la diminuzione dei tassi di mortalità, in particolare ad età adulte ed anziane. Tutto ciò ha influenzato in modo notevole l'andamento delle funzioni biometriche rispetto all'età[47]. Si osservi a tal proposito la figura 2.1 sottostante, la quale riporta il grafico della funzione dei sopravviventi evidenziando con delle frecce i movimenti che nel tempo la stanno interessando, con riferimento in particolare alle età adulte.

Figura 2.1 – Rettangolarizzazione ed espansione della funzione di sopravvivenza.



Fonte: Olivieri e Pitacco, 2002.

[46] Il "punto di Lexis" è definito come il punto di massimo alle età adulte della distribuzione della variabile aleatoria K_0 (dove K_o è la parte intera o "valore troncato" della variabile durata aleatoria di vita, valutata alla nascita, ossia T_0), individuata dalle probabilità ${}_{x/1}q_0$ (probabilità di decesso tra le età x e $x+1$ valutata alla nascita, cioè per una persona di età 0). Esso rappresenta pertanto la durata di vita di massima probabilità valutata alla nascita.

[47] Con l'espressione "funzioni biometriche" ci si riferisce a tutti gli indicatori riportati nelle tavole di mortalità, quali ad esempio la probabilità di morte q_x (ovvero la probabilità per un individuo in età x, di morire in età tra x ed $x+1$), la funzione di sopravvivenza indicata con l_x (ovvero il numero di individui sottoposti a rischio di morte tra due compleanni successivi, secondo i valori assunti da q_x), o il numero di decessi in età tra x e $x+1$ indicato con d_x.

Si possono osservare due tipologie di alterazione dell'andamento della curva dei sopravviventi, di rilevante interesse per gli attuari viste le importanti conseguenze sul profilo di rischio di vari prodotti assicurativi:

- nella parte sinistra della figura si evidenzia la "rettangolarizzazione" del grafico della funzione dei sopravviventi, nel senso dell'assunzione col passare del tempo di una forma sempre più rettangolare; ciò è dovuto ad una crescente concentrazione dei decessi attorno alla moda (nelle età più avanzate) della curva rappresentante gli stessi decessi[48];
- nella parte destra della figura si evidenzia invece "l'espansione" del grafico della funzione dei sopravviventi, spiegata dalla progressiva traslazione verso destra (quindi verso età sempre più avanzate) della moda della curva dei decessi (che a causa della rettangolarizzazione tende a coincidere con l'età massima ω).

Entrambi i fenomeni influenzano la gestione dei *living benefits*[49], tuttavia con conseguenze diverse. Mentre la rettangolarizzazione, che corrisponde quindi ad una variabilità decrescente della durata aleatoria di vita, riduce il rischio di fluttuazioni casuali del numero effettivo di decessi per età attorno al suo valore atteso, il fenomeno dell'espansione, data l'incertezza della traslazione futura del punto di Lexis, aumenta invece il rischio di deviazioni sistematiche, ossia quello che si è definito come *longevity risk*. Rischio che si origina appunto dall'incertezza sui futuri trend della mortalità.
I calcoli attuariali nell'ambito delle assicurazioni sulla vita e dei fondi pensione necessitano di una serie di assunzioni sulla mortalità, comunemente espresse dalla probabilità annua di decesso q_x[50] o dalla forza di mortalità μ_x[51]. Tali assunzioni hanno da sempre giocato un ruolo fondamentale nell'intera storia della matematica attuariale, tuttavia è stato solo dopo la raccolta di una lunga serie di esperienze di mortalità che i

[48] Curva che rappresenta la funzione q_x, ossia la probabilità di morte entro un anno per un individuo di età x al variare di x.
[49] Prestazioni garantite in caso di vita dell'assicurato all'interno per esempio di polizze assicurative caso vita o schemi pensionistici (quali le rendite pensionistiche), o nell'ambito di assicurazioni LTC (in tal caso si parla specificatamente di "*disability benefits*" pagati all'assicurato ancora in vita e non più autosufficiente).
[50] Il tasso annuo di mortalità q_x, come già ricordato, esprime la probabilità per un soggetto di età x di morire entro un anno, ossia prima di raggiungere l'età $x + 1$.
[51] La forza di mortalità all'età x (nota anche come "tasso istantaneo di mortalità") è così definita in ambito attuariale: $\mu(x) = -\frac{d(lnS)}{dx}(x)$, dove S(x) è la funzione di sopravvivenza definita come $S(x) = \mathbb{P}(\tau > x)$, con τ durata aleatoria di vita.

trend di questo fenomeno sono chiaramente emersi all'attenzione degli studiosi; soltanto all'inizio del Novecento si è infatti sviluppato il concetto di "mortalità dinamica". Prima, invece, secondo l'approccio tradizionale, la probabilità annua di decesso e la forza di mortalità venivano determinate a partire esclusivamente da osservazioni "di periodo" [52]. Sulla base delle probabilità annue di decesso q_x si possono infatti costruire tavole di periodo (anche dette "tavole di contemporanei") nel seguente modo:

$$l_{x+1} = l_x\,(1 - q_x) \qquad x = 0, 1, \ldots, \omega - 1,$$

dove si assume che ω sia l'età estrema (ad esempio 110 anni) e l_x il numero di persone coetanee di età x in vita. Utilizzando la forza di mortalità, la tavola di sopravvivenza di periodo, per $x > 0$, si ottiene invece così:

$$l_x = l_0 e^{-\int_0^x \mu_t \, dt}.$$

Dato che i q_x e i μ_x sono supposti stimati dall'esperienza sulla mortalità in un determinato periodo (per esempio un anno), l'ipotesi sottostante alla costruzione di tavole di periodo è che il trend della mortalità rimanga pressoché invariato in futuro. Le due formule quindi sottintendono implicitamente un'ipotesi di "mortalità statica", ipotesi non più sostenibile alla luce dei cambiamenti che, come si è osservato e si osserverà in seguito, hanno interessato la mortalità della popolazione mondiale nel corso del XX secolo (e in particolare negli ultimi decenni). L'importante diminuzione della mortalità rende infatti l'ipotesi di staticità non più accettabile, specialmente se ci si riferisce a lunghi periodi. Nelle applicazioni assicurative del ramo vita o nell'ambito dei fondi pensione, l'uso di tavole di periodo è ancora invalso, anche se ristretto perlopiù ai soli contratti di breve-media durata (5 o 10 anni). Occorre evidenziare che se le assunzioni di mortalità vengono poste come premessa al calcolo del prezzo o alla

[52] Nella letteratura sono presenti due differenti tavole di mortalità: le *cohort life table (*tavole di mortalità per generazioni) e le *period life table* (tavole di mortalità per contemporanei). Mentre nel primo caso si assume che la sequenza finita l_0, l_1,…, l_ω (in cui consiste la tavola di mortalità) sia fornita da dati statistici, basata su una *longitudinal observation* del numero attuale di sopravviventi alle età 1,2,…,ω in una generazione di nati che viene seguita fino alla sua estinzione, nel secondo caso l'evidenza statistica consiste nella frequenza di morte riferita ai vari anni, osservata interamente in un determinato periodo, per esempio un anno. Si assume che la frequenza di morte all'età *x* (eventualmente dopo una traslazione rispetto a *x*) sia una stima della probabilità di morte q_x.

valutazione delle riserve relative ai *death benefits*[53], allora le tavole di periodo costruite assumendo un'ipotesi di mortalità statica, mettono l'assicuratore in una condizione che si può definire "prudenziale"; mentre se usate in relazione ai *living benefits* comportano una inevitabile sottovalutazione del costo delle polizze a causa dei miglioramenti di mortalità osservati.

L'evoluzione della mortalità comporta che una tavola di sopravvivenza di contemporanei, quantunque aggiornata, non permetta, oggi, un'adeguata valutazione delle probabilità di decesso tra dieci, quindici o vent'anni. A causa dell'ampiezza dell'orizzonte temporale sul quale si sviluppa un rendita vitalizia o un'assicurazione LTC o un'assicurazione malattia a vita intera, occorre allora tener conto, nella valutazione delle probabilità di decesso, della suddetta evoluzione. Si impone pertanto la costruzione e l'impiego, soprattutto nella valutazione attuariale di tali prodotti, di "tavole proiettate" che permettano di anticipare i futuri trend di mortalità. Si tratta di tavole nelle quali le probabilità di sopravvivenza sono determinate sulla base dell'esperienza dei precedenti trend di mortalità e che pertanto poggiano su un concetto di "mortalità dinamica".

La problematica relativa alla proiezione delle tavole di mortalità costituisce, ormai da decenni, un fondamentale capitolo sia della demografia sia della statistica delle assicurazioni di persone. Dal primo modello di proiezione della mortalità per età, datato 1912 e dovuto ad A. Lindstedt, ai recentissimi contributi di L. Carter e L. Lee, la gamma di metodologie per la proiezione della mortalità si è progressivamente arricchita e perfezionata (Pitacco, 2004a).

L'idea fondamentale, quando si lavora in un contesto dinamico, è quella di esprimere la mortalità come funzione dell'anno di calendario y. Poiché in ambito attuariale si rendono necessarie misure della mortalità in funzione dell'età, allora in un contesto dinamico la mortalità viene espressa come funzione sia dell'età raggiunta x, sia dell'anno di calendario y. Un modello di sopravvivenza proiettato (*projected survival model*, presentato di solito nella forma di una tavola proiettata) è dunque una funzione $\Gamma(x, y)$ a valori reali che può rappresentare varie grandezze, come la probabilità di

[53] Prestazioni previste a favore del beneficiario di una polizza assicurativa o di uno schema pensionistico in caso di morte dell'assicurato. Ad esempio nell'assicurazione in caso morte "a vita intera" si prevede che l'assicuratore, in cambio del pagamento di un premio, paghi un importo prestabilito alla fine dell'anno in cui avviene il decesso della testa assicurata.

morte, $q(x,t)$, l'*odds* di mortalità[54], $q(x,t)$, / $p(x,t)$, la forza di mortalità $\mu(x,t)$, e così via. La costruzione di una tavola proiettata prevede un procedimento che richiede anzitutto alcune scelte preliminari: scelta del supporto statistico, cioè dell'insieme di tavole da impiegare nella procedura di estrapolazione[55]; scelta del modello di proiezione che genererà la tavola proiettata, cioè scelta della struttura matematica da impiegare per la procedura di estrapolazione e i cui parametri saranno stimati sulla scorta del supporto statistico scelto; scelta della "tavola di base", cioè della tavola alla quale applicare il modello di proiezione (Pitacco, 2002).

Anche se le misure della mortalità per età sono essenziali nel calcolo attuariale, informazioni rilevanti sull'evoluzione nel tempo della mortalità (dunque sui suoi passati trend) possono essere ricavate anche dalla dinamica di varie grandezze che sintetizzano la distribuzione di probabilità della durata aleatoria di vita dell'assicurato (nel mondo anglosassone dette "*markers*"), anch'esse indicizzabili rispetto al tempo *y*. Grandezze "di posizione" utili per ottenere informazioni sul processo di espansione, sono per esempio la vita attesa (o "speranza di vita") alla nascita o a qualche età prefissata, e il già citato "punto di Lexis", cioè l'età cui corrisponde, in una data tavola di mortalità, il massimo numero di decessi in un'ideale generazione di persone, e quindi la massima probabilità di decesso valutata alla nascita dei soggetti appartenenti a tale generazione. Misure "di variabilità" utili per ottenere informazioni sul processo di rettangolarizzazione sono invece: la varianza della durata aleatoria di vita, $Var\ (T_0)$, o la sua deviazione standard, $\sigma_0 = \sqrt{Var\ (T_0)}$; il range interquantile IQR = $x'' - x'$,

54 L'*odds* di un determinato fenomeno dicotomico (nel caso in esame: morte o non morte della testa assicurata) entro l'ambito di una determinata popolazione è il rapporto: (numero di casi in cui il fenomeno si è verificato) / (numero di casi in cui il fenomeno non si è verificato). Rischio e *odds* (termine praticamente intraducibile in italiano) sono modi alternativi di esprimere la probabilità che un particolare evento si verifichi o non si verifichi, ma differiscono fra di loro per alcuni aspetti. Si consideri il seguente esempio. Se una morte neonatale si verifica in 20 bambini su un totale di 100 nati pretermine, il rischio di mortalità perinatale è 20/100 = 0.20 = 20%. L'*odds* di mortalità perinatale, invece, è il numero di neonati che muoiono (20) contro il numero di neonati che sopravvivono (100-20 = 80). In altri termini, quando si esprime la probabilità di morte neonatale come rischio, si stima una media di 20 morti ogni 100 nati pretermine; quando la si esprime come *odds*, si stima 20 neonati pretermine morti ogni 80 che sopravvivono (20 a 80). È però da notare una differenza sostanziale nell'ampiezza dei range di tutti i possibili valori di queste due misure. Il range dei possibili valori di una misura di probabilità va da zero a uno. Il range dei possibili valori di un *odds* va invece da zero a infinito.

55 Non necessariamente si utilizzano tutte le tavole disponibili, anzi in genere ci si limita alle più vicine temporalmente in quanto maggiormente rappresentative dei fattori più recenti di diminuzione della mortalità e quindi più utili per la determinazione di un trend che sia quanto più "aggiornato" possibile.

dove x' e x'' sono età tali per cui $l_{x'}$ = 0.75 e $l_{x''}$ = 0.25 (con l_0 = 1)[56]; l'indice H (talvolta indicato col nome di "entropia normalizzata" della funzione di sopravvivenza) definito come l'opposto del valor medio pesato della funzione $\ln l_x$, con pesi dati da l_x: $H = -\int_0^{\omega} l_x \ln l_x \, dx / \int_0^{\omega} l_x \, dx$[57].

Ritornando alla problematica della proiezione della mortalità, nella letteratura si possono rinvenire numerosi approcci così classificabili (Antolin, 2007):

- metodi *process-based*, che si riferiscono a dati biomedici della popolazione sui quali si effettuano le proiezioni;
- metodi *explanatory-based*, che riguardano un approccio previsionale basato sulle cause di morte e che esplicitano relazioni econometriche presenti nel trend della sopravvivenza umana;
- metodi estrapolativi, che fondano le proiezioni sui trend storici della mortalità.

La tipologia di modelli più ampiamente utilizzata dagli attuari e dalle agenzie governative è quella dei metodi di estrapolazione che, come appena accennato, utilizzano i dati passati sulla mortalità per esprimere i tassi annui futuri di decesso (o altre grandezze che esprimono la mortalità) in relazione all'età raggiunta *x* e all'anno di calendario *y*.

---

[56] Il range interquantile IQR della funzione dei sopravviventi è interpretabile come una misura di variabilità che esprime l'estensione della fascia d'età entro la quale si stima la sopravvivenza della metà degli individui della popolazione inizialmente considerata. Sicché la diminuzione dell'indice indica una diminuzione della dispersione della durata aleatoria di vita.

[57] In fisica l'entropia è una grandezza che viene interpretata come una misura del disordine presente in un sistema fisico qualsiasi, incluso, come caso limite, l'universo. In generale è possibile dare una spiegazione semplicistica del concetto di entropia, interpretandolo come il "grado di disordine" di un generico sistema. Un aumento del "disordine" di un sistema è associato ad un aumento di entropia, mentre una diminuzione del "disordine" di un sistema è associata ad una diminuzione di entropia. Secondo il principio di Boltzmann in meccanica statistica l'entropia è definita come:

$$S = K \ln (\Gamma),$$

dove k è la costante di Boltzmann e Γ è una misura dell'insieme di tutte le possibili disposizioni dei livelli molecolari. L'indice H, come sopra definito in ambito attuariale, ha un'espressione simile alla definizione di entropia formulata da Boltzmann, per questo esso viene anche indicato col nome di "entropia della funzione di sopravvivenza". Nel caso in questione, si tratta in particolare di una misura "normalizzata" allo scopo di renderla più facilmente confrontabile. L'interpretazione che si può dare a tale misura di variabilità della funzione di sopravvivenza, è che alla diminuzione del valore dell'indice H corrisponde un aumento dello stato di "ordine del sistema" (inteso qui come concentrazione del numero di decessi) e dunque una diminuzione del livello di rischiosità; il valore dell'indice H diviene al limite pari a zero quando la funzione di sopravvivenza assume una forma perfettamente rettangolare.

Per quanto riguarda l'uso dei dati relativi ad osservazioni di mortalità passate nell'estrapolazione dei trend, si possono classificare i metodi di proiezione della mortalità secondo due principali categorie:

1. i metodi nei quali si utilizzano direttamente i dati suddivisi per età tratti dalle tavole di sopravvivenza, per cui la procedura di proiezione si applica direttamente a quantità come le probabilità di decesso q_x, i tassi di mortalità centrali m_x, l'*odds* di mortalità q_x/p_x, e così via;
2. i metodi nei quali i dati delle tavole vengono prima sintetizzati in varie maniere, per esempio attraverso l'uso di "leggi di mortalità"[58] in grado di cogliere le caratteristiche essenziali di uno scenario di mortalità (come l'intensità della rettangolarizzazione e dell'espansione della funzione dei sopravviventi), poi la procedura di proiezione viene applicata al set di parametri che caratterizza la specifica legge, ottenendo così una significativa riduzione nelle dimensioni del problema di proiezione, cioè nel numero di gradi di libertà. Le caratteristiche essenziali di uno scenario di mortalità possono essere sintetizzate anche tramite alcuni tipici indicatori come quelli precedentemente citati (speranza di vita, punto di Lexis, varianza della durata aleatoria di vita, e così via) che evitano all'attuario il problema della scelta della legge di mortalità più appropriata e che stanno alla base delle cosiddette "*model tables*"[59]. Esse possono essere utilizzate per la proiezione della mortalità nel seguente modo: si sceglie un set di *model tables*, rappresentative della mortalità in una certa popolazione in diverse epoche, si analizzano i trend che hanno caratterizzato nel passato l'indicatore a cui ciascuna tavola è indicizzata (ad esempio l'aspettativa di vita alla nascita) e poi si proiettano tali trend nel futuro attraverso l'uso di appropriate formule matematiche. Infine i valori previsti per i tassi di mortalità per età si ottengono

[58] Una "legge di mortalità" è una funzione matematica volta a rappresentare il fenomeno della mortalità per un intervallo d'età sufficientemente ampio. Può avere ad oggetto una funzione di sopravvivenza, una funzione delle probabilità di morte o dei tassi istantanei di mortalità, e così via. In ogni caso nella ricerca di un'espressione analitica atta a rappresentare l'evoluzione per età del processo di mortalità gli obiettivi che si perseguono sono due: trovare la logica nei meccanismi che regolano il processo di mortalità e interpolare nella maniera migliore possibile i dati sperimentali. Un esempio è la funzione di sopravvivenza parametrica alla Gompertz, la quale assume un andamento esponenziale del tasso istantaneo di mortalità. Altri esempi sono la legge di Makeham, quella di Weibull o di Heligman-Pollard.

[59] Un set di *model tables* è un insieme di tavole di sopravvivenza indicizzate rispetto ad un indicatore della distribuzione di probabilità della durata aleatoria di vita (ad esempio la speranza di vita alla nascita), cosicché ciascuna tavola è sintetizzata dal relativo valore dell'indicatore prescelto.

dal sistema delle *model life tables*, inserendovi i valori proiettati degli indicatori ottenuti al passo precedente. (Pitacco, 2004b).

Se si prendono in considerazione le prime formule per il calcolo del valore attuale atteso di una rendita vitalizia proposte nella seconda metà del Seicento da Edmund Halley e da Jan de Witt[60], si può notare che il modello attuariale che esse sottendono è di tipo deterministico ed implicitamente statico. Deterministico in quanto, pur basato sull'uso di probabilità (o di quantità interpretabili come probabilità, cioè i rapporti l_{x+t}/l_x), impiega le probabilità stesse solo al fine di calcolare valori attesi, mancando qualsiasi quantificazione di rischio. La presenza di rischi in tale modello attuariale può pertanto essere considerata esclusivamente in termini di un caricamento implicito di sicurezza, attuato calcolando il valore attuariale con una base "prudenziale". La giustificazione di tale approccio deterministico al calcolo di valori attuariali risiedeva nel fatto che l'unica fonte di rischiosità allora considerata era quella originata dagli scarti accidentali della mortalità[61], rischiosità che poteva essere diminuita in termini relativi aumentando il numero di teste assicurate. Infatti, più grande è la popolazione sottostante, più contenuto è il rischio di mortalità non sistematico cui l'assicuratore è esposto grazie alla compensazione dei rischi, altresì definita "diversificazione".

"Modello statico" con riguardo invece al fatto che, tradizionalmente, i modelli attuariali erano (e, in parte, sono tuttora) basati sull'impiego di probabilità di sopravvivenza tratte da osservazioni "di periodo" che, come si è detto, conducono alla costruzione di tavole che sottintendono un concetto di "mortalità statica" (tavole di mortalità semplici, non proiettate).

Le evidenti variazioni negli scenari demografici osservate negli ultimi decenni hanno imposto la definizione e l'uso di modelli attuariali basati invece su ipotesi meno restrittive di quelle adottate nei modelli classici (di cui sono espressione le due formule sopra richiamate). Si è quindi manifestato un progressivo spostamento da modelli statici a modelli dinamici, e da modelli deterministici a modelli stocastici.

---

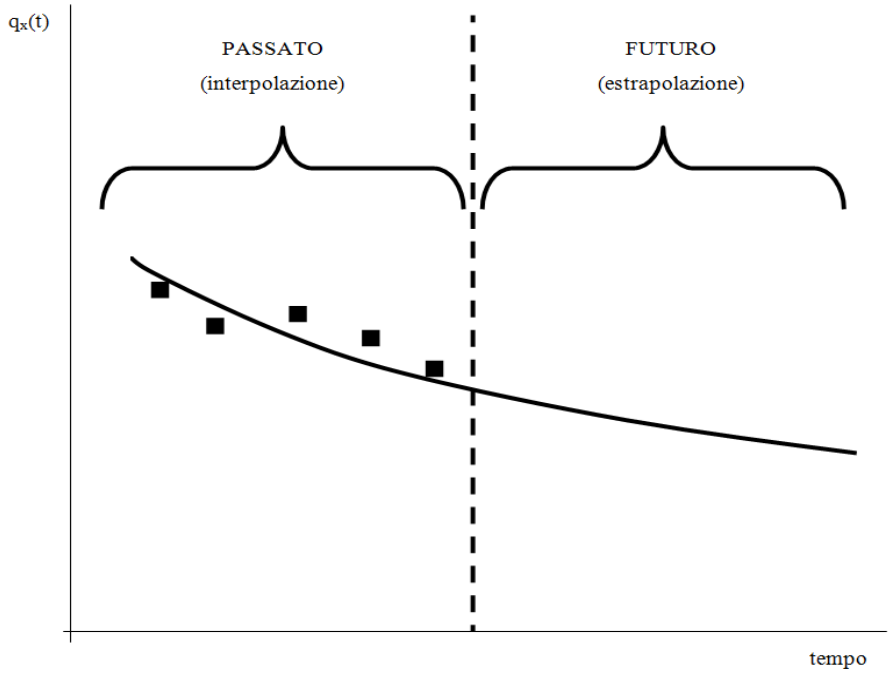
[60] Per le formule per il calcolo del valore attuale atteso di una rendita vitalizia proposte da Edmund Halley e da Jan de Witt si veda la nota n. 44.

[61] Anche se il vero tasso di mortalità è noto, il numero di decessi osservato è casuale, per cui rimane sempre l'esposizione al rischio di mortalità non sistematico (che verrà meglio definito nel sottoparagrafo 2.2.1 - Identificazione).

Con riferimento a questi ultimi (di cui si parlerà più approfonditamente nel sottoparagrafo 2.2.2 - Quantificazione) occorre fin da subito esaltarne la portata innovativa contrapponendoli ai più tradizionali modelli di previsione della mortalità basati su metodi estrapolativi.

I metodi estrapolativi tradizionali interpolano i trend di mortalità osservati in passato ed ipotizzano che essi si ripeteranno in futuro, per cui producono previsioni delle future probabilità di decesso espresse in forma di stime puntuali (come si può osservare nella figura 2.2, in cui è rappresentato il grafico dell'evoluzione della probabilità di decesso per un individuo di età x - riportata in ordinata - al variare dell'anno di calendario y - riportato in ascissa - secondo per l'appunto un'ottica di mortalità dinamica).

Figura 2.2 – Metodi estrapolativi.



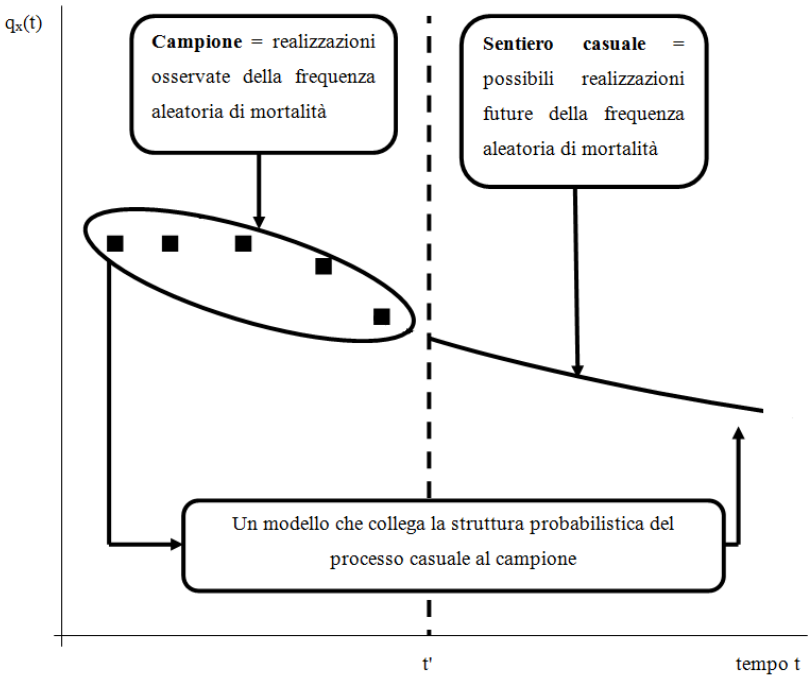
Fonte: Olivieri e Pitacco, "Life Annuities and Longevity dynamics", WP n. 36, CERAP 2006.

I modelli di previsione stocastici, invece, assumono i tassi di mortalità osservati come estrazioni di variabili casuali che rappresentano la mortalità passata, e i tassi di mortalità proiettati come stime di variabili casuali che rappresentano la mortalità futura. Definiscono quindi un insieme di ipotesi circa la mortalità ed un legame tra osservazioni e proiezioni (come illustrato nella figura 2.3, in cui di nuovo è rappresentato il grafico

dell'evoluzione nel tempo della probabilità di decesso per un individuo di età x - riportata in ordinata - al variare dell'anno di calendario y - riportato in ascissa).

Una fondamentale caratteristica dei modelli stocastici è dunque il fatto che essi offrono come *output* sia proiezioni in forma di stime puntuali, che intervalli di confidenza dei futuri tassi di mortalità (come illustrato nella figura 2.4, in cui l'area compresa tra i tratteggi rappresenta le possibili evoluzioni nel tempo del tasso annuo di decesso per individui di età x). In questo caso il modello statistico adottato nell'analisi dei dati di mortalità passata e nella proiezione della stessa nel futuro, offre dunque come suo stesso *output* anche una quantificazione probabilistica dell'incertezza sui futuri trend della mortalità, e quindi una valutazione del rischio di mortalità sistematico[62].

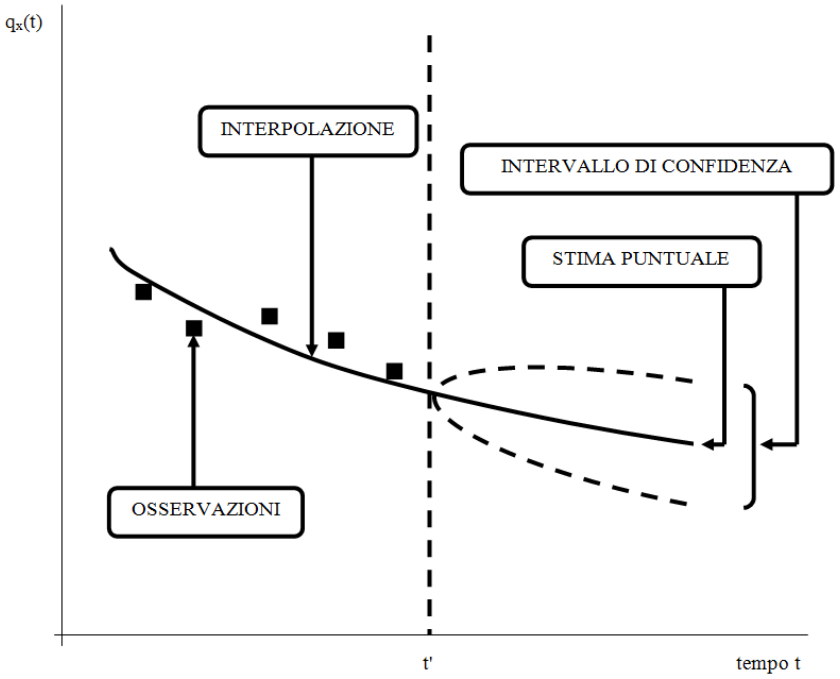
Figura 2.3 – Modelli stocastici per la proiezione della mortalità.



Fonte: Olivieri e Pitacco, "Life Annuities and Longevity dynamics", WP n. 36, CERAP 2006.

[62] Per la definizione di "rischio di mortalità sistematico" si rinvia al sottoparagrafo 2.2.1 - Identificazione.

Figura 2.4 – Stime puntuali ed intervalli di confidenza in una proiezione stocastica.



Fonte: Olivieri e Pitacco, "Life Annuities and Longevity dynamics", WP n. 36, CERAP 2006.

Tra i modelli stocastici si distinguono inoltre quelli basati su leggi di mortalità (ad esempio le leggi di Gompertz, Makeham, Weibull o Heligman-Pollard) in cui la struttura della mortalità per età dipende dal tempo per mezzo dei parametri, e quelli cosiddetti "*distribution-free*" (come il modello Lee-Carter e le sue varie estensioni[63]), in cui il tasso centrale di mortalità[64] viene modellizzato come un processo stocastico e la descrizione dei cambiamenti della mortalità viene presentata come funzione di un unico indice temporale (sul quale viene fatta la proiezione).

---

[63] Estensioni del modello *Lee - Carter* (1992) sono: *Brouhns* et al. (2002), *Renshaw* e *Haberman* (2003, 2006), CMI (2005, 2006).

[64] Una probabilità di decesso centrale è una probabilità calcolata alla metà del periodo in considerazione (attraverso il rapporto tra decessi e numero medio di persone), diversamente da q_x che è la probabilità di decesso all'inizio del periodo (in questo caso il rapporto è tra decessi e numero di persone all'inizio del periodo). Nella sua versione originale del 1992 il modello *Lee - Carter* è caratterizzato dalla seguente relazione:

$$m_{x,t} = exp\,(a_x + k_t b_x + e_{x,t})$$
$$\ln\,(m_{x,t}) = a_x + k_t b_x + e_{x,t},$$

dove $m_{x,t}$ è il tasso centrale di mortalità calcolato per un individuo di età *x* al tempo *t*; a_x è una media semplice di $\ln\,(m_{x,t})$ lungo l'intero periodo di osservazione, che descrive in media appunto il comportamento del tasso centrale di mortalità per ogni età *x*; k_t è l'indice di mortalità nel tempo, che mostra per tutte le età insieme come il fenomeno della mortalità si è evoluto nel passato; b_x è un parametro di sensitività, il parametro sintetizza l'ampiezza del tasso di mortalità che si reduce per ogni età; $e_{x,t}$ rappresenta la parte di mortalità che non è catturata dal modello, con media zero e varianza $\sigma_e < \infty$.

2.2 Approccio RM

Prima di procedere nell'approfondimento dei modelli stocastici è utile a questo punto presentare brevemente le caratteristiche dell'approccio *Risk Management* (RM) a cui si è fatto accenno nell'introduzione di questo capitolo, e che servirà per collocare in un quadro di riferimento più chiaro gli argomenti che seguiranno.

Il RM nasce nell'ambito aziendale e solo di recente, a causa soprattutto della solidità con cui si erano radicati nel mondo attuariale i modelli deterministici e statici sviluppati a partire dalla fine del Seicento, trova applicazione nel contesto assicurativo e previdenziale.

In un'impresa di assicurazione un programma di RM può essere definito come un programma organizzato di registrazione di tutte le fonti e dei volumi di esposizione ai rischi del business assicurativo, comprensivo delle procedure per la registrazione stessa e per la creazione di report sullo stato di rischiosità. Elementi fondamentali di tale programma sono le limitazioni all'esposizione ai vari tipi di rischio e le politiche di gestione stabilite dal management della società, il flusso regolare ed appropriato di report ai vari livelli aziendali ed il controllo sull'efficacia dell'intero processo da parte di risk manager indipendenti dai responsabili delle varie *business unit* aziendali. Il RM può essere visto come la prima linea di difesa in un'impresa o, alternativamente, come la via per prevenire l'insorgere di situazioni che possono metterla in pericolo, mentre il cosiddetto "*capital supplements risk management*" è richiesto a supporto dei costi finanziari dell'azienda nelle situazioni in cui il RM di per sé non risulta essere un deterrente sufficiente (IAA[65], 2004).

Il processo di RM si articola in generale nelle seguenti fasi (si veda la figura 2.4):

– identificazione dei rischi;

– quantificazione dei rischi;

– analisi delle azioni disponibili;

– scelta delle azioni;

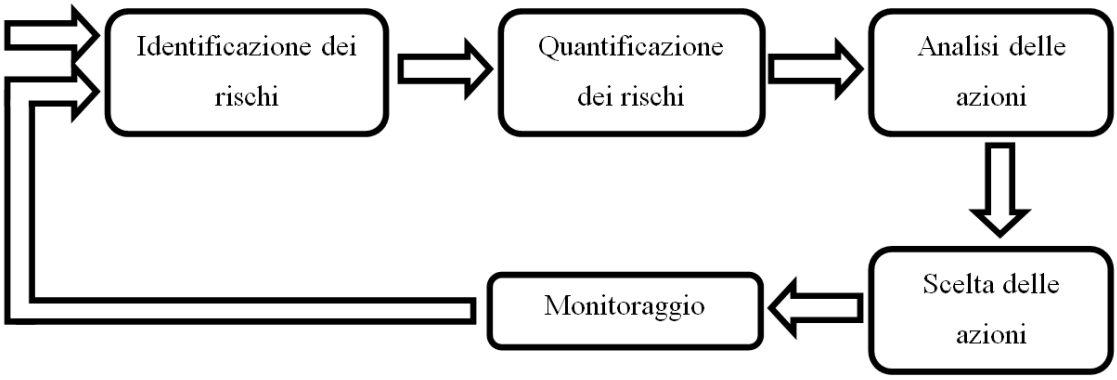
– monitoraggio.

Si tratta di un processo che in ogni caso va inteso come processo ciclico: la fase di monitoraggio, tesa a valutare le conseguenze delle azioni intraprese nonché ad accertare

[65] *International Actuarial Association* (IAA).

l'eventuale evoluzione degli scenari rispetto alle ipotesi adottate in fase di identificazione e quantificazione dei rischi, costituisce infatti la premessa per una nuova fase di identificazione dei rischi, successiva quantificazione, e via dicendo.

Figura 2.4 – Il processo di RM.



Fonte: Pitacco, 2010.

Di seguito verranno analizzate diverse questioni relative alla gestione dei rischi biometrici (tra cui il rischio di longevità e di disabilità) collocandole nel quadro di applicazione delle varie fasi del RM.

2.2.1 Identificazione

La fase di identificazione dei rischi rappresenta, assieme a quella di quantificazione, uno dei momenti cruciali dell'intero processo di RM. Essa si propone di ottenere una efficace descrizione del profilo di rischio dell'impresa considerando tutte le potenziali esposizioni a perdite. L'identificazione dei rischi, può seguire le linee guida fornite dall'*International Actuarial Association* (IAA) oppure quelle definite dal progetto *Solvency II*[66].

[66] Si veda www.eiopa.europa.eu.

In base alla classificazione proposta nel 2004 dall'*Insurer Solvency Assessment Working Party* (WP)[67] è possibile scomporre il rischio complessivo cui sono esposte le imprese di assicurazione in quattro macrocategorie:

- rischio di sottoscrizione;
- rischio di credito;
- rischio di mercato;
- rischio operativo.

Nella prima fase del processo di RM si tratterà dunque di individuare le "cause" di rischio, raggruppate secondo la classificazione sopra riportata e, nell'ambito di ciascun gruppo, le specifiche sottocause. Ad esempio con riferimento ad un portafoglio assicurativo vita, nell'ambito dell'*underwriting risk*[68] *Solvency II* individua i seguenti sottorischi: quelli collegati alle prestazioni assicurative in caso di decesso (rischio mortalità), in caso di sopravvivenza (rischio di longevità), in caso di insorgere di invalidità (rischio di morbilità-invalidità), rischi dovuti all'insorgere di spese in relazione ai contratti di assicurazione o di riassicurazione (rischio di spesa), rischio di variabilità nei tassi di revisione delle rendite imputabile al quadro giuridico di riferimento o allo stato di salute delle persone assicurate (rischio di revisione), rischio di variabilità dei tassi di riscatto, recesso, rinnovo ed estinzione anticipata (rischio di estinzione anticipata) ed infine incertezza significativa delle ipotesi alla base del calcolo delle tariffe e delle riserve con riferimento alle ipotesi estreme o eccezionali (rischio catastrofale).

Per ogni sottocausa di rischio, vanno inoltre individuate le relative "componenti" (scarti accidentali o "volatilità", scarti sistematici dovuti all'incertezza nella rappresentazione, tramite modelli e relativi parametri, del livello e/o trend di un fenomeno). Si è detto infatti che l'utilizzo di tavole proiettate consente di produrre previsioni su grandezze economiche impattate dal rischio di longevità (come il valore attuariale di una rendita vitalizia) maggiormente affidabili e realistiche rispetto a quelle ottenute in ipotesi di

[67] Si tratta di un gruppo di lavoro costituito all'inizio del 2002 dall'*Insurance Regulation Committee of the International Actuarial Association* (IAA) per preparare un report sulla valutazione della solvibilità delle imprese di assicurazione.

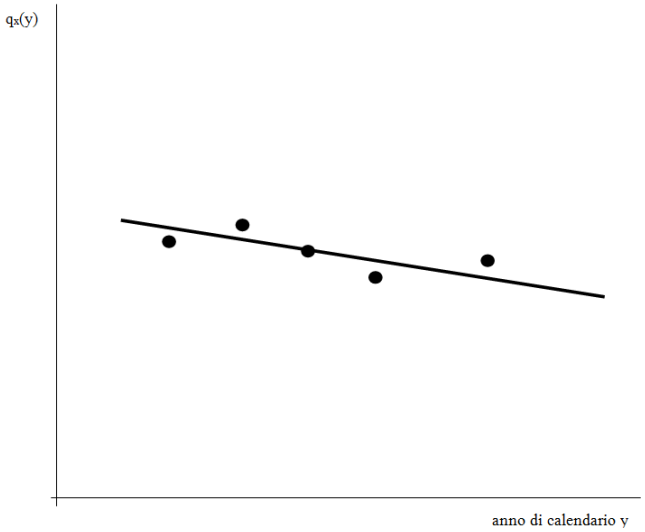
[68] Il macrorischio di *underwriting* si materializza quando il premio fatto pagare all'assicurato non è sufficiente per coprire i futuri esborsi, ovvero quando le riserve risultano inadeguate, ed è dunque il rischio tipico di una gestione assicurativa.

mortalità statica. Tuttavia, occorre tener conto del fatto che la proiezione stessa è affetta da aleatorietà. Per cui l'incertezza sui futuri tassi di mortalità risulta dovuta in prima battuta agli scarti accidentali o "volatilità" attorno alle stime puntuali dei tassi di mortalità attesi, scarti dovuti alla aleatorietà delle durate di vita degli assicurati (si tratta del cosiddetto "rischio di processo"). In secondo luogo si possono avere "deviazioni sistematiche" (ossia la realizzazione di una mortalità strutturalmente diversa da quella attesa) attribuibili alla scelta del modello di proiezione: vi è incertezza sia con riferimento alla stima dei parametri del modello (errori di stima possono essere dovuti per esempio alla limitata quantità di dati disponibili), sia con riferimento alla forma stessa del modello il quale può non riflettere in modo adeguato il livello e/o il trend effettivo della mortalità (si parla rispettivamente di "rischio di parametro" e di "rischio di modello"). Il termine *uncertainty risk* (rischio di incertezza) è solitamente utilizzato per riferirsi congiuntamente ai rischi di modello e di parametro, al fine di indicare l'incertezza di tipo sistematico nella rappresentazione del fenomeno della mortalità futura. Quando vengono considerate le età adulte o anziane, l'*uncertainty risk* risulta particolarmente rilevante nel caso in cui si verifichi un'imprevista riduzione dei tassi di mortalità. In questo specifico caso, viene utilizzato il termine *longevity risk* al posto di *uncertainty risk*.

Nell'ambito del progetto *Solvency II*, i rischi di mortalità e longevità sono considerati il risultato dell'*uncertainty risk*. In particolare il *mortality risk* si riferisce ad una possibile situazione di extra-mortalità, importante dunque nell'ambito dei *death benefits*, al contrario, il *longevity risk* riguarda la possibile realizzazione di extra-sopravvivenza; in questo caso, l'interesse sarà riferito ai *living benefits*, in particolar modo alle rendite vitalizie.

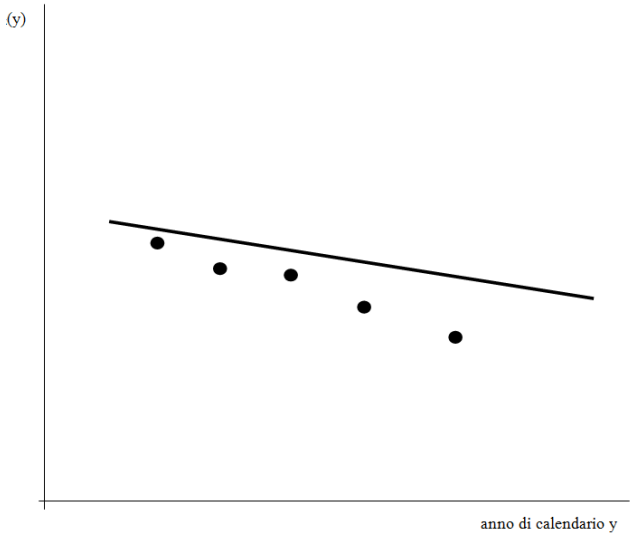
Le figure sottostanti mostrano a titolo esemplificativo i tassi di mortalità proiettati per età (la linea continua) e due set di possibili realizzazioni della mortalità (i punti) che mettono in evidenza da una parte possibili fluttuazioni casuali intorno al tasso atteso, dall'altra possibili deviazioni sistematiche.

Figura 2.5 – Fluttuazioni casuali della mortalità realizzata intorno ai valori attesi.



Fonte: Pitacco, 2002.

Figura 2.6 – Deviazioni sistematiche della mortalità realizzata dai valori attesi.



Fonte: Pitacco, 2002.

2.2.2 Quantificazione

Il progetto *Solvency II* menziona il *longevity risk* nel primo pilastro, quello relativo ai requisiti di capitale dei rischi considerati "quantificabili". Sulla questione dell'attribuzione al *longevity risk* del concetto di "incertezza" o di "rischio" si è ampiamente discusso nel corso della già menzionata seconda *International Longevity Risk and Capital Market Solutions Conference* di Chicago del 2006. Riprendendo la definizione data da Frank Knight in un paper del 1921 (così come riportata in MacMinn, 2006) il "rischio" è un'aleatorietà cui sono attribuite probabilità conosciute, mentre "l'incertezza" è un'aleatorietà con probabilità sconosciute, dunque non misurabile. Nel corso della conferenza di Chicago, Stallard suggerì di interpretare il *longevity risk* come un'aleatorietà quantificabile, pur sottolineando la necessità di ulteriori miglioramenti delle metodologie di previsione della mortalità atti ad offrire stime più precise ed affidabili. Vista anche l'ubicazione del rischio di longevità nel progetto europeo di revisione della regolamentazione delle imprese di assicurazione, è possibile oggi riconoscerne definitivamente lo stato di "rischio" piuttosto che di "incertezza".

Ecco dunque che la seconda fase del processo di RM si propone proprio di quantificare tale rischio.

Si è già detto del passaggio nell'ambito della matematica attuariale dall'uso di tavole "di periodo" all'uso di tavole proiettate, passaggio che ha permesso una considerazione dinamica del fenomeno della mortalità più coerente con le esperienze di mortalità fin'ora acquisite, e del fatto che la proiezione della mortalità e della disabilità (di interesse per la valutazione di altri *living benefits* affetti da *longevity risk* quali quelli previsti dalle coperture LTC[69]) pone il problema di quantificare l'incertezza delle previsioni ottenute. È possibile dunque scomporre l'*output* del modello statistico utilizzato per la proiezione in due componenti: una componente in grado di quantificare l'incertezza nella previsione dovuta al rischio di processo e, possibilmente, una componente in grado invece di quantificare l'incertezza dovuta al rischio di parametro e di modello (quindi di misurare il *longevity risk*). "Possibilmente" in quanto del rischio di deviazioni sistematiche si è esplicitamente tenuto conto nei modelli statistici di previsione della mortalità (e morbilità) soltanto dai primi anni Novanta del secolo

[69] Per un approfondimento sul tema delle coperture LTC si rinvia al terzo capitolo della presente trattazione.

scorso, con l'adozione di un'impostazione stocastica alla rappresentazione dei trend di miglioramento della sopravvivenza umana, impostazione che ha visto lo sviluppo nel tempo di modelli sempre più complessi. Di recente approcci numerici ai problemi attuariali hanno guadagnato considerazione grazie alla disponibilità di computer ad alta velocità, spianando così la strada ad una nuova matematica "attuariale", basata anche su procedure di simulazione.

Sia il rischio di modello che quello di parametro possono dunque oggi essere tenuti in considerazione nella proiezione della mortalità insieme al rischio di processo. Ciò fornisce strumenti di calcolo utili per la valutazione della solvibilità o per il *pricing* e per il calcolo delle riserve nelle opzioni di conversione in rendita e in generale in tutti i prodotti affetti da *longevity risk* (Pitacco, 2004b).

Nella fase di misurazione dei rischi quindi, una volta scelte le variabili aleatorie atte a rappresentare i fenomeni che costituiscono cause di rischio (nelle assicurazioni vita per esempio la mortalità tra gli assicurati), occorre assegnare a queste un'adeguata struttura probabilistica (punto cruciale nell'analisi del profilo di rischio), ed infine valutarne gli effetti su determinate grandezze atte a rappresentare l'impatto economico e finanziario del rischio esaminato (per esempio i *cash flow*, gli utili, il livello del capitale proprio, e così via). Diversi approcci possono essere adottati nell'analisi del fenomeno aleatorio di interesse, in particolare si sono già citati nel corso di questa trattazione l'approccio deterministico e quello stocastico.

L'approccio puramente deterministico prevede l'assegnazione di un valore specifico a ciascuna delle variabili aleatorie in *input* (ad esempio numero di decessi, tasso di rendimento, e così via) dalle quali dipende, tramite una specificata relazione analitica, un risultato ritenuto significativo (ad esempio un flusso di cassa annuale). La determinazione del risultato in *output* (per stare nell'esempio, il flusso di cassa annuale) è ottenuta dalla relazione analitica assunta tra variabili in *input* e variabile in *output*. Si osserva nuovamente che questo approccio è quello seguito dal classico calcolo attuariale, nel quale si sostituiscono le variabili aleatorie con i relativi valori attesi o, comunque, con valori stimati. Secondo una più moderna prospettiva, l'approccio appena descritto è altresì adottato in sede di cosiddetto "*scenario testing*" (o "*stress testing*") quando si concentra l'interesse sugli effetti di valori "estremi" di alcune variabili in *input*. L'aleatorietà delle variabili in *input* è dunque considerata, seppure in modo molto

grezzo, nell'implementazione iterativa dell'approccio puramente deterministico, secondo la quale vengono stabiliti ragionevoli insiemi di valori per le variabili in *input* (scenari) e, conseguentemente, calcolato il corrispondente insieme di determinazioni per la grandezza monetaria di interesse. Ciò che si può ottenere mediante l'applicazione iterativa di un approccio deterministico nell'analisi del fenomeno aleatorio di interesse, è tutt'al più la valutazione degli effetti dei soli scarti accidentali delle variabili in *input* (in corrispondenza ad un fissato scenario di evoluzione delle stesse). La quantificazione dell'impatto di scarti sistematici prevede invece l'assunzione di un approccio stocastico (o "probabilistico") che mira ad ottenere la distribuzione di probabilità non condizionata della variabile in *output* (ossia del "risultato di interesse")[70]. A tal fine è richiesta l'assegnazione di una struttura probabilistica comprendente ad esempio una distribuzione di probabilità sull'insieme di ipotesi (solitamente corrispondenti a diversi scenari). L'applicazione di tale approccio a casi di interesse pratico richiede, ovviamente, l'impiego di procedure di simulazione.

Allo scopo di calare quanto detto in merito alla fase di RM relativa alla quantificazione dei rischi, nell'ambito specifico considerato in questa trattazione (quello della gestione del *longevity risk*) si consideri un modello di proiezione della mortalità del tipo $\Gamma(x, y)$, che esprime la probabilità di decesso di persone di età x nel futuro anno di calendario y, cioè nate nell'anno $\tau = y - x$. Una famiglia di modelli di proiezione può esprimere diverse ipotesi alternative sulla futura evoluzione della mortalità. A questo proposito si denoti con $k(\tau)$ una data assunzione sul trend di mortalità per le persone nate nell'anno τ, e con $K(\tau)$ l'intero set di tali ipotesi. Allora la famiglia di modelli di proiezione può essere così espressa:

$$\{\Gamma[(x, \tau + x | k(\tau)]; k(\tau) \in K(\tau)\} \qquad (2.1)$$

dove $\Gamma[(x, \tau + x/\ k(\tau)]$ rappresenta il modello di proiezione condizionale alla specifica ipotesi $k(\tau)$. Se la mortalità è descritta attraverso una legge matematica, la legge stessa è caratterizzata da un vettore di parametri $\theta(\tau)$ (una coppia di valori nel caso della legge

[70] Per distribuzione non condizionata della variabile aleatoria in *output* si intende una distribuzione non subordinata alle varie ipotesi circa la distribuzione di probabilità di una o più variabili aleatorie in *input*.

di Gompertz[71]). Una determinata scelta di valori per tale vettore può riflettere una certa ipotesi sul trend di mortalità, per esempio rappresentare con varie intensità i fenomeni di rettangolarizzazione e di espansione. Dunque in un contesto parametrico, giacché la struttura della mortalità per età dipende dal tempo solo per mezzo dei parametri, la famiglia della (2.1) può essere indicata in questo modo:

$$\{\Gamma[(x\,|\theta(\tau)];\theta(\tau) \in \Theta(\tau)\}, \qquad (2.2)$$

dove $\Theta(\tau)$ indica lo spazio dei parametri e, come prima, $\Gamma[(x/\,\theta(\tau)]$ è il modello di proiezione condizionale all'ipotesi sul trend di mortalità espressa dalla funzione $\theta(\tau)$. Se, come usualmente si assume per ragioni di semplicità d'analisi, si considera una sola generazione di individui nati in un certo anno τ, allora τ può essere eliminato dalla notazione e quindi la famiglia di modelli diventa semplicemente:

$$\{\Gamma[(x\,|k)];\ k \in K)\}, \qquad (2.3)$$

e nel contesto parametrico:

$$\{\Gamma[(x\,|\theta];\theta \in \Theta\}. \qquad (2.4)$$

Lo spazio dei parametri, ossia i diversi scenari significativi presi in considerazione dal modello di proiezione, può essere uno spazio discreto (in particolare uno spazio finito) o continuo (in questo caso le tavole di mortalità possono essere stabilite tramite un modello matematico i cui parametri assumono valori in intervalli assegnati). Nel primo caso ci si riferisce ad un vettore di parametri di questo tipo:

$$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m\}\,, \qquad (2.5)$$

nel quale si considerano m scenari diversi, ciascuno espressione di un particolare trend della mortalità ritenuto realizzabile. Nel caso in cui banalmente $m = 1$ si sta facendo riferimento ad un unico modello di proiezione, per cui non viene considerata l'incertezza sulla futura evoluzione della mortalità. È questo il caso dell'approccio

[71] Gompertz propone un andamento esponenziale del tasso istantaneo di mortalità del tipo:

$$\mu_x = b \times c^x,$$

dove $b > 0$ e $c > 1$ sono i due parametri della legge di Gompertz.

puramente deterministico precedentemente illustrato. Se invece $m > 1$ si stanno considerando diverse tavole proiettate espressive di altrettante visioni sul futuro sviluppo della mortalità. Sulla base degli elementi di Θ è possibile quindi attuare il già nominato "*scenario testing*", stimare cioè il range di variazione di quantità di *output* (come gli utili annui, le riserve, i *cash flow*, il livello del capitale proprio, e così via) conseguente a realizzazioni diverse del numero aleatorio di decessi corrispondenti ad altrettante ipotesi di evoluzione della mortalità (sostanzialmente si esamina la sensibilità di grandezze economico-finanziarie di interesse a diverse realizzazioni del trend di mortalità). L'impiego dello *scenario testing* a fini operativi richiede naturalmente un'adeguata scelta degli scenari allo scopo di ottenere valutazioni significative. È ad esempio interessante considerare uno scenario "pessimistico" (o "*worst case*"), uno "ottimistico" (o "*best case*") ed uno, intermedio, ritenuto di massima probabilità (o "*best estimate*"). Occorre sottolineare che qualunque sia la scelta degli scenari in *input*, l'*output* della procedura di *scenario testing* può fornire indicazioni sul range dei risultati possibili, ma non valutazioni probabilistiche degli stessi (quali valori attesi, varianze, percentili, e così via, ottenibili invece con l'adozione di un approccio stocastico). Scopo dell'analisi di scenari non è infatti fornire previsioni dei futuri risultati, ma solamente produrre uno spettro, sufficientemente ampio, di tali risultati. In relazione al *longevity risk*, l'unico tipo di informazione ricavabile dallo *scenario testing* è pertanto quello fornito dall'analisi degli intervalli in cui si collocano i risultati considerati (Pitacco, 2004a).

Alternativamente - optando per l'adozione di un approccio stocastico - è possibile considerare ciascuno scenario come una possibile realizzazione del futuro trend di mortalità, alla quale viene assegnata un'opportuna probabilità, ossia una misura del grado di fiducia ad essa attribuito. L'assegnazione di un peso g_i, in modo tale che $\sum_{j=1}^{m} g_j = 1$, a ciascun vettore dei parametri θ_j in Θ (per cui a ciascun modello di proiezione) costituisce in pratica l'attribuzione di una distribuzione di probabilità sull'insieme di scenari Θ. L'approccio di tipo stocastico consente, come già accennato, di pervenire alla costruzione di distribuzioni di probabilità non condizionate di risultati di interesse (come ad esempio il valore attuale del pagamento aleatorio di portafoglio o il livello del capitale proprio) considerando simultaneamente il rischio di processo e il

rischio di longevità dovuti alla proiezione della mortalità. Si tratta di un approccio fondamentale, in particolare, nelle valutazioni di solvibilità.

Allo scopo di facilitare la comprensione dell'approccio stocastico così come appena presentato, si consideri per esempio la variabile aleatoria durata residua di vita per una persona di età x, T_x, definita su uno spazio temporale continuo (equivalente alla funzione $\Gamma(x, y)$ nella notazione precedentemente utilizzata). Data la scelta di un certo parametro θ_j (rappresentativo del j-esimo scenario di evoluzione della mortalità), il valore atteso e la varianza di T_x condizionali allo specifico scenario selezionato sono:

$$E(T_x|\theta_j) = \int_0^{+\infty} t f_x(t|\theta_j)\, dt, \qquad (2.6)$$

$$Var(T_x|\theta_j) = \int_0^{+\infty} (t - E(T_x|\theta_j))^2 f_x(t|\theta_j)\, dt, \qquad (2.7)$$

dove $f_x(t|\theta_j)$ è la distribuzione di probabilità condizionata della durata residua di vita T_x. Quindi dato il vettore di parametri $\{\theta_j\}_{j=1,2,\ldots,m}$ e il vettore di pesi $\{g_j\}_{j=1,2,\ldots,m}$, il valore atteso e la varianza non condizionali della durata residua di vita T_x risultano rispettivamente:

$$E(T_x) = \int_0^{+\infty} \sum_{j=1}^{m} t f_x(t|\theta_j) g_j\, dt \qquad (2.8)$$

$$Var(T_x) = \int_0^{+\infty} \sum_{j=1}^{m} \left(t - E(T_x)\right)^2 f_x(t|\theta_j) g_j\, dt. \qquad (2.9)$$

In particolare, sviluppando quest'ultima espressione si può ottenere il seguente noto risultato per la varianza[72]:

$$Var(T_x) = \sum_{j=1}^{m} Var(T_x|\theta_j)g_j + \sum_{j=1}^{m} E(T_x|\theta_j) - E(T_x)^2 g_j, \qquad (2.10)$$

o anche:

$$Var(T_x) = E\left(Var(T_x|\tilde{\theta})\right) + Var\ (E(T_x|\tilde{\theta}), \qquad (2.11)$$

dove $\tilde{\theta}$ indica il valore del vettore aleatorio di parametri che caratterizza la legge di mortalità assunta.

Occorre notare che mentre l'espressione (2.7) e il primo termine dell'espressione (2.11) misurano il rischio di processo, il secondo termine della (2.11) misura il rischio di deviazioni sistematiche, ossia il rischio di longevità.

Nel caso in cui lo spazio di parametri Θ sia considerato, come nell'esempio appena riportato, uno spazio discreto, allora occorre attribuire una probabilità di accadimento ad ogni scenario, così da riflettere il grado di "fiducia" attribuito dal ricercatore a ciascuno in un adeguato orizzonte temporale, come illustrato nella figura 2.7.

Se invece lo spazio parametrico è definito in modo continuo, cosicché:

$$\Theta = A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n\ , \qquad (2.12)$$

dove $A_1, A_2, \ldots, A_n$ indicano gli intervalli dei possibili valori per ciascuno degli n elementi del vettore dei parametri θ che caratterizza la legge di mortalità scelta, allora è necessario attribuire allo spazio Θ la densità di probabilità $g(\theta)$, con $\int_{\Theta \in \Theta} g(\theta)\, d\theta = 1$. Anche in questo caso si possono ottenere valutazioni non condizionali della distribuzione della variabile in *output* di interesse selezionata. Misure di rischio adottabili sono la varianza, il coefficiente di variazione o un percentile della coda destra della distribuzione di probabilità associata alla grandezza di interesse scelta, utili a valutare le conseguenze dell'esposizione al rischio in questione. Un ulteriore esempio di

[72] Ci si riferisce alla ben nota formula di decomposizione della varianza – utilizzata in Parker, (1997) – di una variabile aleatoria Z affetta da due fonti di incertezza X *e* Y espressa nella forma seguente:

$$Var\ (Z) = E[Var(Z|X)] + Var[E(Z|X)].$$

misura di rischio è rappresentato dalla probabilità di rovina[73], molto importante in ottica di valutazioni del rischio in ambito *Solvency II*.

La scelta della funzione di densità da attribuire allo spazio continuo dei parametri può essere guidata dai valori assunti da qualche funzione di sopravvivenza proiettata come illustrato nella figura 2.8

Figura 2.7 – L'incertezza sui trend di mortalità: approccio discreto.

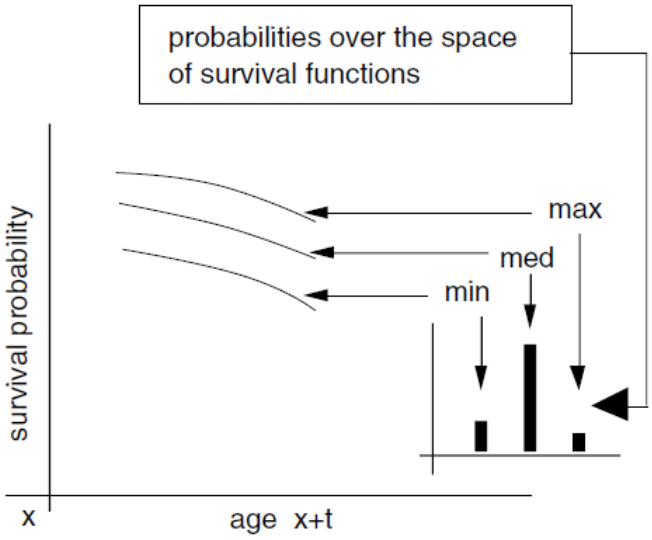
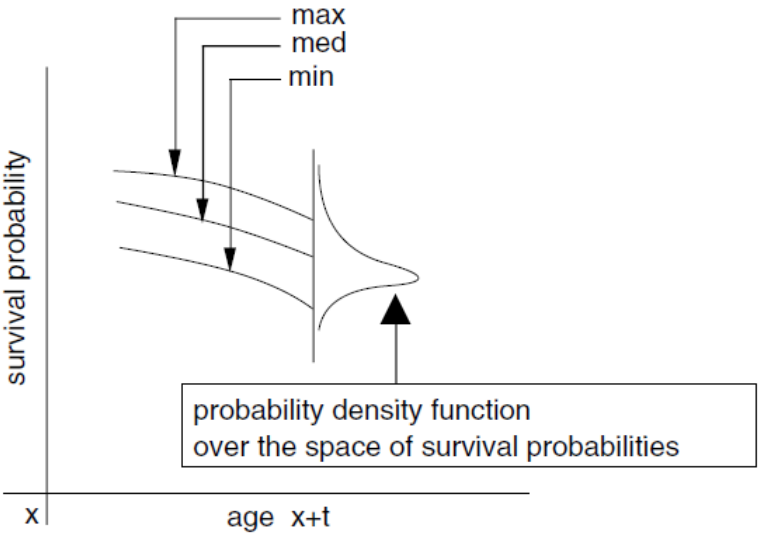


Figura 2.8 – L'incertezza sui trend di mortalità: approccio continuo.



Fonte: Pitacco, 2002.

[73] È in questo contesto la probabilità che il capitale proprio assegnato al portafoglio di rendite vitalizie o di altri prodotti assicurativi LTC, si azzeri entro un dato orizzonte temporale concretizzando così una situazione di insolvenza.

Caso esemplificativo: rischio e solvibilità in un portafoglio di rendite vitalizie.

Si consideri a titolo esemplificativo l'analisi di solvibilità di un portafoglio di rendite vitalizie a premio unico scritte su assicurati coetanei di 65 anni d'età.

Un modello di rischio, come già accennato, deve innanzitutto individuare una grandezza atta rappresentare lo stato di "salute" o di "sofferenza" dell'assicuratore (ad esempio una funzione di perdita, la riserva di rischio, il valore attuale atteso dei pagamenti aleatori di portafoglio, il margine di solvibilità richiesto, ...) utile per stimare l'impatto del rischio considerato (in questo caso il *longevity risk*) attraverso la scomposizione del rischio di mortalità complessivo nelle sue due sottocomponenti: il rischio di fluttuazioni casuali e quello di deviazioni sistematiche (il *longevity risk* appunto). In secondo luogo occorre scegliere un'adeguata "misura di rischio" (per esempio la varianza, il coefficiente di variazione, un quantile, il VaR[74], il TVaR[75], la probabilità di rovina, un indice di rischio[76], …) da applicare alla distribuzione di probabilità della grandezza selezionata. Infine occorre definire l'orizzonte temporale di analisi (annuale, pluriennale, …) e le modalità di indagine su di esso (alla scadenza, su tutto l'intervallo temporale, …).

Nell'esempio in questione, dato lo scopo precedentemente dichiarato di analisi di solvibilità del portafoglio di rendite vitalizie, la grandezza che si decide di considerare per valutare gli effetti del *longevity risk* è l'ammontare aleatorio del margine di solvibilità valutato al tempo 0, epoca di emissione delle polizze, con orizzonte

[74] Il VaR (*Value at Risk*) è una tecnica utilizzata per misurare il livello di rischio di un portafoglio basata su tre elementi fondamentali: l'ammontare di perdita potenziale, la probabilità di perdita associata a quell'ammontare e l'orizzonte temporale di valutazione. In ambito VaR il rischio è definito come la massima perdita stimata in valore di mercato di una data posizione che è attesa con una specifica probabilità.

[75] Il TVaR (*Tail value at risk*), anche noto come TCE (*Tail Conditional Expectation*) o CTE (*Conditional tail expectation*), è una misura di rischio associata al più generale VaR ed introdotta per consentire il superamento di un suo specifico limite: il VaR non tiene conto infatti della forma della coda estrema della distribuzione di perdita, per cui in caso di superamento del valore di probabilità di perdita associato al VaR, si potrebbero registrare perdite di ammontare anche molto consistente di cui il TVaR dà invece conto. Matematicamente il TVaR è ottenuto dalla media pesata del VaR e delle perdite di ammontare superiore al VaR. Se il VaR 95% misura la perdita che può verificarsi nel peggiore 5% dei casi, il TVaR 95% misura la perdita media che può verificarsi nel peggiore 5% o meno. In pratica, fornisce la perdita potenziale massima.

[76] Ad esempio il rapporto tra la deviazione standard del valore attuale atteso dei pagamenti aleatori di portafoglio e il suo valore atteso.

temporale pari all'intera durata dei contratti sottostanti il portafoglio omogeneo considerato[77]. Il margine di solvibilità al tempo zero è così definito:

$$M_O = A_0 - V_0^{\pi},$$

dove A_0 è il valore degli asset allocati sul portafoglio al tempo 0, mentre V_0^{π} è la riserva di portafoglio usata per rappresentare le passività dell'assicuratore[78].
Si adotta un requisito di solvibilità di questo tipo:

$$M_O = inf\{M_O \geq 0 \ |Prob\{M_0 \geq 0\} \geq 1 - \alpha\}$$

in base al quale la probabilità che il livello degli asset allocati sul portafoglio sia maggiore o uguale al livello delle passività del portafoglio in ogni anno, per tutta la durata del contratto, deve essere almeno pari ad un certo livello assegnato $(1 - \alpha)$. Si suppone che il tempo 0 sia l'unico momento di accertamento di tale margine e che nessun ulteriore allocazione di capitale sia possibile in epoche successive (dunque l'assicuratore può allocare gli asset soltanto al tempo zero). Gli asset sono finanziati con i premi unici pagati dagli assicurati e, per la parte rimanente, con capitale proprio.
Per esigenze di maggior immediatezza si esprime il margine di solvibilità richiesto attraverso il seguente rapporto:

$$\frac{A_0 - V_0^{\pi}}{V_0^{\pi}}.$$

Si assumono tre scenari di mortalità proiettata, ciascuno descritto dalla legge di mortalità di Heligman-Pollard[79], che descrivono vari livelli di rettangolarizzazione ed espansione per la funzione di sopravvivenza.

---

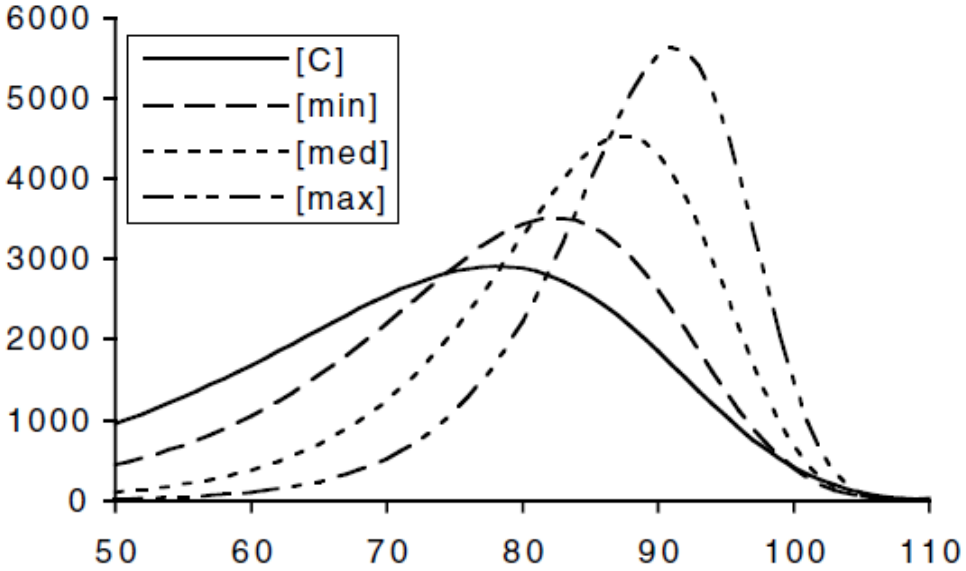
[77] Per "portafoglio omogeneo" si intende una coorte di polizze (cioè un gruppo di contratti) sottoscritte alla stessa epoca da un'unica generazione di individui nati in un certo anno τ (quindi che entrano nel contratto assicurativo alla stessa età), scritte su uno stesso capitale e simili in termini di classe di rischio.
[78] Per la definizione di "riserva" in ambito assicurativo si rinvia alla nota n. 20.
[79] Legge di mortalità proposta nel 1979 con la seguente espressione:

$$\frac{q_x}{p_x} = A^{(x+B)^C} + De^{-E\,(\ln x - \ln F)^2} + G\,H^x,$$

dove A,B,…,H sono parametri.

Nella figura 2.9 i tre scenari, denominati [min], [med] e [max], vengono rappresentati in termini di distribuzione delle probabilità di decesso e comparati con lo scenario [C] rappresentativo invece delle osservazioni cross-sezionali[80] più recentemente osservate.
Con riferimento al portafoglio di rendite su assicurati coetanei di 65 anni d'età, si effettua una valutazione sia deterministica che stocastica del margine di solvibilità richiesto con un livello di solvibilità del 97,5%. Lo scopo è dunque quello di verificare il differente valore del capitale proprio necessario a garantire al portafoglio in questione l'assegnato livello di solvibilità, nel medesimo orizzonte temporale, secondo l'uno e l'altro approccio.

Figura 2.9 – Curve dei tassi di decesso proiettate sulla base della legge di Heligman-Pollard.



Fonte: Pitacco, 2002.

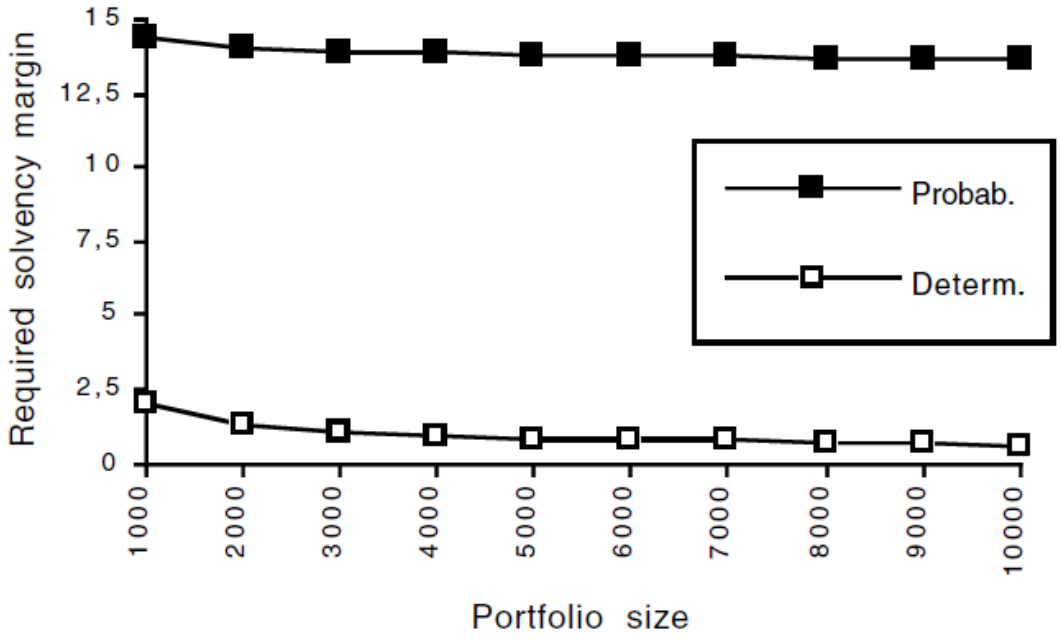
In base all'approccio deterministico, si utilizzano per il calcolo del margine di solvibilità soltanto le proiezioni di mortalità previste dallo scenario [med]. In base all'approccio stocastico, invece, si attribuiscono ai tre scenari alternativi dei pesi rappresentativi del grado di fiducia imputato a ciascuno di essi (l'assegnazione dei pesi è dunque sostanzialmente soggettiva). In particolare, lo scenario [med] rappresenta l'evoluzione della mortalità cui è attribuita la massima probabilità di realizzazione, per

[80] Le osservazioni "di periodo" alla base delle *period life table* (si rinvia a tal proposito alla nota n. 52) sono anche dette "cross-sezionali", proprio perché analizzano un'esistente popolazione (in termini di frequenza di morte) attraverso i vari anni (o gruppi di anni) in un medesimo intervallo temporale (in genere un anno).

cui ad esso si assegna il valore (fissato arbitrariamente) $\mathbb{P}^{[med]} = 0{,}6$. Ai due scenari alternativi (rappresentativi di diminuzioni della mortalità rispettivamente meno e più marcate rispetto a quella prevista dallo scenario centrale), si sceglie invece di assegnare in maniera simmetrica il complemento a 1 del valore di probabilità attribuito allo scenario [med], ossia $\mathbb{P}^{[min]} = 0{,}2 = \mathbb{P}^{[max]}$.

I risultati ottenuti da Pitacco nell'esempio in questione[81] sono rappresentati nella figura 2.10, nella quale sono messi a confronto i livelli del requisito di capitale richiesto (espresso in termini relativi rispetto alla riserva matematica del portafoglio, calcolata in accordo con lo scenario centrale) in funzione del numero di teste assicurate. La linea spezzata con quadrati pieni si riferisce all'applicazione dell'approccio stocastico, mentre la linea spezzata con quadrati vuoti all'applicazione dell'approccio deterministico.

Figura 2.10 – Margine di solvibilità richiesto (× 100).



Fonte: Pitacco, 2002.

Come si può notare, il livello di capitale richiesto al tempo zero calcolato secondo l'approccio deterministico è significativamente inferiore a quello calcolato con l'approccio stocastico. Il primo tiene conto, infatti, dei soli scarti accidentali della

[81] Si fa riferimento a Pitacco E. (2002), Longevity risks in living benefits, *WP n. 23/02 del CeRP* (*Center of Research on Pension and Welfare Policies*), Presented at the third annual CeRP conference "Developing an Annuity Market in Europe" Moncalieri, Turin, 21 – 22 June 2002.

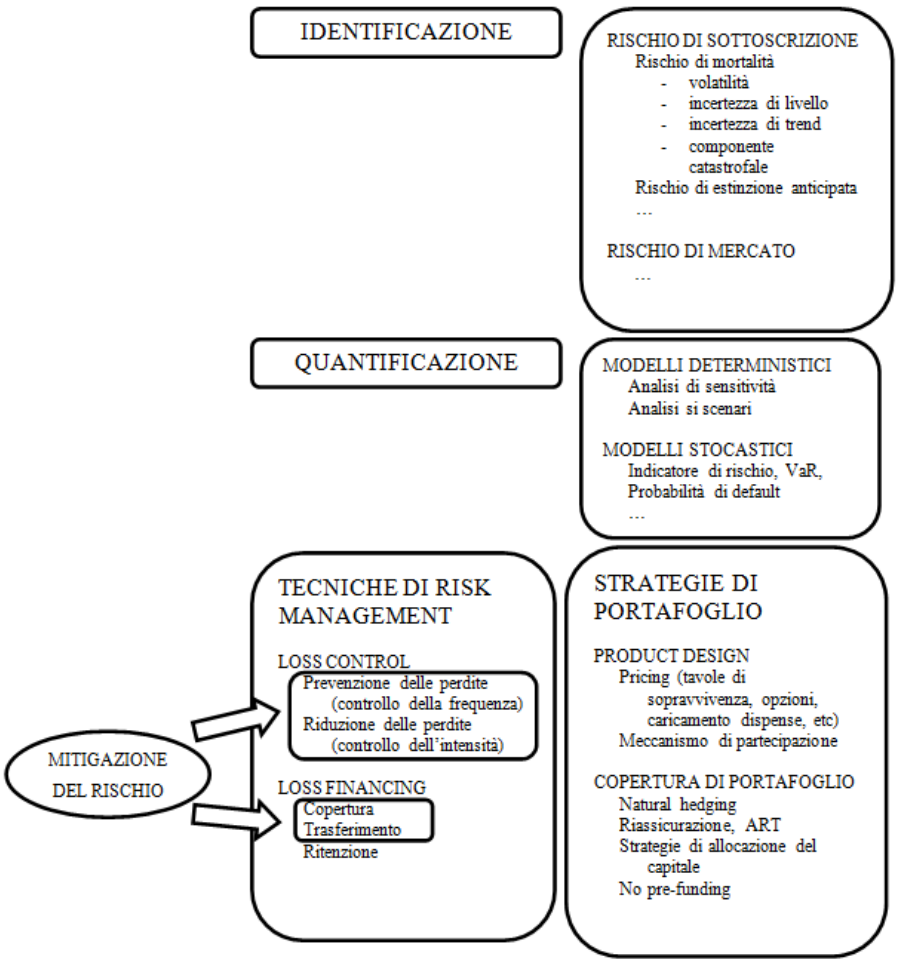
mortalità. Inoltre tende a zero al crescere del numero di teste assicurate, attestando che il rischio di scarti accidentali è un *pooling risk*, “diversificabile” con l’aumento della dimensione del portafoglio di polizze (o del piano previdenziale). Al contrario, l’approccio stocastico rivela chiaramente la presenza di rischio di longevità, sottolineata da un livello del margine di solvibilità richiesto di importo molto più elevato, che decresce all’aumentare del numero di teste assicurate soltanto limitatamente alla sua componente imputabile agli scarti accidentali, ma che ha un asintoto positivo di valore piuttosto elevato a testimoniare la natura sistematica del *longevity risk*.

2.2.3 Azioni di RM

La terza fase rilevante del processo di RM, seguita soltanto dall'attività di monitoraggio che, come si è detto, va a chiudere in maniera ciclica l'intero processo, è quella che prevede l'analisi e la scelta delle azioni a disposizione dell'impresa di assicurazione per la gestione dei rischi associati al business aziendale. Ancora una volta ci si limiterà in questa trattazione alle tecniche di RM che riguardano prevalentemente il rischio di longevità.

Nella figura 2.11 si riassumono le fasi essenziali dell'intero processo di RM applicato ad una gestione assicurativa vita.

Figura 2.11 – Le fasi del processo di RM.



Fonte: Pitacco, 2010.

Con l'intento di illustrare in particolare le azioni della terza fase del processo di RM, si consideri ad esempio la sequenza dei flussi annui di cassa di un portafoglio di rendite vitalizie come grandezza atta a rappresentare l'impatto finanziario ed economico del rischio di longevità sul portafoglio stesso. Le azioni di RM (o "strategie di portafoglio") che il gestore può attuare sono tutte mirate al contenimento in termini probabilistici del numero e dell'ammontare dei superamenti, da parte dei flussi di pagamento in uscita attesi, di un certo livello di soglia (o barriera) inteso come "livello massimo sopportabile" per il portafoglio di rendite in questione. Per mitigare il rischio che si realizzino tali superamenti, le azioni di RM da attuare possono aumentare l'ammontare accettabile del flusso di cassa annuo, cioè incrementare il livello di soglia, oppure possono abbassare l'impatto negativo sulla gestione causato da miglioramenti inaspettati della mortalità. Secondo la terminologia RM, le azioni di *risk mitigation* si suddividono quindi in azioni di *loss control* e di *loss financing*. Le prime sono attuate attraverso l'attenta costruzione dei prodotti assicurativi ("*product design*"), ponendo particolare cura alle componenti tecniche che li andranno a formare. Con riferimento al calcolo del premio di un prodotto assicurativo si parla per esempio di strumenti di *loss prevention*, finalizzati cioè a mitigare la frequenza delle perdite. Ne fanno parte l'utilizzo delle tavole proiettate nel calcolo del premio (e della riserva matematica) di fronte ai progressivi miglioramenti del livello di mortalità, o l'adozione di principi di calcolo del premio diversi dal tradizionale principio di equità[82].

Con riferimento agli interventi sull'ammontare dei benefici pagati, si parla invece di strategie di *loss reduction*, finalizzate a ridurre la gravità delle possibili perdite future. Si tratta in questo caso di modificare il "disegno" del prodotto assicurativo introducendovi elementi di flessibilità per trasferire parte del rischio all'assicurato: per esempio un'azione potrebbe essere la riduzione della rata annua della rendita vitalizia a fronte di un inatteso miglioramento dell'andamento del trend della sopravvivenza umana, azione in realtà di non verosimile attuazione in quanto trasformerebbe il prodotto in una rendita non garantita (nonostante la possibile presenza di un ragionevole ammontare minimo garantito); oppure, rimanendo nell'ambito di rendite garantite, la riduzione del livello di partecipazione agli (eventuali) utili finanziari in presenza di un inatteso miglioramento dell'andamento del trend della sopravvivenza umana (si rimanda

[82]Il principio di equità prevede che il premio debba essere determinato in modo tale da rendere "equa" l'operazione assicurativa, ossia in modo da rendere nullo il guadagno atteso dell'assicuratore.

a tal proposito alla descrizione delle *participating annuity* di cui si è parlato nel primo capitolo). Si noti, infatti, che in quest'ultimo caso una riduzione della partecipazione agli utili incrementerebbe il capitale proprio assegnato al portafoglio, elevando pertanto la soglia di pagamento "sostenibile" dal portafoglio di rendite.

Le azioni di *loss financing*, diversamente dalle tecniche di *loss control* concentrate solo sulla costruzione dei prodotti assicurativi, riguardano invece l'intero portafoglio e, talvolta, anche altri portafogli della stessa impresa assicuratrice.

Una strategia di diversificazione che combina benefici opposti rispetto all'aleatoria durata di vita è il cosiddetto "*natural hedging*". Il rischio di mortalità nelle assicurazioni vita di rendita può essere parzialmente mitigato stipulando prodotti assicurativi che prevedono prestazioni in caso morte. Infatti, se i tassi di mortalità decrescono, il costo delle polizze vita di rendita aumenta, mentre il costo delle prestazioni in caso morte diminuisce e viceversa. Un assicuratore che svolge la sua attività nei rami vita e morte, beneficia di una riduzione del rischio data dal fatto che più lungo è il periodo di pagamento della rendita, più si riduce l'ammontare delle prestazioni in caso morte. Tuttavia, la riduzione del rischio non può essere totale proprio a causa della presenza del *death benefit*. Anche se ovviamente esiste una certa "mutualità" tra il rischio mortalità e il rischio di longevità, è molto difficile riuscire ad ottenere una significativa riduzione del rischio complessivo dalla combinazione tra i due, a causa delle loro differenti nature. Il *longevity risk* può esser definito un "*trend risk*" che abbraccia orizzonti temporali di lungo termine, mentre il rischio di mortalità è definibile come un "rischio di variabilità" di breve termine con una forte componente catastrofica (pandemie, carestie, …). La creazione di una "posizione uguale e contraria" al portafoglio di rendite vitalizie attraverso l'emissione di polizze vita caso morte non si rivelerà mai una strategia di copertura perfetta, perché i contratti quasi mai riguardano la stessa collettività di individui e perché i portafogli di polizze vita sono caratterizzati da un forte sbilanciamento verso gli individui che possiedono una grossa fetta del capitale dell'intero portafoglio. Quindi la copertura si rivela spesso inadeguata a causa della variabilità associata alla morte di quegli individui i cui *death benefit* risulteranno essere di enorme entità. Inoltre l'impatto di pandemie o altri eventi catastrofici sulla mortalità è ovviamente nettamente diverso da quello sulla longevità (Barrieu et al., 2010).

Tali argomentazioni sono comunque inadatte se riferite ai fondi pensione (in particolare a quei fondi che intendono erogare direttamente rendite). In questo contesto, i riassicuratori possono giocare allora un ruolo molto importante.

Occorre però sottolineare che, nella misura in cui i rischi di mortalità/longevità sono trattenuti dall'impresa assicuratrice, un'adeguata presenza di capitale proprio può fronteggiare situazioni avverse all'impresa stessa, quali, nel caso delle rendite vitalizie, inattesi miglioramenti della mortalità. Si parla in questo caso di "*capital allocation strategies*", ossia di strategie di allocazione del capitale che, in base alle previsioni di *Solvency II* contenute nel primo pilastro, dovrebbero essere improntate ad un principio di solvibilità. Secondo tali previsioni, infatti, tra gli strumenti a disposizione dell'assicuratore per fronteggiare il *longevity risk*, un ruolo primario deve essere dato all'allocazione di un "capitale idoneo", nel senso di capace di riflettere l'entità e le caratteristiche dell'esposizione al rischio dello specifico portafoglio assicurativo considerato (*Risk-Based Capital*, RBC) (Olivieri e Pitacco, 2001). Si noti che le strategie di allocazione del capitale, intese come fondi aggiuntivi da accantonare per far fronte ad eventuali disallineamenti tra le migliori stime delle future passività e le loro effettive realizzazioni, sono molto simili alle cosiddette "strategie di replicazione del portafoglio"[83], ed anzi potrebbero essere più propriamente definite strategie di "super-replicazione del portafoglio", vista la loro onerosità (Barrieu et al., 2010).

Diversamente dalle tecniche di *risk mitigation* che intervengono direttamente sul "disegno" del prodotto assicurativo o sulla gestione dei portafogli assicurativi, le strategie di *capital allocation* così come i contratti di riassicurazione, implicano necessariamente un riduzione del valore dell'impresa di assicurazione per i suoi azionisti, giacché essi sono i diretti fornitori di quel "capitale adeguato al rischio" e, allo stesso tempo, coloro che vengono indirettamente colpiti dal pagamento di premi di riassicurazione da parte dell'impresa (in termini di minori utili da distribuire). Tuttavia è anche da notare che in un ambiente così fortemente competitivo come quello attuale

[83] Le "strategie di replicazione del portafoglio" costituiscono quelle forme di copertura realizzabili "a piacere" soltanto in mercati completi (si veda la nota n. 38) attraverso strumenti finanziari presenti sul mercato stesso o opportune combinazioni di essi. All'interno di mercati incompleti, quale è quello della longevità, si possono tutt'al più realizzare le cosiddette "strategie di super-replicazione del portafoglio", ossia strategie che, in assenza di alternative di copertura, costruiscono portafogli con *payoff* "super-replicanti" rispetto a quello del portafoglio di riferimento, e quindi più costosi. Occorre dunque porre molta attenzione nella scelta dell'insieme di strumenti finanziari che sia in grado di "super-replicare" al minimo costo.

risulterebbe difficile agire esclusivamente forzando il *pricing* dei prodotti di *retirement income*. Accanto ai cosiddetti "*safety loadings*" (o equivalentemente "*pricing* e *design*" del prodotto assicurativo) e alle "*capital allocation strategies*" di cui si è parlato, l'altro strumento tipico per fronteggiare il *longevity risk* è dunque l'utilizzo di trattati riassicurativi tradizionali (come gli *Excess of Loss* o le *Stop-Loss reinsurance*) o di riassicurazioni più innovative come quelle che prevedono l'uso di *swap* o delle cosiddette "*Alternative Risk Transfers*" (ART), cioè le forme di *securitization* esaminate nel primo capitolo di questa trattazione. In relazione a portafogli di rendite vitalizie, gli ART richiedono l'uso di specifici strumenti, quali i *longevity bonds* per la descrizione dei quali si rimanda ancora al primo capitolo.

L'interesse della cessione in riassicurazione risiede, dal punto di vista del riassicuratore, soprattutto nella possibilità di diversificare il rischio di scarti accidentali grazie ad una maggiore dimensione di portafoglio. Tale possibilità non sussiste, invece, in relazione agli scarti sistematici. Per tale componente di rischio (e quindi, in particolare, per il *longevity risk*) l'operatività del trasferimento riassicurativo è dovuta allora alla possibilità, per il riassicuratore, di attuare un ulteriore trasferimento, precisamente al mercato finanziario tramite l'uso per l'appunto dei sopra citati *longevity bonds*. Sui primi tentativi di emissione, sugli ostacoli e sui possibili incentivi allo sviluppo del mercato della longevità si è già discusso all'interno del primo capitolo di questa trattazione.

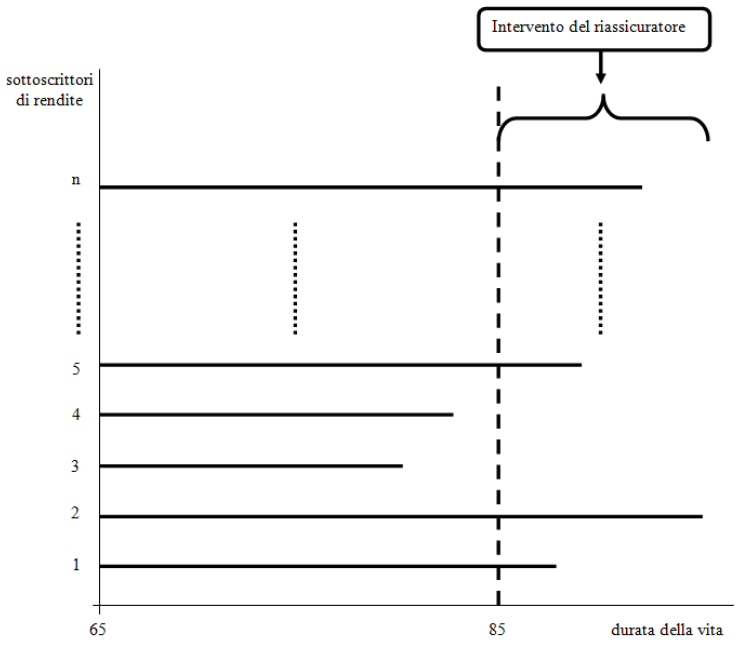
Esaminando più in dettaglio i trattati di riassicurazione tradizionali, è possibile suddividerli in tre tipologie:

- contratti di *Surplus reinsurance*, che consentono all'assicuratore di trasferire una parte delle prestazioni di rendita dovute nel caso esse risultino di ammontare particolarmente elevato;
- contratti di *Excess of Loss* (XL), che prevedono l'obbligo per il riassicuratore di subentrare all'assicuratore nel pagamento delle prestazioni rateali qualora la durata di vita dell'assicurato ecceda un certo limite temporale prestabilito (per esempio superi gli 85 anni d'età);
- contratti di *Stop-Loss reinsurance*, che mirano alla copertura parziale della riserva di portafoglio valutata a scadenze contrattualmente stabilite.

Mentre la prima tipologia di contratti è adatta a far fronte alla sola componente non sistematica del rischio mortalità, i trattati XL e *Stop-Loss* consentono invece di fronteggiare il rischio di longevità.

In particolare, i contratti XL, dal punto di vista del cedente, permettono di convertire rendite vitalizie pagabili per l'intera durata della vita dell'assicurato, in rendite temporanee. In sostanza questo tipo di accordi prevede una suddivisione dell'intero periodo di copertura assicurativa (che va dal tempo 0 di emissione al tempo ω) in due parti: dal tempo 0 (inizio della fase di decumulo della rendita vitalizia immediata) al tempo $x + \tau$ (dove τ è l'età massima di pagamento della rendita da parte dell'assicuratore, stabilita nel contratto di riassicurazione) è l'assicuratore l'unico obbligato ad effettuare i pagamenti; se al tempo $x + \tau$ la testa assicurata è ancora in vita, allora sarà il riassicuratore ad iniziare il pagamento delle rate della rendita fino alla morte del pensionato (si veda la figura 2.11 di seguito riportata). Poiché il contratto di riassicurazione (emesso al tempo 0) si basa su un orizzonte temporale di lungo periodo, in genere il riassicuratore richiede al tempo 0 il pagamento di un premio unico calcolato con riferimento all'intero periodo di copertura, quindi di importo presumibilmente consistente. Ovviamente nel caso l'evoluzione della mortalità si riveli significativamente diversa da quella prevista all'epoca di emissione della copertura, determinate clausole contrattuali possono prevedere in favore del riassicuratore la revisione del premio in determinate epoche future. Data la suddetta ripartizione del periodo di copertura, si può affermare che il contratto XL comporta sostanzialmente un trasferimento di una parte della riserva di portafoglio (quella che va dall'epoca τ in avanti) dal cedente al riassicuratore.

Figura 2.12 – Contratto riassicurativo di tipo *Excess of Loss* (XL).

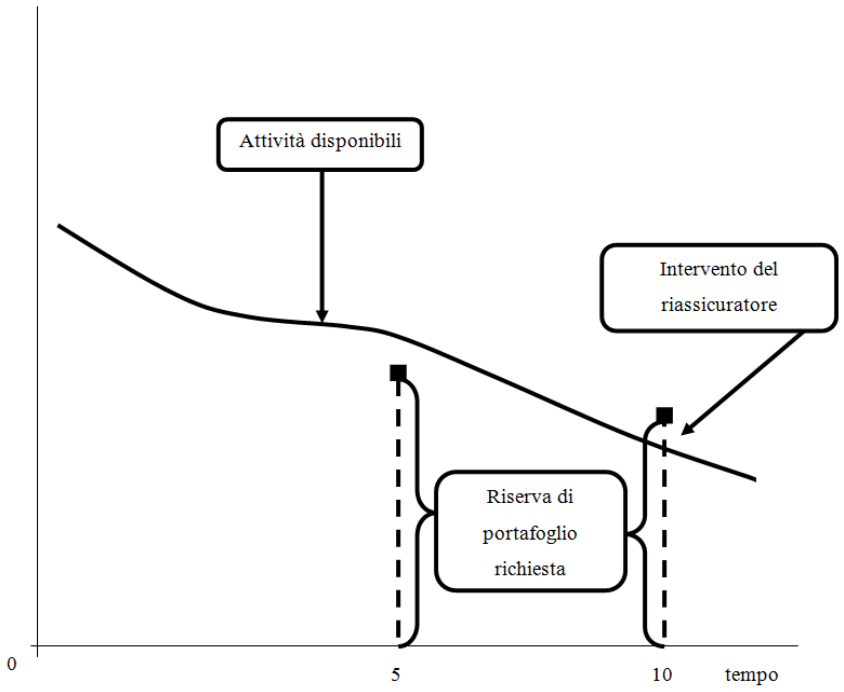


Fonte: Pitacco, 2002.

Dall'altra parte i contratti di tipo *Stop-Loss*, anziché essere basati come gli XL su orizzonti temporali di lungo termine, si riferiscono a scadenze temporali molto più brevi ed evitano quindi caricamenti troppo elevati sul premio pagato. Inoltre il fondamento logico su cui si basano le coperture di tipo *Stop-Loss* è diverso: gli interventi del riassicuratore sono in questo caso finalizzati a prevenire lo stato di insolvenza del cedente dovuto a deviazioni (sistematiche così come casuali) della mortalità. Poiché l'impatto delle deviazioni di tale fenomeno può essere colto dall'assicuratore per esempio dal confronto tra gli asset disponibili in un certo istante temporale con il livello della riserva di portafoglio richiesto in quello stesso istante (inteso come livello necessario a far fronte alle obbligazioni verso gli acquirenti ancora in vita), ecco che l'intervento del riassicuratore può essere fondato proprio sull'esito di tale confronto. Nel contratto viene definito un orizzonte temporale, se alla fine di tale periodo gli asset sono inferiori alla riserva, allora il riassicuratore paga la differenza (si veda la figura 2.13 sotto riportata). Si noti che situazioni di sottocopertura della riserva in epoche temporali intermedie a quelle fissate nel contratto di riassicurazione non sono considerate dallo stesso, per cui sono esclusivamente a carico dell'assicuratore. Inoltre occorre specificare che gli asset cui si fa qui riferimento sono soltanto quelli

specificatamente posti "a sostegno" della riserva dello specifico portafoglio considerato. Se oltre alle deviazioni casuali si vuole coprire anche il rischio di longevità, ovviamente occorrerà fissare scadenze temporali non troppo brevi. Inoltre in tale tipologia di contratti il cedente può decidere di accollarsi parte del rischio, sottoscrivendo l'obbligazione di finanziare in ogni caso una certa porzione della riserva (la cosiddetta "*reinsurance excess limit*", per esempio il 10%). Dunque con riguardo alla riserva di portafoglio, essa sarà interamente contabilizzata dal cedente ed eventualmente in parte finanziata con il contributo del riassicuratore.

Figura 2.13 – Contratto riassicurativo di tipo *Stop-Loss*.



Fonte: Pitacco, 2002.

Si può in conclusione notare che se da una parte periodi di copertura troppo corti possono enfatizzare deviazioni soltanto di tipo casuale, dall'altra periodi di copertura molto lunghi implicano per il riassicuratore una forte esposizione al *longevity risk* e quindi, come menzionato, elevati premi di riassicurazione. Molti autori[84], data la riconosciuta capacità delle strategie di riassicurazione di diminuire i margini di solvibilità altrimenti richiesti dal profilo di rischio del cedente, sostengono la necessità

[84] Si veda Olivieri e Pitacco, 2001.

di sviluppare dei modelli in grado di fornire la soluzione "ottima" alle scelte di copertura del *longevity risk* che tengano contemporaneamente in considerazione sia il costo della riassicurazione, che il costo della strategia alternativa di allocazione del capitale.

Non possono essere fatte comparazioni in termini assoluti tra contratti di *Stop-Loss reinsurance* e contratto XL a causa della forte influenza esercitata da numerose ipotesi di lavoro sui risultati del confronto stesso. Tuttavia, facendo riferimento allo studio compiuto da Olivieri A. in un paper del 2002, è possibile osservare che:

- la riduzione del rischio è più accentuata in un contratto di tipo XL piuttosto che in uno *Stop-Loss* a causa del fatto che attraverso il primo il cedente può in definitiva trasformare una rendita vitalizia in una temporanea; inoltre esso riesce a sottrarsi al periodo di copertura "peggiore", nel senso che con riferimento ad età avanzate sono disponibili minori dati sulla mortalità e quindi maggior incertezza accompagna i relativi modelli di previsione; tutto ciò sembrerebbe giustificare un premio di riassicurazione ovviamente più elevato;
- il livello del *reinsurance excess limit* in un contratto *Stop-Loss* determina fortemente il livello di rischio effettivamente sopportato dall'assicuratore e può ridurre l'effetto vi deviazioni casuali sull'intervento del riassicuratore;
- in termini generali la strategia *Stop-Loss* sembrerebbe essere la migliore alternativa dal punto di vista del riassicuratore, sia per il coinvolgimento del cedente lungo l'intero arco della copertura assicurativa, che per la maggior flessibilità in termini di revisione del premio richiesto.

Infine occorre sottolineare che la gestione dei rischi di mortalità/longevità viene generalmente realizzata tramite appropriati mix delle azioni sopra descritte. Ovviamente, nella valutazione di tali mix occorre considerare diverse componenti di costo, quali il costo della riassicurazione, il costo-opportunità del capitale proprio, …, per cui di nuovo si rimanda a quanto auspicato in Olivieri e Pitacco (2001).

CAPITOLO 3 - Assicurazioni *Long Term Care*

Premessa

Nell'attuale scenario demografico, così come delineato nel primo capitolo, non può certo essere disconosciuta l'utilità di prodotti assicurativi di tipo sanitario quali le già richiamate assicurazioni *Long Term Care* (LTC, o LTC *Insurance*, LTCI).

I trend demografici e sociali in atto ("invecchiamento" della popolazione dovuto all'allungamento della vita attesa e alla diminuzione dei tassi di natalità, tendenza sempre più marcata allo "sgretolamento" dei nuclei famigliari[85], progressi della ricerca medica e migliori condizioni socioeconomiche) stanno contribuendo, infatti, non solo all'aumento del peso degli anziani sulla composizione della popolazione, ma anche all'aumento dei soggetti esposti al rischio di perdita dell'autosufficienza. Viste le elevate possibilità di raggiungere un'età avanzata, oggi risulta infatti più probabile che in passato incappare in situazioni di bisogno non necessariamente provocate da infortunio o specifica malattia[86], ma anche da senescenza e conseguente menomazione dell'autosufficienza.

Le assicurazioni LTC si presentano pertanto come una specifica categoria di coperture assicurative in cui la prestazione è legata all'insorgere di un particolare stato di invalidità del beneficiario, quello che si potrebbe definire "uno stato di invalidità senile". Ci si riferisce cioè alla "dipendenza" (intesa come impossibilità di condurre una vita autonoma) causata dal progressivo decadimento della funzionalità dell'organismo, la quale può comportare per l'individuo necessità di assistenza a vari livelli. In ordine di gravità crescente, si può sinteticamente pensare a: assistenza domiciliare, soggiorno con assistenza in case di riposo e ricovero in case di cura. Le assicurazioni LTC sono

[85] I trend sociali di riduzione dei nuclei famigliari, di dispersione geografica delle famiglie e di aumento del tasso di attività lavorativa delle donne hanno avuto come conseguenza un impatto sull'assistenza informale prestata dalle famiglie (in Italia principali provider di assistenza, come riportato in Levantesi e Menzietti, 2010) ai soggetti non autosufficienti al loro interno.

[86] La "non autosufficienza" è un concetto diverso da quello di "malattia" (inteso come alterazione temporanea dello stato di salute) o di "invalidità" (inteso come ridotta capacità di condurre normali attività a seguito di infortunio o malattia, legata all'incapacità di conseguire reddito da lavoro e che può non implicare un bisogno di assistenza) o di "handicap" (inteso come limitazione fisica o psicologica nella conduzione di normali attività implicante uno svantaggio sociale ed eventualmente un bisogno di assistenza).

polizze disegnate per offrire una copertura almeno parziale dei mezzi finanziari richiesti da tali forme di assistenza. Il fatto che dette situazioni di bisogno si verifichino solitamente in età avanzata (anche oltre i limiti di età usualmente previsti nelle assicurazioni malattia[87]) spiega il fatto che si tratti, quasi sempre, di coperture "a vita intera". Ecco dunque che anche tali prodotti, come già le rendite vitalizie, espongono l'emittente ad una situazione di "incertezza" legata alla previsione del futuro trend di evoluzione della mortalità, perlopiù accentuata dall'incertezza sull'aspettativa di vita in stato di salute ed in stato di invalidità.

In questo capitolo verranno quindi presentate le principali tipologie di prodotti LTC e si esaminerà il loro "trattamento attuariale", in termini di modello probabilistico usualmente adottato, nonché di esempi di costruzione di modelli di quantificazione del rischio demografico da esse implicato.

3.1 Prestazioni LTC

Dal punto di vista attuariale i *benefit* offerti dai prodotti assicurativi LTC possono essere classificati in tre categorie:

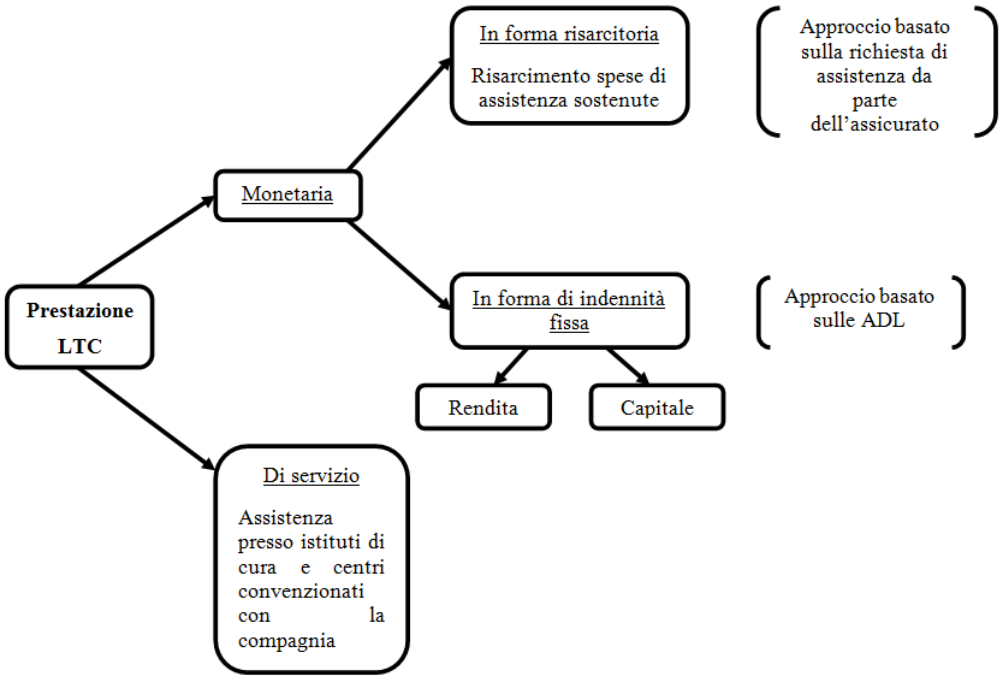
- rendite di rata prestabilita (di importo solitamente variabile con il grado di autosufficienza e quindi con il livello e tipo di assistenza necessaria) vendute a persone in stato di salute;
- rendite di rata prestabilita (di importo solitamente variabile con il grado di autosufficienza e quindi con il livello e tipo di assistenza necessaria) vendute a persone anziane al momento del ricovero in una casa di cura o a persone già residenti in istituti di cura;
- risarcimento di spese mediche e di assistenza (soluzione poco frequente e di solito parziale, in quanto prevede clausole di scoperto oppure di franchigia e/o massimale).

[87] L'assicurazione malattia, di norma, non viene prestata oltre i 75 anni di età. Sono previsti limiti di ingresso differenziati in base alla tipologia di contratto scelto, ai precedenti assicurativi ed alle condizioni di salute delle persone che richiedono la copertura (si rinvia a titolo esemplificativo alle Condizioni di Assicurazione del contratto di assicurazione multirischi per la famiglia "PLURIMA di FATA", sponsorizzato da FATA ASSICURAZIONI DANNI S.p.A., società per azioni di assicurazioni e riassicurazioni appartenente al Gruppo Generali).

Una quarta tipologia di copertura potrebbe essere individuata nella polizza (meno diffusa) che offre all'assicurato la possibilità di scegliere, in caso del manifestarsi del bisogno di LTC, alternativamente tra rendita di rata prestabilita ed assistenza (senza alcun onere di spesa) in istituti convenzionati (si tratta, in questo secondo caso, di prestazione di "servizio LTC"[88]).

Nella figura che segue si rappresentano schematicamente le forme che le prestazioni di tipo LTC possono assumere.

Figura 3.1 – Diverse forme di prestazione LTC.



Fonte: Levantesi, 2011.

Le coperture assicurative di tipo LTC furono per la prima volta sviluppate negli Stati Uniti nella metà degli anni Settanta del secolo scorso. A quell'epoca le compagnie assicurative tendevano a "giocare" sulla difficoltà di un oggettivo ed universale riconoscimento dello stato di non autosufficienza di un soggetto assicurato, con l'obiettivo di declinare il più possibile il pagamento delle prestazioni fornite dalle

[88] Per "prestazione di servizio LTC" si intende l'assistenza presso istituti di cura e centri convenzionati con la compagnia assicurativa. In generale con l'espressione "servizi LTC" si fa riferimento a tutte le modalità di assistenza in caso di non autosufficienza diverse dalla prestazione monetaria (nella maggior parte dei casi, servizi di assistenza generici non medici per la gestione delle esigenze quotidiane del paziente come vestizione, lavaggio, alimentazione, e così via).

coperture stesse: per esempio l'aver trascorso almeno alcuni giorni di ricovero in ospedale veniva considerato come un requisito minimo indispensabile a testimonianza della "necessità medica" di un intervento di assistenza e quindi dell'erogazione delle prestazioni della copertura LTC (Haberman e Pitacco, 1999). Col passare del tempo questo tipo di "escamotage" è stato superato e simili requisiti eliminati. Tuttavia, dal punto di vista del design della polizza LTC, è emersa l'urgenza di stabilire una definizione del concetto di "non autosufficienza" quanto più oggettiva possibile, necessaria per poter determinare in modo univoco se l'assicurato si trovi o meno nella condizione di richiedere la riscossione dei benefit previsti. Al contenuto di tale definizione ci si riferisce usualmente con il termine "*benefit trigger*". Per le prestazioni LTC di tipo monetario erogate in forma di indennità fissa (rendita o capitale) l'approccio ormai internazionalmente adottato è quello basato sulle *Activities of Daily Living* (ADL). La non autosufficienza viene pertanto definita come l'incapacità del soggetto di svolgere – in modo presumibilmente permanente e senza l'ausilio di un accompagnatore – una serie di attività elementari della vita quotidiana, la ADL per l'appunto (Pitacco, 2004a). Tipiche ADL sono: lavarsi, vestirsi, utilizzare la toilet, spostarsi, controllarsi nella continenza, alimentarsi. L'utilizzo di una definizione di non autosufficienza basata sulla valutazione (necessariamente in buona parte soggettiva) del grado di autonomia del soggetto assicurato nell'eseguire le normali attività della vita quotidiana (grado cui viene fatto corrispondere un "punteggio" previsto da specifiche griglie di valutazione come quella riportata a titolo esemplificativo nella tabella 3.1), permette all'assicuratore di graduare gli importi delle prestazioni monetarie LTC in funzione del livello complessivo di mancanza di autosufficienza (calcolato come sommatoria dei punteggi attribuiti a ciascun grado di autonomia nello svolgimento di ciascuna attività elementare), o di definire il *benefit trigger* della copertura LTC stabilendo il numero minimo di ADL in cui l'assicurato non deve essere più autonomo (in questo caso i benefit più generosi corrisponderanno al numero più elevato di attività di vita quotidiana "fallite" dall'assicurato). Il concetto di non-autosufficienza varia dunque da un minimo di inattività, rispetto a questi obiettivi di vita quotidiana, alla totale inabilità. Ogni compagnia di assicurazione misura pertanto la perdita dell'autosufficienza attraverso un proprio sistema di ADL e propri modelli di valutazione, assai differenziati gli uni dagli altri. Va osservato inoltre come la copertura

dell'assicurazione risulti il più delle volte limitata ai casi di grave perdita dell'autosufficienza, non essendo infatti mai previsto un pagamento all'assicurato che risulti completamente incapace di svolgere una singola ADL. Per di più non sono inusuali condizioni estremamente severe di selezione dei potenziali assicurati, relative non soltanto al loro personale stato di salute, ma anche a quello dei più stretti consanguinei (padre, madre, fratelli e sorelle), in base a una forte presunzione di familiarità. In aggiunta a queste misure l'assicuratore, sempre a scopo precauzionale, offre spesso polizze che prevedono un "periodo di carenza"[89], ossia un periodo di osservazione della condizione di salute dell'assicurato durante il quale la garanzia non opera e/o un "periodo di franchigia", ossia un lasso di tempo tra la data di denuncia della sopravvenuta non autosufficienza e quella di erogazione della rendita.

Tabella 3.1 – Griglia di valutazione della "non autosufficienza" nello svolgimento di due tipi di ADL.

Fare il bagno e/o la doccia		
1° grado	L'assicurato è in grado di farsi il bagno e/o la doccia in modo completamente autonomo	Punteggio 0
2° grado	L'assicurato necessita di assistenza per entrare nella e/o uscire dalla vasca da bagno e/o dalla doccia	Punteggio 5
3° grado	L'assicurato necessita di assistenza per entrare nella e/o uscire dalla vasca da bagno e/o dalla doccia e durante l'attività stessa del farsi il bagno e/o la doccia	Punteggio 10
Vestirsi e svestirsi		
1° grado	L'assicurato è in grado di vestirsi in modo completamente autonomo	Punteggio 0
2° grado	L'assicurato necessita di assistenza per vestirsi e/o svestirsi o per la parte superiore del corpo o per la parte inferiore del corpo	Punteggio 5
3° grado	L'assicurato necessita di assistenza per vestirsi e/o svestirsi sia per la parte superiore del corpo sia per la parte inferiore del corpo	Punteggio 10

Fonte: Levantesi, 2011.

[89] Il "periodo di carenza" è un periodo di osservazione dello stato di salute dell'assicurato richiesto dall'assicuratore prima del decorso delle garanzie di polizza, per evitare situazioni in cui qualcuno fosse già malato al momento della sottoscrizione del contratto. In generale non vi è nessun ritardo dell'effetto della copertura se la non autosufficienza deriva da infortunio. Il periodo di osservazione dura un anno se la non autosufficienza deriva da malattia, tre anni se deriva da malattia mentale. Se la situazione di non autosufficienza si verificasse in questo periodo la compagnia non è tenuta a pagare le prestazioni, ma rimborserà solo il premio versato.

Nel 1993 le assicurazioni LTC erano offerte negli Stati Uniti da ben 118 compagnie assicurative, con vendite registrate in crescita di un tasso annuo del 27% tra il 1987 e il 1993 (Haberman e Pitacco, 1999). I prodotti LTC sono divenuti disponibili in Germania a partire dal 1985. Oggi essi sono diffusi in molti altri Paesi industrializzati quali Regno Unito, Francia, Svizzera, Olanda, Giappone, Israele e Sudafrica. L'Italia, che si caratterizza per un invecchiamento tra i più elevati rispetto agli altri Paesi europei[90], ha da sempre avuto un sistema assicurativo meno evoluto di quello di altri sistemi come quello statunitense, inglese, tedesco e francese (AIBA[91], 2001) [92]. Di fatto, il mercato italiano delle polizze assicurative per il rischio di non autosufficienza ha preso avvio sul finire degli anni Novanta del secolo scorso, seguendo da vicino la crescita dell'interesse teorico e legislativo per il settore. Non sorprende perciò che esso si trovi ancora in uno stadio iniziale di lento, e per molti versi esitante, sviluppo.

A partire dalla seconda metà degli anni Novanta, tutti i principali Paesi europei, senza eccezione per l'Italia, hanno legiferato in materia di tutela (e prevenzione) della disabilità di lungo periodo, in parallelo con l'acuirsi del problema per effetto dell'invecchiamento demografico e con l'obiettivo di riorganizzare il precedente sistema di emolumenti e servizi, risultato di una stratificazione successiva di provvedimenti scarsamente coordinati tra loro. Il riordino del sistema italiano di assistenza agli anziani disabili fa perno sulle disposizioni della Legge quadro 328/2000. Il principale obiettivo perseguito dalle politiche di assistenza ai non autosufficienti è quello di ricondurre il rischio del bisogno di cure di lunga durata ad un normale rischio della vita di ognuno e del divenire anziani: "i costi delle cure di assistenza - citando le parole dell'allora Presidente dell'Isvap Giovanni Manghetti pronunciate al Convegno AIBA "La tutela assicurativa della terza età:le polizze *long term care* ed il ruolo del broker", Roma, 24 Ottobre 2001 - non dovrebbero sopraggiungere come un'inattesa e

[90] Secondo quanto riportato al Convegno AIBA del 24 Ottobre 2001 a Roma dall'allora Presidente dell'Isvap Giovanni Manghetti, il numero degli individui di età superiore a 65 anni passerà in Italia dal 18% del 2001 (percentuale di per sé piuttosto preoccupante) al 28% circa nel 2030, e addirittura al 34% nel 2050. In particolare, gli ultraottantenni (proprio la fascia di età in cui il rischio di non-autosufficienza incide in misura maggiore) saranno destinati a triplicarsi nei prossimi quarant'anni (AIBA, 2001).

[91] Associazione Italiana Brokers di Assicurazioni e Riassicurazioni (AIBA).

[92] In Italia le prime coperture LTC (offerte da SASA VITA a partire dall'agosto 1997, basate sulla considerazione di 6 ADL, con *benefit trigger* consistente in 3 ADL al raggiungimento delle quali scattava il pagamento di una rendita costante) si sono rese disponibili soltanto nel 1997, circa vent'anni dopo gli Stati Uniti (Pitacco, 2002b).

sgradevole sorpresa, che metta in difficoltà finanziarie gli individui e le loro famiglie. Bisognerebbe proteggere i cittadini dall'eventualità di costi catastrofici, che li costringano ad impiegare tutti i loro redditi, ed eventualmente il capitale, per pagare l'assistenza in residenze per anziani o l'assistenza domiciliare prolungata" (AIBA, 2001). Nel rapporto della *Economist Unit* europea[93] redatto per la Commissione Barroso nell'aprile 2012, si sosteneva la necessità di "Trovare efficaci mix di partnership pubblico-privato, per far fronte, nonostante tutte le razionalizzazioni ed efficientizzazioni possibili di sistema, ai costi della cronicità e delle cure di lunga durata che rappresentano la vera sfida per il vecchio continente" (Labate, 2012).

Ecco dunque che in Italia anche nel settore dell'assistenza ai non autosufficienti, come già in quello delle pensioni[94], accanto ad interventi pubblici volti ad erogare le prestazioni di base (primo pilastro: assicurazione pubblica o fondo per la non autosufficienza[95]), si profila la possibilità di interventi privati integrativi, a livello di collettività (secondo pilastro: fondi pensione, fondi sanitari[96], assicurazioni collettive) o individuale (terzo pilastro: polizze assicurative individuali) (ISVAP, 2001).

---

[93] L'*Economist Intelligence Unit* (EIU) è la principale fonte di ricerca ed analisi al mondo. Fondata nel 1946 come unità di ricerca interna alla rivista economica *The Economist*, la società di consulenza EIU fornisce oggi previsioni economiche e consulenza manageriale a più di 1,5 milioni di dirigenti delle più affermate compagnie a livello internazionale, ad istituzioni finanziarie e governative, e agli istituti universitari.

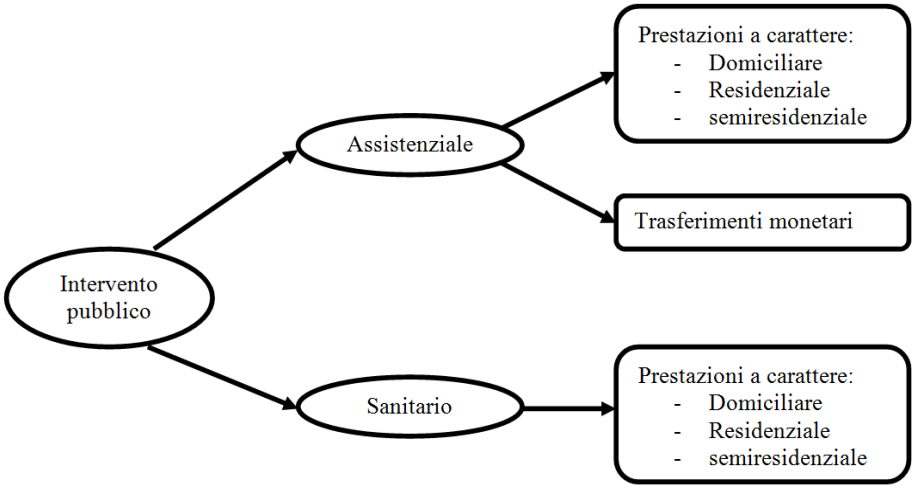
[94] Si rinvia a tal proposito al capitolo 1 della presente trattazione.

[95] Il "Fondo nazionale per la non autosufficienza" è una forma di finanziamento autonoma, a carattere nazionale, che permette di ripartire annualmente le risorse alle Regioni, sulla base dei dati relativi alla popolazione non autosufficiente che vi risiede, e di altri indicatori demografici e socio economici. Tale Fondo garantisce, per le persone non autosufficienti, i livelli essenziali, e non ha una funzione sostitutiva delle prestazioni sanitarie.

[96] Un fondo sanitario è un fondo privo di fini di lucro che, nell'ambito dei valori mutualistici e di solidarietà sociale, ha scopo esclusivamente assistenziale ed è preposto ad erogare agli iscritti ed ai rispettivi familiari beneficiari prestazioni integrative e sostitutive di quelle fornite dal Servizio Sanitario Nazionale, spesso (ed è ciò che il Ministero della Salute incentiva con il DM 31 marzo 2008 e DM 27 ottobre 2009) anche in caso di perdita dell'autosufficienza, con rimborsi operati in via diretta, ovvero, in tutto od in parte, per il tramite di polizze di assistenza sanitaria, di cui risulti o si renda contraente. Esistono in Italia diversi fondi sanitari istituiti per i dipendenti di diversi settori economici (ad esempio il "Fondo mètaSalute" per i lavoratori dell'industria metalmeccanica e dell'installazione di impianti, o il fondo nazionale di assistenza sanitaria "Faschim" per i lavoratori dell'industria chimica, chimico farmaceutica, delle fibre chimiche e dei settori abrasivi, lubrificanti e gpl).

L'intervento pubblico per la non autosufficienza, come rappresentato nella figura 3.2, è ad oggi piuttosto eterogeneo in quanto prevede sia prestazioni sanitarie ed assistenziali (si tratta, peraltro, di realtà molto differenziate a livello locale), che monetarie, ed è articolato su 3 livelli[97]: Stato, Regioni e Comuni.

Figura 3.2 – Le prestazioni LTC del primo pilastro.



Fonte: Coda, 2003.

Lo Stato fornisce le direttive principali in materia di sanità e assistenza, controlla l'uniformità dei trattamenti, ripartisce le risorse del Fondo nazionale per le politiche sociali[98] ed eroga direttamente, mediante il Ministero dell'Interno, e indirettamente, mediante l'INPS, prestazioni in denaro a sostegno degli anziani e dei disabili (Coda, 2003). Per quanto riguarda i trasferimenti monetari statali, la legge n.18 dell'11 febbraio 1980, ha previsto la cosiddetta "indennità di accompagnamento". Si tratta di un sostegno economico pagato dall'INPS, erogato in caso di totale inabilità per minorazioni fisiche o psichiche, impossibilità di deambulare senza aiuto permanente di un accompagnatore[99] ovvero impossibilità di compiere gli atti quotidiani della vita[100] e

[97] Si fa riferimento alla legge quadro per la realizzazione del sistema integrato di interventi e servizi sociali – L. 328/2000.
[98] Il Fondo nazionale per le politiche sociali (FNPS) è la fonte nazionale di finanziamento specifico degli interventi di assistenza alle persone e alle famiglie, così come previsto dalla legge quadro di riforma del settore, legge 328/2000. Il Fondo Sociale va a finanziare un sistema articolato di Piani Sociali Regionali e Piani Sociali di Zona che descrivono, per ciascun territorio, una rete integrata di servizi alla persona rivolti all'inclusione dei soggetti in difficoltà, o comunque all'innalzamento del livello di qualità della vita.
[99] È da intendersi come impossibilità o incapacità a svolgere la complessa funzione neuromotoria della deambulazione. In particolare, è da intendersi non deambulante la persona invalida che non possiede o ha

la conseguente necessità di un'assistenza continua[101]. La legge ha precisato che l'indennità di accompagnamento non è incompatibile con lo svolgimento di un'attività lavorativa. Per le persone ultra sessantacinquenni, non più valutabili sul piano dell'attività lavorativa, il diritto all'indennità è subordinato alla condizione che essi abbiano difficoltà persistenti a svolgere i compiti e le funzioni dell'età (art. 6, D.Lgs. 509/1988). L'indennità di accompagnamento è a totale carico dello Stato ed è dovuta per il solo titolo della minorazione, indipendentemente dal reddito del beneficiario o del suo nucleo familiare, senza prevedere livelli differenti di disabilità. Erogata per 12 mensilità, l'importo non è reversibile e per l'anno 2013 è previsto pari a 499,27 euro mensili (finanziati con tassazione generale[102]).

A dimostrazione dell'elevata esposizione al rischio di non autosufficienza e della sua incidenza soprattutto nei confronti delle persone in fascia d'età molto avanzata (dagli 80 anni in su), si riporta nella figura 3.3 un grafico del numero percentuale di beneficiari dell'indennità di accompagnamento nel 2007 divisi per classe d'età (oltreché per sesso).

---

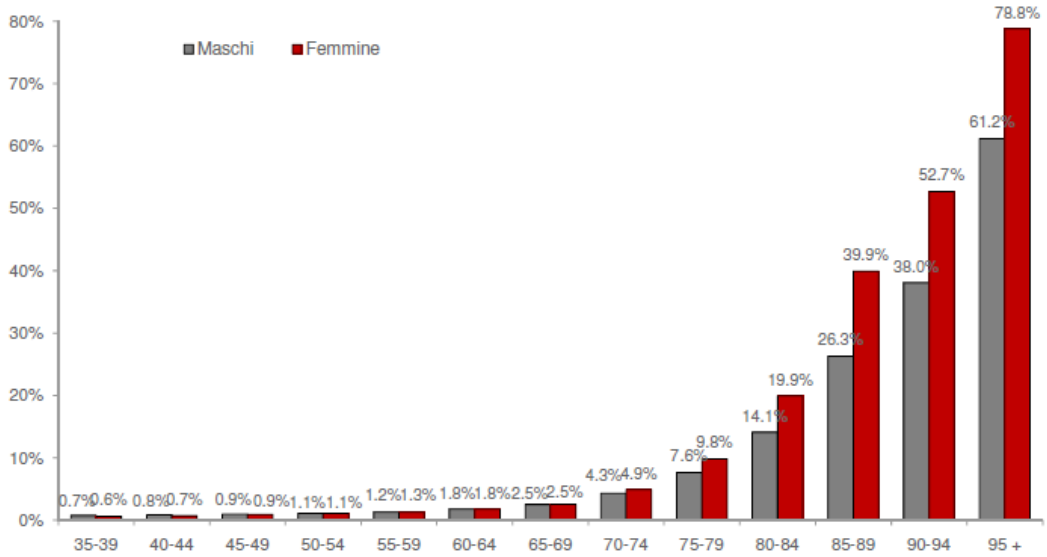
gravemente alterata tale funzione per amelia, dismelia, paralisi, e così via, o non è in grado di controllarla perché affetto da forme neuropsichiche.

[100] Va considerata, ai fini dei diritto all'indennità di accompagnamento, come condizione alternativa a quella della non deambulazione. Per atti quotidiani della vita, sono da intendere quelle azioni elementari che espleta quotidianamente una persona normale di corrispondente età e che rendono il disabile, che non è in grado di compierle, bisognevole di assistenza (minimo di funzioni vegetative e di relazione indispensabili per garantire gli atti quotidiani, non lavorativi, della vita).

[101] Quando l'autonomia nel compiere un complesso significativo ed esistenziale dei suddetti atti quotidiani viene a mancare e sorge, rispetto ad una persona normale di corrispondente età, l'esigenza di assistenza continua per assicurare un minimo di condizioni vitali per l'autosufficienza quotidiana, si concretizza l'impossibilità di compiere autonomamente gli atti di ogni giorno della vita, essendo alterato ogni rapporto concreto con la realtà quotidiana.

[102] Nell'ambito degli schemi di tipo pubblico bisogna distinguere sistemi basati sulla tassazione generale e schemi di assicurazione sociale. Entrambi gli schemi comportano un meccanismo di tipo assicurativo; tuttavia sussistono delle differenze. Per quanto riguarda l'iscrizione allo schema e l'accollo del rischio, nei modelli di assicurazione sociale l'iscrizione è obbligatoria e l'accollo del rischio grava su coloro che pagano i contributi (tipicamente i lavoratori), con eventuale quota di rischio a carico dello Stato. Nei sistemi pubblici basati sulla tassazione generale vi è invece obbligatorietà e accollo del rischio su coloro che pagano le tasse, nonché lo Stato. Nell'assicurazione sociale vi è una "ipoteca" sulle entrate, che rappresenta un mezzo per garantire uno specificato livello di risorse per un determinato scopo. Mentre lo schema basato sulla tassazione generale implica una gestione a ripartizione, uno schema di assicurazione sociale può essere gestito sia tramite un sistema a ripartizione che tramite un sistema a capitalizzazione (di tipo collettivo) che tramite un sistema misto ripartizione-capitalizzazione. La realizzazione di un'assicurazione sociale con un sistema finanziario di gestione a capitalizzazione richiederebbe, tuttavia, che l'iniziale generazione in età lavorativa contribuisca due volte (sia per finanziare gli attuali non autosufficienti, sia per accumulare fondi che andranno a favore dei non autosufficienti di domani - ossia della loro medesima generazione) (ISVAP, 2001).

Figura 3.3 – Indennità di accompagnamento: beneficiari per sesso e classe di età. Anno 2007 (valori in percentuale della popolazione residente).



Fonte: INPS, 2007.

Nell'ambito dell'intervento pubblico per la non autosufficienza, le Regioni svolgono un ruolo operativo indiretto concentrato sulla programmazione e sull'orientamento degli interventi sociali a livello territoriale. Un ruolo operativo diretto spetta invece ai Comuni. Ad essi compete la programmazione, la progettazione e la realizzazione del sistema locale dei servizi sociali, nonché l'eventuale integrazione economica spettante ai soggetti per i quali si renda necessario il ricovero stabile presso strutture residenziali.

Tra le prestazioni monetarie offerte dal primo pilastro figurano oltre che l'indennità di accompagnamento anche gli assegni di cura e i cosiddetti *voucher*, erogati dalle ASL e/o dai Comuni. In particolare, gli "assegni di cura locali" sono contributi economici offerti ai familiari (in qualche caso a vicini o amici) o agli stessi anziani per finanziare l'assistenza di questi ultimi. Vengono forniti da Comuni o ASL e la loro peculiarità risiede nell'essere erogati prevalentemente in alternativa ai servizi alla persona, domiciliari o residenziali. Generalmente ne fruiscono anziani con significativo grado di non autosufficienza e con reddito inferiore ad una certa soglia. I *voucher*, invece, sono forniti dall'ente pubblico ed attribuiscono il diritto ad acquistare determinati servizi presso gli erogatori accreditati (pubblici o privati). La principale caratteristica che differenzia l'esperienza dei *voucher* da quella degli assegni di cura è relativa proprio alle modalità di spesa: mentre quest'ultimo può essere utilizzato con estrema discrezionalità dall'utente (e dunque può essere mantenuto tra le pareti domestiche

come integrazione delle casse familiari), il *voucher* rappresenta un buono che può essere utilizzato esclusivamente per l'acquisto di determinati pacchetti di prestazioni presso *provider* riconosciuti e accreditati.

Gli obiettivi di contenimento della spesa pubblica sanitaria stanno portando ad una progressiva contrazione delle prestazioni offerte dal primo pilastro, per cui l'attenzione in tema di assistenza in caso di non autosufficienza è sempre più puntata verso un'estensione del cosiddetto "welfare integrativo" italiano (De Ceglia, 2012). L'assistenza integrativa - come sottolineato nell'inchiesta di Sda Bocconi commissionata da Assidai[103] - è uno strumento che si prepara a diventare un pilastro fondamentale del sistema sanitario e welfare italiano, sebbene fino ad oggi la sua diffusione sia stata poco incisiva a livello nazionale. Da più parti si ritiene vi siano circa 300 fondi sanitari[104] e 55 società di mutuo soccorso[105] prevalentemente operativi nel centro nord del Paese. Gli iscritti ai fondi - come riportato nell'articolo di De Ceglia pubblicato in Repubblica, Economia Affari e Finanza del 3 dicembre 2012 - si immagina siano poco meno di 6,4 milioni di cittadini e gli assistiti circa 11 milioni (spesso sono coperti anche i membri del nucleo familiare). Sono numeri che dimostrano quanto in Italia l'importanza assunta da operatori sanitari integrativi sia molto marginale rispetto al resto dell'Europa. Tuttavia, a fronte di tale ritardo, occorre tener conto che gli obiettivi di contenimento della spesa impongono una progressiva privatizzazione della spesa sanitaria a carico dei cittadini. Nei prossimi anni è prevista in particolare una riduzione del fondo per la non autosufficienza, che si è già drasticamente ridotto nel 2010 e che sarà azzerato dal 2014 (De Ceglia, 2012). La messa a punto di modelli di secondo pilastro mediante l'individuazione di formule assicurative LTC mirate, vale a dirsi di tipo collettivo e di natura integrativa, diventa dunque una soluzione importante per quelle fasce che saranno esposte al rischio della non autosufficienza, ma che non saranno al contempo portatrici di criteri "utili" alla selezione che il pubblico dovrà operare, o già opera, visti i già citati obiettivi di contenimento della spesa sanitaria

[103] Assidai è il fondo sanitario integrativo di Feder-manager (sindacato che rappresenta dirigenti, quadri apicali e professionisti dell'industria stipulando contratti collettivi e garantendo servizi e tutele tramite enti e società).

[104] Si veda la nota n. 97.

[105] Le società di muto soccorso sono associazioni nate a fine Ottocento per sopperire alle carenze dello stato sociale ed aiutare così i lavoratori a darsi un primo apparato di difesa, trasferendo il rischio di eventi dannosi (come gli incidenti sul lavoro, la malattia o la perdita del posto di lavoro). Esse sono inserite a tutti gli effetti nel sistema italiano di tutela socio assistenziale sanitaria.

pubblica[106]. A ciò si aggiungono formule pensionistiche del terzo pilastro, ovvero stipulate individualmente.

Occorre a tal proposito ricordare che la prima forma di (auto) assicurazione dei rischi, come già notato nel primo capitolo della presente trattazione[107], è semplicemente il risparmio. Il risparmio impiegato in attività finanziarie più o meno liquide o anche in attività reali può sempre, nel momento del bisogno, essere convertito in un prodotto assicurativo del tipo LTC, anche se le condizioni della conversione, soprattutto se questa avviene in concomitanza con l'insorgere delle condizioni di bisogno, possono essere alquanto onerose. Per quanto rappresenti forse la forma più diffusa di copertura, essa non può però considerarsi una soluzione efficiente: infatti, dal momento che non tutti i soggetti incorreranno nella disabilità di lungo periodo, è verosimile che si generi un eccesso di risparmio (in quanto si tenda a esagerare il rischio di incorrere nella non autosufficienza), mentre il segmento di popolazione che sarà effettivamente colpita potrà trovarsi con risorse insufficienti (Coda, 2003). Lo strumento del risparmio finanziario, pur importante, non è inoltre atto a garantire una copertura del rischio che "provveda a destinare uguali risorse a fronte di uguali bisogni"; esso ridistribuisce infatti risorse lungo il ciclo vitale, ma può rivelarsi inadeguato a redistribuire tra la condizione di autosufficiente a quella di disabile, e ancor più tra soggetti con diversa intensità di bisogno. Per contro, il risparmio assicurativo[108], sia esso organizzato in forma pubblica oppure privata, può considerarsi "dominante" sul risparmio precauzionale in quanto trova fondamento nella capacità dell'assicuratore di stimare il rischio in modo abbastanza preciso, in virtù della legge dei grandi numeri. Mentre, come in precedenza ricordato, per il singolo il rischio di longevità e quello di disabilità sono difficilmente stimabili, per l'assicuratore che possa contare su buone basi tecniche[109] (relative alla mortalità e alla disabilità) tali rischi risultano fortemente ridotti; pertanto se il *pricing* delle polizze è basato su basi tecniche corrette l'assicuratore corre pochi rischi e, al tempo stesso, è in grado di offrire ai soggetti più longevi (nel caso

---

[106] Si veda: Guarino F., "LTC e non autosufficienza in Italia: tra definizioni teoriche e prospettive di spendibilità", [scaricabile da: http://www.francoangeli.it/Area_RivistePDF/getarticolo.ashx?idArticolo=32111].

[107] Si rinvia in particolare al sottoparagrafo 1.2.1 - La prospettiva dei singoli individui.

[108] "Risparmio assicurativo" inteso come forme di *pooling* del rischio che comportano una redistribuzione del risparmio tra chi avrà effettivamente bisogno di cure e chi no.

[109] In ambito attuariale il tasso di interesse i e la distribuzione di probabilità della durata residua di vita (utilizzati nel calcolo dei valori attuariali) costituiscono la cosiddetta "base tecnica".

delle rendite) oppure a quelli che necessitano di cure di lungo termine (nel caso delle polizze LTC) un tasso di interesse superiore a quello dei mercati finanziari, giacché esso può giovarsi dell'eccesso di rendimento che deriva dalla redistribuzione dei premi (e degli interessi maturati sugli stessi) di coloro che non sono sopravvissuti e che non sono divenuti disabili. La "dominanza" della ricchezza assicurativa sulla ricchezza finanziaria (o reale) dovrebbe trovare riscontro in una forte domanda di rendite e di polizze LTC. Empiricamente (come già evidenziato nel primo capitolo), ciò non accade, e se il mercato delle rendite è ovunque esiguo, quello delle polizze LTC lo è anche di più.

Tabella 3.2 – Diffusione delle assicurazioni private in alcuni Paesi.

	Svezia	**Regno Unito**	**Germania**	**Olanda**	**Francia**	**Italia**	**Stati Uniti**
Tipologia di copertura pubblica	Schema di assicurazione sociale universalistico	Sistema di protezione sociale non contributivo	Assicurazione obbligatoria per la LTC e assistenza sociale	Sistema di assicurazione malattia	Assicurazione sociale e casse previdenziali	Sistema di protezione socio non contributivo	Assistenza sociale
Dimensione economica dell'intervento pubblico							
Spesa per la LTC (%Pil)	2,5%	1,5%	1,1%	2,7%	n.d.	1,4%	1,4%
Quota di spesa pubblica	95%	64%	21% (spesa comunale, escluse le casse mutua)	67%	(0,5%Pil)	54%	60%
Numero di polizze/popolazione attiva	n.d.	0,06%	10%	-	1,33%	n.d.	3,93%

Fonte: Coda, 2003.

Come è possibile osservare nella tabella 3.2, il mercato è assai "sottile", anche nei Paesi dove la copertura pubblica del rischio è lungi dall'essere completa (si vedano i casi di Stati Uniti e Regno Unito, che pure rappresentano i Paesi con maggiori tradizioni di mercato e maggiore affidamento sulle responsabilità individuali di fronte a evenienze negative). Per contro, la Germania è il Paese in cui il mercato LTC è più sviluppato, ovviamente in conseguenza dell'obbligatorietà dell'assicurazione e della libertà di scelta

accordata all'assicurato quanto alla struttura pubblica o privata presso la quale coprirsi (il che implica un maggiore ricorso al mercato da parte di soggetti appartenenti alle fasce di reddito più elevate e alle libere professioni). Ciò induce a ritenere che, in assenza di assicurazione obbligatoria, i fattori che gli economisti usualmente definiscono "imperfezioni del mercato" - sia dal lato della domanda, sia dal lato dell'offerta (asimmetrie informative, "selezione avversa", *moral hazard* [110], e così via) - rivestano nell'ambito della LTC un ruolo anche più sostanziale che in altri mercati del rischio.

Nel caso italiano, come si è accennato, l'onere per la non autosufficienza è per la maggior parte coperto dal Servizio Sanitario Nazionale (SSN) e dalle autorità locali; la compartecipazione al costo e la spesa *out of pocket*[111] sono tuttavia ingenti (in alcuni casi probabilmente superiori al 50%), anche se molto variabili non soltanto da caso a caso, ma anche all'interno del territorio nazionale (Coda, 2003). Ciò implica l'esistenza di uno spazio residuale, e neppure molto piccolo, per l'assicurazione privata di LTC.

In generale esistono barriere allo sviluppo del mercato dei prodotti LTC, sia dal lato della domanda che da quello della offerta.

Dal lato della domanda il principale ostacolo è rappresentato dall'accessibilità alle polizze LTC, contraddistinte da premi generalmente piuttosto elevati (in virtù del fatto che la polizza LTC è tipicamente acquistata in età alquanto avanzata[112]). Un'altra barriera è rappresentata dalla mancanza di consapevolezza del rischio che si corre, soprattutto nella popolazione al di sotto dei 50 anni. Infine, vi è in genere cattiva informazione dei cittadini sulle prestazioni effettivamente garantite dalle coperture pubbliche e private.

Dal lato dell'offerta il problema fondamentale riguarda l'assicurabilità del rischio in questione: non esiste, infatti, opinione concorde tra gli studiosi e operatori del settore assicurativo sul fatto che il rischio di LTC sia un rischio assicurabile. Tre sono gli aspetti fondamentali da considerare, sotto questo profilo. Il primo è il *moral hazard*,

---

[110] Per la definizione di "selezione avversa"e di "*moral hazard*" si veda nel prosieguo del paragrafo.

[111] La spesa "*out of pocket*", espressione che tradotta liberamente suonerebbe "di tasca propria", indica la spesa privata per servizi sanitari, ossia quella quota di servizi magari anche prodotti dal servizio pubblico, ma interamente a carico del cittadino fruitore.

[112] In generale, infatti, i premi sono stabiliti anche in funzione dell'età di sottoscrizione e poiché il rischio aumenta con l'età, i premi saranno tanto più elevati quanto maggiore è l'età di ingresso in polizza. Il costo della copertura sarà ridotto se invece essa viene sottoscritta in età giovanile (entro i 45 anni, secondo le simulazioni dell'ISVAP).

ossia l'utilizzo eccessivo di servizi LTC indotto dal fatto che l'individuo dispone di una copertura assicurativa. È un fenomeno che risulta aggravato dalla presenza in polizza di criteri di definizione del rischio vaghi e ad interpretazione soggettiva. Per contrastarlo risultano utili controlli e clausole contrattuali che rendono l'assicurato corresponsabile (massimali, franchigie, e via dicendo). Il *moral hazard* risulta meno presente in contratti di rendita fissa a "premio annuo costante", mentre è molto più ricorrente nel caso di contratti a rimborso delle spese documentate dall'assicurato. Il secondo aspetto riguarda la "selezione avversa" del rischio, in quanto tra gli anziani saranno più propensi ad assicurarsi quelli in condizioni di salute più precarie. Ciò incide sulla frequenza dei sinistri registrati e richiede dunque meccanismi per una corretta valutazione del rischio come la raccolta di informazioni personali dettagliate sull'assicurato per differenziare i prezzi della copertura in funzione del rischio, o accertamenti sanitari all'ingresso in assicurazione o la richiesta di compilazione di un questionario medico. Per contrastare la selezione avversa risultano utili clausole contrattuali che rendono l'assicurato corresponsabile (per esempio la previsione di un periodo di carenza[113]). Infine il terzo e principale aspetto riguarda la prevedibilità dei costi complessivi e dunque le conseguenti difficoltà di *pricing*. La mancanza di statistiche adeguate per un settore nuovo[114], la lunga durata dell'esposizione al rischio, l'incertezza sulle evoluzioni demografiche (difficoltà di previsione dell'incidenza futura della non autosufficienza dovuta a fattori sociali, sanitari, economici, e così via), l'aumento dei costi dei servizi di assistenza, sono tutti elementi che rendono molto difficile effettuare previsioni di lunga durata puntuali (ISVAP, 2001). Molte compagnie di assicurazione operanti in Italia sono quindi ancora in fase di definizione dei prodotti o di ricerca della strategia di collocamento, giacché l'incertezza sull'appropriato disegno e sul *pricing* dei prodotti è ancora molta: si va dalla mancanza di dati originali riferiti all'Italia per la costruzione di

[113] Per la definizione di "periodo di carenza" si veda la nota n. 90.

[114] Nel contesto delle assicurazioni di persone, ciò comporta la necessità di rilevare un'ulteriore causa di rischio (oltre al rischio finanziario e al rischio demografico di cui si dirà nel prosieguo), la cui presenza può avere nelle assicurazioni LTC effetti di gran lunga superiori rispetto a quelli ragionevolmente ipotizzabili in assicurazioni sulla durata di vita quali le rendite vitalizie. Si tratta per l'appunto del rischio proveniente dalla carenza di dati statistici affidabili (rischio che rientra nella categoria dei cosiddetti "rischi di tariffazione"). I dati statistici richiesti dalle assicurazioni sulla durata di vita, cioè i dati relativi alla mortalità, grazie alla loro numerosità hanno un ragionevole livello di affidabilità, e la principale fonte di incertezza è data dall'evoluzione futura della mortalità. Per contro si riscontra, come sottolineato, una maggiore carenza di dati affidabili riguardanti il fenomeno dell'invalidità senile e la mortalità delle persone non autosufficienti in relazione alle assicurazioni LTC.

basi tecniche coerenti ed attendibili in materia di morbilità[115], alle scarse conoscenze sulla domanda, all'incertezza sulle modalità di erogazione delle prestazioni (in denaro o in servizi) e a come variarle nel tempo, e a quella circa le modalità di pagamento (premio unico versus premi ricorrenti[116]).

Soffermandosi sui prodotti del secondo e terzo pilastro, è possibile suddividere le coperture assicurative LTC in coperture individuali e coperture collettive: queste ultime sono costituite da polizze sottoscritte generalmente da Casse o Fondi sanitari in favore dei propri aderenti che possono essere i dipendenti di un'azienda o di un intero comparto lavorativo (i dipendenti bancari ad esempio). Ovviamente le polizze collettive, consentendo una miglior ripartizione del rischio, sono più convenienti. L'assicurazione LTC si basa infatti sullo stesso principio delle altre polizze: pagare un premio ridotto, e certo, a fronte del rischio, incerto, di dover affrontare una spesa molto maggiore. Se sono molti i soggetti che partecipano al finanziamento del fondo necessario a far fronte agli eventuali sinistri, la quota versata da ciascuno diventa ovviamente inferiore. Le coperture offerte dal mercato a livello individuale possono configurarsi come *stand-alone annuity* o prodotti di tipo *enhanced pension* o infine prodotti di rimborso spese mediche e assistenziali[117].

---

[115] Nella pratica attuariale in Italia è diffuso l'utilizzo di dati provenienti da altri paesi (Germania, Gran Bretagna, Francia, Stati Uniti e Giappone) opportunamente adattati alla mortalità italiana (viene mantenuta l'incidenza estera della disabilità pur con un'attenta considerazione dello scenario economico, sociale e normativo del Paese dal quale i dati sono importati).

[116] L'assicuratore deve "finanziare" le prestazioni definite nella polizza sulla durata di vita o nella polizza LTC chiedendo come contropartita il pagamento di controprestazioni (cioè "premi") di entità convenientemente determinata (ossia in accordo con un principio di calcolo del premio). Nel caso più semplice il premio viene pagato in soluzione unica alla stipulazione del contratto (premio unico). Un'alternativa è data dalla rateazione del premio in una sequenza di importi pagati in epoche successive. Tale rateazione può essere interpretata come "ammortamento" del debito dato dal premio unico, su una durata aleatoria, funzione della durata residua di vita dell'assicurato. L'andamento nel tempo delle rate di premio è soggetto a vincoli imposti da un "principio" diverso da quello dell'equità (principio comunemente adottato come principio di calcolo del premio), in particolare rivolto alla necessità di evitare il "sottofinanziamento" dell'assicuratore nel primo periodo della copertura. Nella pratica assicurativa, i premi sono usualmente equintervallati, l'intervallo essendo l'anno o frazione d'anno. Nel caso di intervalli annuali si parla di "premi annui", il più delle volte previsti costanti. Si parla di "premi unici ricorrenti" con riferimento esclusivamente a forme assicurative che prevedono una prestazione differita, da finanziare mediante una successione di premi nel corso del differimento. L'interesse commerciale nei premi unici ricorrenti risiede nel fatto che i loro ammontari in genere non sono prefissati, bensì di livello scelto anno dopo anno. L'entità della somma assicurata (della prestazione totale) rimane allora compiutamente individuata solo dopo il pagamento dell'ultimo premio unico ricorrente. La locuzione premi unici ricorrenti è talvolta usata anche per designare una sequenza di premi individuata da una fissata regola di acquisto progressivo della prestazione di importo assegnato.

[117] Si rinvia alla parte finale del paragrafo corrente.

È possibile individuare coperture che si rifanno ad un modello "ad accumulazione" e coperture che si rifanno a quello "a ripartizione". Nel primo caso, le polizze, collegate al ramo vita, consentono di accumulare dei risparmi in un fondo speciale che, al verificarsi dell'evento, pagherà un capitale una tantum, oppure una somma prefissata per tutto il periodo nel quale si verifica la condizione di non autosufficienza (anche tutta la vita). Nel secondo caso, modello "a ripartizione", le polizze sono legate al ramo malattia. Non vi è nessuna accumulazione e il premio pagato in un anno serve a far fronte al rischio di quell'anno. Nel caso si verifichi la condizione di non autosufficienza, la compagnia si impegna a pagare tutte le spese socio-assistenziali fino ad una cifra massima mensile, per tutto il periodo nel quale si verifica la condizione di non autosufficienza.

La tipologia "a capitalizzazione" richiede che il cliente abbia il tempo di costituirsi un proprio capitale e quindi, per evitare di pagare un premio estremamente elevato, esso dovrebbe cominciare a risparmiare in età non avanzata (entro i 45 anni, secondo le simulazioni dell'ISVAP). I principali vantaggi di questa soluzione sono che, in genere, anche se non diverrà non autosufficiente, il cliente avrà la possibilità di rientrare in possesso almeno di una parte del capitale maturato e che, optando per il capitale a scadenza[118], avrà maggiore autonomia su come gestirsi la propria non autosufficienza. Gli svantaggi sono legati al fatto che solitamente non sono coperte le situazioni di non autosufficienza che potrebbero presentarsi prima dei 65 anni, ad esempio a seguito di un incidente stradale catastrofico, e che il tasso di adeguamento del capitale all'inflazione (eventualmente previsto in polizza) può non tenere conto di situazioni particolari che si verificassero in un orizzonte temporale molto distante. Esiste in generale anche la possibilità di sottoscrivere una polizza "*in point of need*", quando cioè si è già verificata la non autosufficienza. In questo caso il premio sarà ovviamente elevatissimo e pari alla rendita per la durata della vita residua stimata dell'assicurato: la convenienza a stipulare questo tipo di polizza sta nella speranza che la vita effettiva residua sia superiore a quella attesa.

Le polizze che operano nell'ambito della "ripartizione" operano invece in base al concetto di mutualità fra i vari assicurati, prescindendo dall'accumulo nel tempo. Questo fa si che siano molto più economiche in confronto alle precedenti, se sottoscritte

[118] L'opzione "capitale a scadenza" consente all'assicurato di ottenere in un'unica soluzione, al concretizzarsi dello stato di non autosufficienza, il capitale assicurato rivalutato in base ai rendimenti retrocessi e consolidati durante il periodo di differimento.

da persone anziane. Inoltre consentono di coprire, con costi estremamente ridotti, anche i casi di non autosufficienza giovanili.

Riassumendo, attualmente le assicurazioni LTC nei rami assicurativi – in base al Regolamento ISVAP n. 29 del 16 marzo 2009 – possono essere così classificate:

- assicurazioni sulla vita (IV ramo vita): assicurazione non rescindibile (da parte dell'impresa), che copre il rischio di non autosufficienza per invalidità grave dovuta a malattia, infortunio o longevità; prestazione usualmente prevista: erogazione di una rendita;
- assicurazioni contro i danni (ramo "malattia"): assicurazione contro il rischio di non autosufficienza; prestazione prevista: risarcimento, totale o parziale, del costo per l'assistenza ovvero prestazione in natura, nei limiti del massimale assicurato.

Sintetizzando quanto sino a qui detto in merito alla struttura a tre pilastri del sistema di LTC italiano[119], si può affermare che accanto agli interventi pubblici propri del primo pilastro (sempre più limitati in futuro a causa di esigenze di contenimento della spesa pubblica), coperture LTC sono spesso offerte come garanzia accessoria nei fondi pensione (per esempio nei fondi pensione aperti la copertura LTC viene molte volte inserita in una delle opzioni di rendita, come maggiorazione della rendita vitalizia se l'assicurato è non autosufficiente dopo i 65 anni[120]) o comprese tra i tariffari di alcuni fondi sanitari (nella forma di prestazioni di natura risarcitoria a fronte di spese sostenute per prestazioni domiciliari o presso residenze sanitarie assistenziali, o nella forma di rendite a rata costante stabilita in base alle ADL) andando così a formare l'ossatura (tuttora in formazione) del secondo pilastro. Nell'ambito del terzo pilastro, invece, crescono sempre più i contratti offerti dalle compagnie assicurative volti alla copertura del rischio di perdita dell'autosufficienza nello svolgimento delle attività elementari della vita quotidiana, in cui la definizione del rischio in questione è ancorata, come si è

[119] Inteso con riferimento a quel complesso di interventi, erogati da istituzioni pubbliche o private, necessari per garantire un'idonea assistenza ad individui prevalentemente anziani in condizioni di non autosufficienza, provocata non necessariamente da un infortunio o una malattia, ma anche solo da senescenza.
[120] Si tratta della cosiddetta "*enhanced pension*" di cui si dirà nel prosieguo del paragrafo.

detto, alle ADL (talvolta anche allargata alla presenza di Alzheimer o di altre demenze senili).

Per quanto riguarda le coperture offerte in forma di rendita (si tratta infatti del tipo di prestazione monetaria LTC più diffusa), il ventaglio di soluzioni offerte dal mercato è sintetizzabile nelle seguenti tipologie:

- copertura *stand-alone* (o polizza autonoma o *LTC annuity*) che prevede il riconoscimento di una rendita vitalizia (generalmente differita) di ammontare prefissato al verificarsi dello stato di bisogno;
- copertura LTC complementare offerta in abbinamento ad un contratto di assicurazione sulla vita (per esempio di una polizza caso morte, per cui una parte del capitale della polizza viene pagato al beneficiario all'atto della perdita di autosufficienza, anziché al momento della morte) o di un contratto di assicurazione sulla salute (ad esempio assicurazione malattia abbinata al rimborso spese LTC), che stabilisce l'erogazione di una prestazione periodica per un limitato intervallo temporale in aggiunta a quella del contratto principale;
- integrazione di pensione (o *enhanced pension*) intesa come un particolare contratto di rendita vitalizia immediata (acquistata all'età di pensionamento) in cui la rata della rendita risulti più contenuta rispetto a quella dovuta in base alle caratteristiche contrattuali fintantoché l'assicurato sia autosufficiente. Tale rata subisce un incremento al verificarsi dello stato di necessità.

Il pagamento dei premi di una copertura LTC può essere articolato secondo varie modalità, fermo restando che, in caso di premi periodici, il pagamento dei premi stessi viene interrotto all'insorgere della situazione di bisogno LTC e, quindi, all'inizio del conseguente pagamento della prestazione assicurata. La gamma delle possibilità va dal premio unico ai premi periodici temporanei[121] (solitamente pagabili fino all'ingresso in quiescenza), ai premi periodici non temporanei pagabili fino all'eventuale insorgere del bisogno LTC (Pitacco, 2004a).

[121] Si rinvia alla nota n. 117.

3.2 Rischio demografico nella assicurazioni LTC

Il *longevity risk*, la cui presenza nelle prestazioni previdenziali di pura rendita vitalizia è già stata discussa nel capitolo precedente, interessa anche le assicurazioni LTC. Lo specifico legame tra prestazioni e condizioni di autosufficienza dell'assicurato comporta peraltro una più articolata configurazione di tale tipo di rischio. Sono infatti plausibili vari scenari per l'evoluzione della durata di vita in condizioni di autosufficienza e di parziale o totale mancanza di autosufficienza (cui risulta ovviamente legato l'intervento dell'assicuratore in una copertura LTC), e tale situazione di incertezza va a "sommarsi" a quella inerente alla durata totale di vita. Dunque nelle coperture LTC occorre tener conto dell'aleatorietà sia del trend riguardante l'intera durata di vita, sia del futuro trend dell'invalidità senile. Si parla a tal proposito di un generico "rischio demografico" (contrapposto al rischio finanziario[122]) scomponibile in due sottocomponenti: rischio di longevità e rischio di disabilità (*disability risk*) (Levantesi e Menzietti, 2007).

L'analisi del profilo di rischio di un portafoglio di prodotti assicurativi LTC deve pertanto avere una struttura analoga a quella relativa ad un portafoglio di rendite vitalizie. In particolare, occorre considerare che il rischio demografico nelle polizze LTC consiste sia di una componente data dalle fluttuazioni casuali intorno ai valori attesi (rischio *pooling*[123]) che di una componente data dall'aleatorietà dei trend futuri, causa della presenza del rischio (*non pooling*) di scarti sistematici.

L'allungamento della vita attesa (fenomeno ampiamente evidenziato nel corso della presente trattazione) non necessariamente comporta un pari allungamento della vita attesa in condizioni di buona salute e, in particolare, di autosufficienza. È necessario pertanto, per l'assicuratore che si trova di fronte alla necessità di impostare un modello di rischio atto a valutare gli impatti del rischio demografico in un portafoglio di polizze LTC o semplicemente di fronte alla scelta delle basi tecniche più appropriate per il *pricing* delle polizze offerte, fare alcune assunzioni circa il legame tra evoluzione della mortalità ed evoluzione della disabilità future. Se da una parte infatti è certamente

[122] Il rischio finanziario deriva dall'aleatorietà dei tassi di rendimento degli investimenti effettuati dalla compagnia assicurativa rispetto ai tassi effettivi utilizzati nel calcolo delle riserve e nel *pricing* dei prodotti assicurativi. Esso dunque riguarda la capacità dell'assicuratore di applicare il corretto tasso di sconto e presenta natura sistematica impattando su tutte le polizze nello stesso verso.

[123] Rischio che decresce al crescere della dimensione del portafoglio o del piano previdenziale o sanitario esposto al rischio stesso.

ragionevole ipotizzare che tra i due fenomeni vi sia una qualche relazione, dall'altra risulta estremamente complicato darne una definizione analitica (o comunque una misura), a causa della sua complessità e soprattutto della difficoltà nella quantificazione oggettiva della disabilità (difficoltà cui si è fatto accenno nell'introduzione di questo capitolo) (Olivieri e Pitacco, 2001). Varie teorie sono state formulate in merito all'evoluzione dell'invalidità senile. L'attuale stato delle conoscenze non consente di escluderne alcuna[124]. In particolare sono tre le principale teorie alle quali si fa rifermento in molti degli studi riguardanti la materia[125]:

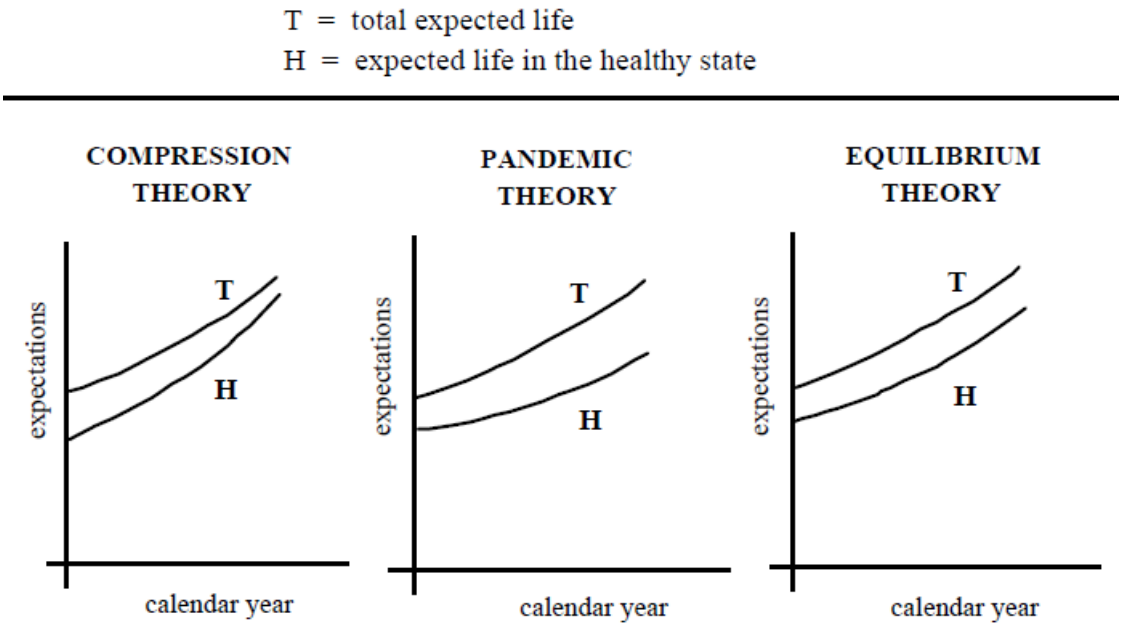
- "*Compression theory*", secondo la quale le malattie degenerative croniche, grazie ai progressi della medicina, verranno in futuro posposte verso gli ultimi anni della vita umana; ipotizzando vi sia un'età massima estrema, tali miglioramenti comporteranno dunque una "compressione" del periodo trascorso in stato di disabilità;
- "*Pandemic theory*", secondo la quale la diminuzione dei tassi di mortalità non sarà accompagnata da un'analoga diminuzione dei tassi di invalidità, per cui il numero di persone disabili crescerà rapidamente;
- "*Equilibrium theory*", in base alla quale la maggior parte dei miglioramenti della sopravvivenza umana è legata a specifiche patologie, per cui l'insorgenza di malattie degenerative croniche e di disabilità sarà ritardata nel tempo esattamente come l'età di decesso più frequente.

La rappresentazione grafica dei trend di evoluzione della mortalità e dell'invalidità senile conseguenti alle aspettative di ciascuna delle tre teorie, è riportata nella figura 3.4.

[124] Numerosi studi hanno esaminato gli andamenti dello stato di salute degli anziani in questi ultimi anni per fare delle previsioni sulle future evoluzioni, giungendo a conclusioni non univoche: talché si parla di dibattito sulla "espansione o riduzione della morbilità". Se, da una parte, gli studi degli anni Settanta presentavano visioni pessimistiche per il futuro, prevedendo un forte aumento della disabilità tra gli anziani, studi più recenti (USA, Manton, 1997) giungono a conclusioni più ottimistiche: vi è un miglioramento nello stato di salute degli anziani tale da mantenere costante il rapporto tra la popolazione bisognosa di aiuto e quella in età lavorativa (18-64 anni) fino al 2028. Un recente studio comparativo dell'andamento della disabilità nei vari paesi OCSE tra la fine degli anni Ottanta e gli inizi degli anni Novanta del secolo scorso, mostra che nei paesi OCSE c'è stato un miglioramento della disabilità "*severe*" alle età più anziane nel periodo considerato, soprattutto per gli uomini (ISVAP, 2001).

[125] Si vedano Ferri e Olivieri (2000), Olivieri e Pitacco (2001), Levantesi e Menzietti (2007).

Figura 3.4 – Legame tra i trend futuri di mortalità e disabilità.



Fonte: Pitacco, 2002.

Risultano pertanto plausibili sia scenari in cui all'allungamento della vita totale attesa corrisponde, in termini relativi, un maggiore allungamento della vita totale attesa in condizioni di autosufficienza, sia scenari in cui il secondo è minore del primo, sia infine scenari in cui gli aumenti delle due grandezze hanno luogo in pari misura relativa. Il trend della domanda di prestazioni LTC si ipotizza dunque che a livello individuale tenderà ad essere decrescente, crescente e costante rispettivamente in base alla *Compression theory*, alla *Equilibrium theory* e alla *Pandemic theory*; mentre a livello collettivo (dato il già citato fenomeno dell'invecchiamento della popolazione[126]) si dovrebbe verificare rispettivamente una costanza, un incremento moderato ed un drammatico incremento della domanda di prestazioni LTC[127].

Occorre evidenziare come la considerazione di ciascuno dei diversi scenari dipinti dalle tre teorie, dal punto di vista dell'assicuratore produca conseguenze estremamente diverse in termini di rischio di sovrastima del trend di diminuzione dell'invalidità

[126] Si rinvia al paragrafo 1.1 - L'evoluzione della mortalità.

[127] Occorre specificare che sulla futura domanda di prestazioni LTC incideranno non solo i trend demografici, ma anche i futuri sviluppi di fenomeni di tipo sociale come i cambiamenti nella struttura famigliare e i cambiamenti nel sistema di stato sociale dei vari Paesi.

senile[128]. In particolare, la *Compression theory* suggerisce per l'assicuratore una prospettiva "ottimistica", in netta contrapposizione alla prospettiva estremamente "pessimistica" offerta invece dalla *Pandemic theory*. Le profonde differenze tra queste teorie, e l'ancora attuale difficoltà nella raccolta di evidenze empiriche atte a confutarle o convalidarle[129], sottolineano l'elevato livello di incertezza sulla futura evoluzione dello scenario demografico. Quindi se, come già evidenziato nell'ambito della gestione di portafogli di rendite vitalizie, risulta necessario far ricorso a tavole di sopravvivenza e di disabilità "proiettate" (basate dunque su un approccio dinamico alla mortalità e alla disabilità[130]), occorre anche includere la sopranominata incertezza nel modello attuariale utilizzato l'analisi dell'esposizione al rischio demografico di portafogli di polizze LTC.

[128] La sottostima del tasso futuro di invalidità senile in fase di *pricing* e di *reserving*, comporterebbe infatti per l'assicuratore, qualora il tasso di invalidità effettivamente realizzato risultasse più elevato di quello atteso, l'incapacità di far fronte agli obblighi di fornitura delle prestazioni LTC a causa della determinazione, al momento di emissione delle polizze, di riserve (in buona parte composte dai premi incassati) troppo esigue, in quanto valutate sulla base di probabilità di riscossione dei benefit da parte degli assicurati eccessivamente basse.

[129] Si veda la nota n. 125.

[130] Approccio che si contrappone a quello statico, il quale fornisce i risultati dei semplici cambiamenti demografici (della popolazione anziana) supponendo che in futuro non vi siano variazioni dei tassi di disabilità o di istituzionalizzazione (ricovero in case di cura) attualmente registrati, ma vari solo il numero degli anziani.

3.3 Il modello probabilistico

Con l'obiettivo di costruire un modello di rischio che, secondo un approccio RM, agevoli le compagnie assicurative e i fondi pensione/sanitari in una gestione consapevole del rischio di longevità e di disabilità (rischi biometrici), occorre innanzitutto selezionare un modello adatto alla descrizione del comportamento aleatorio della mortalità e dell'invalidità senile degli assicurati. L'approccio più diffuso nella rappresentazione dell'evoluzione delle polizze LTC, è quello che ricorre ai cosiddetti "modelli multistato", che saranno di seguito illustrati.

In generale l'evoluzione di un rischio assicurativo può essere vista come una sequenza di eventi che determina i flussi di premi e di benefit. Nel caso delle assicurazioni LTC tali eventi includono l'invalidità, l'insorgere di una particolare malattia, la guarigione, la morte, e così via. È possibile descrivere l'evoluzione di un rischio in termini di presenza del rischio stesso, in ogni istante temporale, in un certo stato appartenente ad un insieme di predeterminati stati possibili (o spazio degli stati), e far corrispondere i sopracitati eventi alle transizioni da uno stato all'altro.
Formalmente si indichi con $\mathcal{S}$ lo spazio finito degli stati di rischio possibili, per cui:

$$\mathcal{S} = \{S_1,\ S_2, \dots, S_N\}, \qquad (3.1)$$

e con $\mathcal{T}$ l'insieme delle "transizioni dirette" tale che esso risulti un sottoinsieme del set di coppie (i, j) così definito:

$$\mathcal{T} \subseteq \{(i, j) | i \neq j; i, j\ \in \mathcal{S}\}. \qquad (3.2)$$

Dato lo stato 1 come lo stato iniziale del rischio al tempo 0, si assume che tutti gli stati $j \in \mathcal{S}$ possono essere raggiunti dallo stato 1 tramite transizioni dirette o indirette[131]. La coppia $(\mathcal{S}, \mathcal{T})$ è detta "modello multistato". Occorre notare che un modello multistato

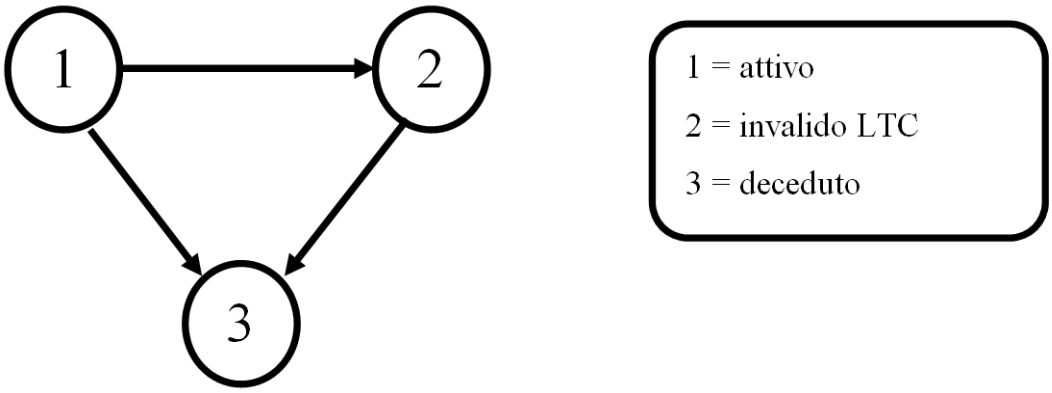
[131] Si definiscono "transizioni dirette" i passaggi da un certo stato di rischio ad un altro che configura una situazione "peggiorativa" rispetto a quella dello stato precedente. Per esempio sono transizioni dirette i passaggi dallo stato "attivo"→"invalido LTC di primo livello", "attivo"→"deceduto" o "invalido LTC di secondo livello"→"deceduto". Si definiscono invece "transizioni indirette" i passaggi che consentono la cosiddetta "riattivazione" dallo stato di invalidità LTC, per esempio le seguenti transizioni: "invalido LTC di primo livello" →"attivo", "invalido LTC di secondo livello" →"invalido LTC di primo livello".

del tipo $(\mathcal{S}, \mathcal{T})$ descrive semplicemente "l'incertezza"[132] intesa come l'aleatorietà relativa all'evoluzione di un rischio assicurato, mentre le valutazioni attuariali (necessarie per calcolare i premi unici, i premi periodici, le riserve matematiche, e così via) includono il calcolo di valori attuali e di valori attesi, per i quali si rendono necessarie rispettivamente una "struttura finanziaria"[133] ed "una struttura probabilistica", atta quest'ultima ad esprimere una valutazione numerica dell'incertezza (Haberman e Pitacco, 1999).

Nell'ambito di una polizza LTC, in cui ,come si è detto, la storia assicurativa di un individuo viene solitamente modellizzata attraverso un modello multistato, si indica con $S(t)$ lo stato aleatorio occupato dall'assicurato nell'istante t, per ogni $t \geq 0$, dove t rappresenta la durata del contratto assicurativo e 0 l'istante di ingresso.

Nel prosieguo della trattazione si assumerà per semplicità un unico livello di disabilità, per cui le possibili realizzazioni di $S(t)$ sono tre: 1 = "attivo" (o "sano"), 2 = "invalido LTC", 3 = "deceduto". Si ipotizzerà inoltre che l'assicurato faccia il proprio ingresso in polizza in stato di salute ($S(0) = 1$) e che non sia prevista la riattivazione dallo stato di disabile LTC ad attivo, dato il carattere usualmente cronico dell'invalidità (per cui viene ignorata la transizione 2 → 1). La figura seguente mostra gli stati occupabili dagli assicurati in ogni istante temporale e le possibili transizioni tra stati.

Figura 3.5 – Modello multistato per una copertura LTC con un solo livello di disabilità.



Fonte: Levantesi e Menzietti, 2007.

[132] Per la distinzione tra il concetto di "incertezza" e di "rischio" si rinvia alla prima parte del sottoparagrafo 2.2.2 - Quantificazione.

[133] Nella presente trattazione, in cui ci si focalizza sulla valutazione dei rischi biometrici, si assumerà la più semplice delle strutture finanziarie possibili, ossia una struttura dei tassi di interesse deterministica e costante.

Si indica con $\{S(t); t \geq 0\}$ il processo stocastico a tempo continuo[134] che assume valori nello spazio finito $\mathcal{S}$. Ogni possibile realizzazione $\{s(t)\}$ del processo $\{S(t)\}$ è detta "sentiero casuale". Si è sopra accennato alla necessità di introdurre una struttura probabilistica per poter valutare numericamente l'incertezza dell'evoluzione della storia assicurativa di un individuo. Tale struttura deve essere pertinente rispetto agli eventi rilevanti per il sentiero casuale del rischio assicurativo considerato, e quindi rispetto ai flussi in uscita dei benefit e a quelli in entrata dei premi.

Nelle applicazioni attuariali relative alle LTC la struttura probabilistica più utilizzata è quella della catena di Markov non omogenea a tre o più stati. In particolare, un processo stocastico continuo $\{S(t); t \geq 0\}$ è markoviano se, per ogni n e per ogni insieme finito di istanti temporali $(0 \leq)\ t_0 < \cdots < t_{n-1} < t_n < u$ e per ogni insieme finito di corrispondenti stati $i_0, \dots, i_{n-1}, i_n, j$ in $\mathcal{S}$ con $\mathbb{P}\{S(t_0) = i_0 \wedge \dots \wedge S(t_{n-1}) = i_{n-1} \wedge S(t_n) = i_n \wedge S(u) = j\} > 0$, la seguente proprietà (la cosiddetta "proprietà di Markov") è soddisfatta:

$$\begin{aligned} &\mathbb{P}\{S(u) = j | S(t_0) = i_0 \wedge \dots \wedge S(t_{n-1}) = i_{n-1} \wedge S(t_n) = i_n\} \\ &= \qquad \mathbb{P}\{S(u) = j | S(t_n) = i_n\}. \qquad (3.3) \end{aligned}$$

In altre parole si assume che la probabilità condizionale sul lato sinistro dell'uguaglianza (3.3) dipenda soltanto dall'informazione più recente $S(t_n) = i_n$ e sia indipendente dalle realizzazioni di $S(t)$ precedenti a t_n.

Le probabilità condizionali $\mathbb{P}\{S(u) = j | S(t) = i\}$, per $0 \leq t < u$ e $i, j \in \mathcal{S}$, sono chiamate "probabilità di transizione" in quanto indicano per l'assicurato le probabilità di passaggio da uno stato ad un altro, e sono indicate nel seguente modo:

$$P_{i,j}(t, u) = \mathbb{P}\{S(u) = j | S(t) = i\}. \qquad (3.4)$$

Si è parlato di "catena di Markov non omogenea" con riferimento al fatto che, per tutti i t, u tali che $0 \leq t \leq u$ e tutti i i, j in $\mathcal{S}$, la probabilità di transizione $P_{i,j}(t, u)$ non dipende solo da $u - t$, bensì da t e u individualmente. Per cui si assume che le probabilità di transizione per ogni dato periodo $u - t$ varino nel tempo.

[134] Si potrebbe in alternativa adottare un modello a tempo discreto.

Si definiscono invece "intensità di transizione" le seguenti grandezze:

$$\mu_{ij}(t) = \lim_{u \to t} \frac{P_{i,j}(t,u)}{u-t} \qquad t \geq 0 \qquad i,j \in \{1,2,3\}, i \neq j \qquad (3.5)$$

Con riferimento ad un modello multistato, si possono derivare le seguenti equazioni differenziali simultanee rispettivamente per le probabilità di transizione e le probabilità di permanenza nel medesimo stato:

$$\frac{dP_{ij}\,(t,u)}{du} = \sum_{k;k \neq j} P_{ik}(t,u)\mu_{kj}(u) - P_{ij}(t,u)\mu_j(u) \qquad (3.6)$$

$$\frac{dP_{ii}\,(t,u)}{du} = -P_{ii}(t,u)\mu_i(u) \qquad (3.7)$$

dove $\mu_i(u) = \sum_{j;j \neq i} \mu_{ij}(u)$.

Nella procedura cosiddetta "*Transition Intensities Approach*" (TIA) si assume siano prima assegnate le intensità di transizione (tratte da osservazioni e che definiscono la struttura probabilistica del modello markoviano continuo), e poi da esse, tramite le soluzioni alle equazioni differenziali sopra riportate, siano derivate (almeno in principio[135]) le probabilità di transizione. Le soluzioni delle equazioni (3.6) e (3.7) sono date dalle seguenti probabilità:

$$P_{11}(t,u) = \exp\left(-\int_t^u \mu_{12}(s) + \mu_{13}(s)\, ds\right), \qquad (3.8)$$

$$P_{22}(t,u) = \exp\left(-\int_t^u \mu_{23}(s)\, ds\right), \qquad (3.9)$$

$$P_{12}(t,u) = \int_t^u P_{11}(t,s)\mu_{12}(s)P_{22}(s,u)\, ds, \qquad (3.10)$$

[135] "Almeno in principio" in quanto derivare le probabilità di transizione da un sistema di equazioni differenziali simultanee è un esercizio computazionale piuttosto difficile (Habermann e Pitacco, 1999).

$$P_{13}(t,u) = \int_t^u P_{11}(t,s)\mu_{13}(s) + P_{12}(t,s)\mu_{23}(s)ds, \qquad (3.11)$$

$$P_{23}(t,u) = \int_t^u P_{22}(t,s)\mu_{23}(s)\, ds. \qquad (3.12)$$

Nel contesto italiano, come si è già detto, le polizze LTC sono prodotti relativamente recenti, per cui i dati derivanti dall'esperienza assicurativa sulla richiesta di prestazioni LTC sono ancora inadeguati per il *pricing* e per la valutazione delle riserve. Al momento, i dati di tipo medico relativi all'intera popolazione italiana registrati dall'ISTAT costituiscono la miglior informazione disponibile. Tali dati nazionali però sono resi disponibili soltanto nella forma di *prevalence rates*[136], consentono per cui di valutare per varie fasce d'età le probabilità di essere non autosufficienti. La quantificazione di premi e riserve richiede invece la valutazione delle probabilità annue di transizione dallo stato attivo allo stato non autosufficiente, per cui risulta necessario stimare i cosiddetti "*inception rates*", ossia i tassi di ingresso nello stato di non autosufficienza. Nella pratica attuariale tali tassi sono stimabili a partire dai *prevalence rates*, ma solo con la preventiva assunzione di opportune ipotesi.

Nel paper intitolato "*Longevity and disability risk analysis in enhanced life annuities*" scritto da Levantesi e Menzietti (2007), i due autori ipotizzano la stabilità dei tassi di prevalenza delle persone disabili nei vari gruppi d'età e, a partire dai *prevalence rates* offerti dall'ISTAT, ottengono, attraverso una tecnica econometrica, una funzione esponenziale del tipo della (3.8).

Per cui anziché adottare la procedura TIA, a partire dai dati così elaborati, gli autori prima calcolano le probabilità $P_{11}(t,u)$, $P_{12}(t,u)$ e $P_{13}(t,u)$[137], e poi stimano le

[136] *Prevalence rates* = $\frac{numero\ di\ invalidi\ LTC\ (x\ ,x+t)}{numero\ viventi\ (x,x+t)}$.

[137] Per quanto riguarda la mortalità tra gli invalidi, gli autori assumo che essa sia direttamente collegata con la mortalità tra gli attivi (poiché dati specifici non sono presenti, tale assunzione sembra piuttosto ragionevole): $P_{23}(t,t+1) = k(t)P_{13}(t,t+1)$. Dove i valori del coefficiente $k(t)$ (supposto approssimato dalla seguente funzione: $c_0 + c_1 t + c_2 t^2$) provengono dall'esperienza di un'importante compagnia di riassicurazione.

intensità $\mu_{ij}(t)$ dalle equazioni (3.8), (3.9) e (3.10) tramite le seguenti formule di approssimazione:

$$\mu_{13}(t) = -\mu_{12}(t) - 0{,}5[lnP_{11}(t-1,t) + lnP_{11}(t,t+1)] \qquad (3.13)$$

$$\mu_{23}(t) = -0{,}5[lnP_{22}(t-1,t) + lnP_{22}(t,t+1)], \qquad (3.14)$$

$$\mu_{12}(t) = 0{,}5\left[\frac{P_{12}(t-1,t)}{P_{11}(t-1,t)} + \frac{P_{12}(t,t+1)}{P_{22}(t,t+1)}\right]. \qquad (3.15)$$

3.4 Costruzione del set di scenari

Si è detto che i trend di mortalità e di disabilità di recente osservati testimoniano significativi cambiamenti che portano a considerare come estremamente "dinamico" lo scenario nel quale si evolveranno in futuro i prodotti LTC. Si è anche sottolineato che per stimare il rischio intrinseco all'emissione di coperture che offrono *living benefits* in caso di invalidità, occorre considerare esplicitamente l'incertezza sulle previsioni della futura evoluzione della mortalità e dell'invalidità senile.

A questo scopo risulta utile considerare dei possibili scenari futuri, ciascuno rappresentativo di una diversa ragionevole proiezione dei futuri trend di mortalità e di disabilità, e sviluppare per ciascuno di essi la valutazione attuariale dei benefit previsti dalle polizze in esame. Mentre l'approccio attuariale classico alle proiezioni demografiche consiste in mere estrapolazioni dei trend (più recenti) così come risultanti dai dati osservati in passato[138], approcci più moderni si basano su modelli capaci di sintetizzare le caratteristiche di fondo dello scenario evolutivo attraverso l'uso di leggi descrittive dell'andamento dei tassi di mortalità e disabilità, i cui parametri sono funzione dell'anno di calendario. Nelle applicazioni numeriche considerate a titolo esemplificativo nei successivi sottoparagrafi, si è scelto in particolare di rappresentare l'evoluzione del fenomeno della mortalità tra le persone sane attraverso la legge di Weibull, in quanto si ritiene che essa possa riflettere in modo più semplice di altre alcuni trend specifici della mortalità futura. Più precisamente si assume:

$$\mu_{13} = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{x+t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \qquad \alpha, \beta > 0 \qquad (3.16)$$

Mentre, poiché i risultati numerici suggeriscono degli andamenti esponenziali per le intensità di transizione μ_{12}, si sceglie di rappresentare queste ultime attraverso la legge di Gompertz, che è così definita:

$$\mu_{12} = \eta e^{\lambda(x+t)} \qquad \eta, \lambda > 0 \qquad (3.17)$$

La mortalità tra le persone invalide, invece, viene usualmente modellizzata a partire dalla mortalità delle persone sane attraverso un cosiddetto "coefficiente di

[138] Si rinvia a tal proposito al paragrafo 2.1 - La dinamica della mortalità.

aggravamento" (ipotesi che sembra piuttosto ragionevole data l'assenza di dati specifici al riguardo), con relazioni del tipo:

$$\mu_{23}(t) = k(t)\mu_{13}(t) \qquad k(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 \qquad (3.18)$$

oppure:

$$\mu_{23}(t) = (1+\gamma)\mu_{13}(t) \qquad \gamma \geq 0 \qquad (3.19)$$

Nel secondo caso si calcola l'intensità di mortalità tra gli invalidi semplicemente andando ad aumentare in modo costante la mortalità delle persone sane: si assume infatti (sempre a causa della mancanza di dati specifici) la stabilità nel tempo del rapporto tra le quantità proiettate $\mu_{13}(t)$ e $\mu_{23}(t)$ (cioè si assume che il coefficiente di aggravamento sia indipendente dal tempo).

La ragionevolezza del modello di proiezione adottato può essere testata confrontando il comportamento di certe quantità da esso espresse, con le caratteristiche essenziali dello scenario evolutivo di mortalità e invalidità così come suggerite dalle tre teorie riportate nel precedente paragrafo. Le quantità cui ci si riferisce sono per esempio l'aspettativa di vita in stato di salute e l'aspettativa di vita in stato di invalidità.

Si consideri per esempio una persona nello stato i al tempo t e si definisca l'aspettativa di vita nello stato j nel periodo (t, n) come segue:

$$\bar{e}_{ij}(t) = \int_t^n P_{ij}\,(t,u)\,du. \qquad (3.20)$$

Con riferimento ad un modello a tre stati del tipo riportato in figura 3.5, posto $n = \omega - x$, si possono definire le seguenti quantità:

- $\bar{e}_{11}(t)$, l'aspettativa di vita in stato di salute per una persona sana;
- $\bar{e}_{12}(t)$ l'aspettativa di vita in stato di invalidità per una persona sana;
- $\bar{e}_{22}(t)$ l'aspettativa di vita in stato di invalidità per una persona invalida.

L'aspettativa totale di vita per una persona sana risulta quindi essere la seguente:

$$\bar{e}_{1.}(t) = \bar{e}_{11}(t) + \bar{e}_{12}(t). \qquad (3.21)$$

Con riferimento ad un soggetto che entra all'epoca 0 in una polizza LTC in stato di salute, è possibile esprimere le tre teorie di evoluzione della mortalità e dell'invalidità di cui al precedente paragrafo, in termini di evoluzione delle due componenti dell'aspettativa totale di vita (Ferri e Olivieri, 2000). In accordo all'esperienza di mortalità registrata sia tra le persone sane che invalide, $\bar{e}_{1.}(t)$ aumenta in ciascuno dei tre scenari, ma in modo diverso:

- con un maggior contributo (in termini relativi) da parte di $\bar{e}_{11}(t)$ per la *Compression theory*;
- con un maggior contributo (in termini relativi) da parte di $\bar{e}_{12}(t)$ in base alla *Pandemic theory*;
- $\bar{e}_{11}(t)$ e $\bar{e}_{12}(t)$ aumentano invece a tassi simili per la *Equilibrium theory*.

A questo punto, definita una "tavola di base"[139] sulla quale applicare i vari modelli di proiezione, risulta opportuno costruire gli scenari evolutivi ipotetici nel seguente modo (Ferri e Olivieri, 2000):

- uno scenario evolutivo "medio" in cui si assume una diminuzione "media" dei tassi di mortalità e la stabilità dei parametri della legge di invalidità rispetto allo scenario di base; si tratta di uno scenario che può essere considerato come espressivo dell'evoluzione demografica suggerita dalla *Equilibrium theory*;
- uno scenario evolutivo particolarmente "ottimistico" per l'assicuratore (in quanto ipotizza un basso livello dei costi previsti) nel quale si assume un leggero incremento dell'aspettativa totale di vita rispetto alla tavola di base, dato da un aumento percentuale dell'aspettativa di vita in stato di salute maggiore dell'incremento percentuale dell'aspettativa di vita in stato di invalidità; questo scenario riflette bene le conseguenze dipinte dalla *Compression theory*;
- uno scenario evolutivo "pessimistico" (in quanto comporta elevati costi per l'assicuratore) in cui si assume una forte diminuzione dei tassi di mortalità accompagnata da un sostanziale incremento dei tassi di disabilità rispetto allo scenario base, con un conseguente aumento sia dell'aspettativa totale di vita che dell'invalidità; si tratta di uno scenario che ben si concilia con le ipotesi espresse

[139] Tavola derivata dalle osservazioni cross-sezionali più recenti della mortalità e dell'invalidità delle persone anziane. Si rinvia al paragrafo 2.1 - La dinamica della mortalità.

dalla *Pandemic theory*. In realtà, quest'ultima non prevede un esplicito incremento dei tassi di disabilità; tuttavia occorre sottolineare il fatto che tale scenario pessimistico possa ragionevolmente includere un rischio di sottostima delle intensità di transizione $\mu_{12}(t)$ dovuto al fatto che esse sono ottenute a partire da dati medici nazionali e non da dati forniti dall'esperienza assicurativa;

– una serie (più o meno articolata a seconda del livello di profondità che si vuole dare all'analisi) di scenari evolutivi con caratteristiche intermedie tra lo "scenario medio", ipotizzato al primo punto, e gli "scenari estremi" previsti nei due punti successivi.

È utile specificare che, nell'ambito dell'impostazione qui data all'analisi, la definizione degli alternativi scenari evolutivi consiste nell'attribuzione di diversi valori ai parametri delle leggi selezionate per modellizzare i fenomeni di mortalità e di invalidità (per cui rispettivamente per le coppie (α, β) e (η, λ)) in modo tale da ottenere gli effetti sopracitati sulle quantità $\bar{e}_{11}(t)$, $\bar{e}_{12}(t)$ e $\bar{e}_{22}(t)$ in relazione alle medesime quantità contemplate dallo scenario di base.

Una via alternativa[140] potrebbe essere quella di risalire a diversi valori per la coppia di parametri della legge di Weibull (α, β) a partire dalle proiezioni fornite dall'ISTAT in cui si ipotizza in ogni caso un aumento dell'aspettativa totale di vita (ipotesi di diminuzione bassa, media, elevata della mortalità[141]). Mentre con riferimento alla coppia di parametri caratteristici della legge di Gompertz (η, λ), si potrebbe ipotizzare di prendere in considerazione la sola informazione disponibile all'istante iniziale 0, per cui supporre costante (rispetto alla tavola di base) il parametro λ, e di determinare il parametro di posizione η in modo da rappresentare, con riguardo allo scenario di base, una diminuzione per esempio del 40%, una diminuzione del 10% ed un aumento del 20% nel trend di invalidità. In base a questa seconda alternativa, dalla combinazione delle proiezioni di mortalità e di invalidità, si otterrebbe un totale di nove scenari evolutivi ipotetici[142].

---

[140] Si fa riferimento in particolare alla procedura seguita da Levantesi e Menzietti in: "Longevity and disability risk analysis in enhanced life annuities", *Proceedings of the 1st LIFE Colloquium*, Stockholm, (2007).

[141] Si rinvia a: "ISTAT: Previsioni della popolazione residente per sesso e regione dal 1.1.2001 al 1.1.2051. Settore Popolazione", ISTAT, Roma (2002).

[142] Si rinvia al sottoparagrafo 3.5.2 - Modello di rischio basato sulla riserva di rischio.

3.5 Il modello di rischio

Nella parte restante del capitolo ci si soffermerà sulla fase del processo di RM che nel secondo capitolo è stata definita come "fase di quantificazione del rischio". Si tratta di una fase necessaria sia per valutare le garanzie e le opzioni presenti in prodotti di tipo rendita vitalizia o in coperture LTC al fine di un adeguato *pricing* dei prodotti stessi, sia, in ogni caso, per determinare una politica di allocazione del capitale proprio atta a garantire un desiderato livello di solvibilità. Ai fini di una quanto più possibile corretta quantificazione della rischiosità, si costruirà un modello di rischio la cui sensibilità al livello di "credibilità" attribuito a ciascuna delle ipotesi di futura evoluzione della mortalità e dell'invalidità senile verrà "testata" nell'ambito dell'ultimo capitolo della presente trattazione.

Lo strumento tecnico adatto a quantificare la rischiosità, in particolare dovuta ai possibili scarti sistematici, è dato, come visto nel capitolo precedente in relazione alle rendite vitalizie, soprattutto dalla procedura di simulazione. Tramite tale procedura è possibile "generare" vari scenari evolutivi e valutarne quindi l'impatto, in termini probabilistici, su grandezze di interesse quali *cash flow*, utili, livello del capitale proprio, e così via.
La valutazione della rischiosità complessiva di una gestione previdenziale o assicurativo-sanitaria richiede naturalmente la quantificazione di altri tipi di rischio oltre a quello demografico qui considerato, quali ad esempio i rischi finanziari, i rischi di spese, e così via. Nel contesto di questa trattazione, la valutazione della rischiosità di origine demografica si inquadra pertanto in una logica di "disaggregazione" degli effetti delle varie fonti di rischio. Modelli che attuano la quantificazione del profilo di rischio secondo tale logica sono pertanto chiamati "modelli disaggregati"[143] (Pitacco,2004a).

[143] Il limite dei modelli disaggregati scaturisce dalla difficoltà di rappresentare correttamente ogni possibile correlazione fra livelli di rischio. Tale lacuna, concettuale ma altresì di rilevante portata operativa, può essere colmata con l'impiego di modelli, costruiti secondo una diversa architettura, che integrino le informazioni ricavabili da un'analisi disaggregata in un'adeguata analisi integrata del profilo di rischio di un assicuratore, cioè da "modelli aggregati". Questi modelli sono talvolta designati con l'espressione "*Dynamic Financial Analysis*" (brevemente modelli DFA). Obiettivo ultimo dei modelli aggregati è la costruzione della distribuzione di probabilità del risultato complessivo (appunto "aggregato") di una gestione assicurativa. Tale distribuzione di probabilità consente di ricavare, in particolare, valutazioni sintetiche di notevole interesse operativo, quale tipicamente la cosiddetta "coda" della distribuzione di probabilità del risultato, che quantifica la possibilità di conseguire risultati negativi particolarmente pesanti. Sul piano computazionale, l'implementazione di un modello aggregato, che

Come già accennato nel capitolo precedente di questa trattazione, la costruzione di un modello di rischio prevede innanzitutto l'individuazione di una grandezza atta a rappresentare lo stato di "salute" o di "sofferenza" dell'assicuratore. La scelta di tale grandezza dipende dagli obiettivi del valutatore. Due quantità tra quelle più frequentemente utilizzate al riguardo nei paper di ricerca di molti studiosi impegnati su questi argomenti, soprattutto quando l'analisi di rischio è finalizzata a valutazioni di solvibilità[144], sono la funzione di perdita e la riserva di rischio.

Si riportano di seguito gli esiti di due studi - compiuti rispettivamente da Stefano Ferri e Annamaria Olivieri (2000), e da Susanna Levantesi e Massimiliano Menzietti (2007) - sulla tematica della quantificazione del longevity e del *disabilty risk* nei portafogli di polizze di tipo LTC, con lo scopo di dare un esempio di utilizzo di diverse grandezze di riferimento (rispettivamente la funzione di perdita e la riserva di rischio) in modelli di analisi del rischio demografico.

3.5.1 Modello di rischio basato sulla funzione di perdita

Innanzitutto in questo contesto una funzione di perdita viene definita come la differenza tra i benefit che l'assicuratore prevede di pagare ed i premi che prevede di incassare.

Si consideri una polizza LTC *stand alone*[145] che prevede il pagamento di benefit forfettari di importo $b_j(t)$ (per semplicità di calcolo si assumerà un importo costante nel tempo b_j), pagati nella forma di rendita al verificarsi dello stato $S(t) = j$ con $j = 2 = stato\ di\ disabilit\grave{a}\ di\ primo\ livello$. L'evoluzione della polizza può dunque esser ben descritta da un modello multistato del tipo riportato in figura 3.5, dove si ricorda che i tre stati presi in considerazione sono così definiti: 1 = "attivo" (o "sano"), 2 = "invalido LTC", 3 = "deceduto". Seguendo l'impostazione data dagli autori Ferri e Olivieri nel

---

necessariamente si basa sull'impiego di tecniche di simulazione, è oggi resa possibile dalla potenza di calcolo disponibile. In merito alla materiale possibilità di costruire un modello aggregato, l'elevato grado di conoscenza della specifica realtà aziendale richiesto dalla costruzione di un modello adeguatamente "personalizzato" impone che la logica costruttiva debba essere quella del modello "interno", cioè del modello costruito con un grado di conoscenza "dall'interno" della struttura aziendale " (Pitacco,2004a).

[144] Ci si riferisce all'obiettivo di implementare il cosiddetto "*Risk-Based Capital*" (RBC), metodo utilizzato per la valutazione della solvibilità di una compagnia assicurativa attraverso il calcolo di requisiti di capitale (RBC *requirements*) in grado di riflettere la dimensione della complessiva esposizione al rischio dell'assicuratore. Nel caso in cui la determinazione dei RBC *requirements* è basata per esempio sulla distribuzione della riserva di rischio, essi forniscono valori monetari in grado di sintetizzare l'informazione contenuta nella coda sinistra di tale distribuzione.

[145] Per la definizione di "polizza LTC *stand alone*" si rinvia al paragrafo 3.1 - Prestazioni LTC.

paper intitolato "*Technical bases for LTC covers including mortality and disability projections*" (2000), si considera un solo livello di disabilità e non si prevede la riattivazione dallo stato di disabile LTC. Si ipotizza inoltre che la polizza sia venduta ad una persona già anziana (per cui è ragionevole assumere che essa sia finanziata con un premio unico π pagato al tempo 0[146]), e che la struttura dei tassi di interesse sia deterministica e costante δ, dove con $v = e^{-\delta}$ si indica il fattore annuo di sconto[147]. Infine con n si denota la durata massima della polizza, e con I_E l'indicatore dell'evento E[148].

In generale indicato con $Y(t)$ il valore attuale atteso (o valore attuariale) al tempo t dei benefit futuri, $Y(t) = \int_t^n v^{u-t} \sum_j b_j(u) I_{\{S(u)=j\}} du$, e con $X(t)$ il valore attuale atteso dei premi futuri p_j, $X(t) = \int_t^n v^{u-t} \sum_j p_j(u) I_{\{S(u)=j\}} du$, la funzione di perdita al tempo t è data da:

$$L(t) = Y(t) - X(t). \qquad (3.22)$$

Poiché è ragionevole ipotizzare che premio unico e benefit non siano pagati alla stessa epoca, allora nell'esplicitazione dell'espressione sopra riportata si può considerare soltanto la funzione $b_j(t)$, che se positiva rappresenterà il pagamento di benefit e se negativa quello del premio unico, per cui si avrà:

$$L(t) = \int_t^n v^{u-t} \sum_j b_j(u)\, I_{\{S(u)=j\}} du. \qquad (3.23)$$

In particolare, avendo ipotizzato che la polizza in questione è una LTC *stand alone* che paga una rendita di importo costante b_2 per ogni t in cui $S(t) = 2 =$ unico livello di

[146] La ragionevolezza deriva dal fatto che giacché per una persona anziana l'esposizione al rischio di invalidità senile è molto elevato, il pagamento di premi periodici comporterebbe importi unitari molto elevati vista la necessità per l'assicuratore di evitare per sé una situazione di sottofinanziamento, ossia la situazione di credito verso l'assicurato che si verifica quando l'assicuratore si trova a dover coprire un certo rischio senza aver prima introitato i mezzi finanziari a ciò necessari. È una situazione pericolosa per l'assicuratore perché l'assicurato potrebbe, alla fine del periodo di copertura, abbandonare il contratto originando un problema di recupero del credito da parte dell'assicuratore.

[147] L'ipotesi sulla struttura dei tassi di interesse è fortemente irrealistica, ma viene volutamente assunta dagli autori allo scopo di privilegiare (nell'ottica di "disaggregazione" degli effetti delle varie fonti di rischio di cui si è parlato) l'analisi del rischio demografico in un portafoglio di polizze LTC.

[148] Ci si riferisce ad un evento del tipo di quelli indicati all'inizio del paragrafo 3.3 - Il modello probabilistico.

invalidità considerato, la funzione di perdita a livello individuale[149] per $t = 0$ può essere così esplicitata:

$$L(0) = b_2 \int_0^n v^u \, I_{\{S(u)=2\}} du - \pi, \qquad (3.24)$$

e per $t > 0$:

$$L(t) = b_2 \int_t^n v^{u-t} \, I_{\{S(u)=2\}} du^{150}. \qquad (3.25)$$

Ferri e Olivieri analizzano il rischio cui si espone l'assicuratore nella scelta delle basi per il *pricing* di una polizza LTC *stand alone* considerando esclusivamente l'incertezza del futuro scenario evolutivo in termini di mutamenti della mortalità e dell'invalidità senile[151]. I due autori costruiscono un modello di rischio basato sulla sopra riportata funzione di perdita (analizzata sia a livello di singola polizza che di portafoglio di polizze omogenee[152]) ed assumono come "misura di rischio" la varianza di tale distribuzione. In particolare, essi compiono una valutazione all'epoca 0, sottolineando che la varianza della funzione di perdita a livello di portafoglio valutata a quell'epoca misura il rischio demografico del portafoglio lungo l'intero periodo di copertura assicurativa.

I due autori procedono alla valutazione dei momenti della funzione di perdita adottando prima un approccio deterministico e poi un approccio stocastico: come già ricordato nella parte precedente della trattazione, l'analisi di rischio condotta secondo il primo approccio non considera esplicitamente il rischio di deviazioni sistematiche, anche se esso è ovviamente presente ogni volta che si ha a che fare con l'andamento futuro di un fenomeno, per cui il fatto di trascurarlo nella fase di quantificazione (secondo un

[149] Occorre specificare infatti che la (3.17) è la formula della funzione di perdita riferita ad una sola polizza (e non ad un intero portafoglio).

[150] Poiché si è assunto il pagamento di un premio unico π, il valore attuariale dei premi futuri assumerà la seguente espressione: $X(0) = \pi$ per $t = 0$ e $X(t) = 0$ per $t > 0$.

[151] Come già ricordato, fonti di incertezza diverse da quella prettamente demografica non vengono considerate, in particolare si adotta una struttura finanziaria di tipo deterministico e costante.

[152] Per la definizione di "portafoglio omogeneo" si rinvia alla nota n. 77.

approccio RM[153]) espone l'assicuratore alla sottovalutazione della sua reale posizione di rischio.

Per condurre la loro analisi i due ricercatori preliminarmente costruiscono (e ne testano l'adeguatezza) un set di cinque possibili scenari diversi tra loro in termini di durata dell'aspettativa di vita in stato di salute e in stato di disabilità. Come punto di partenza per la proiezione utilizzano lo scenario di riferimento proveniente dalle osservazioni cross-sezionali di mortalità e di disabilità per le persone in età avanzata fornite dall'*Office of Population Censuses and Surveys* (OPCS)[154] ed indicato con $\mathcal{H}_C$. In particolare, lo scenario $\mathcal{H}_3$ comporta valori per l'aspettativa di vita in stato di salute e in stato di invalidità che sono coerenti con l'*Equilibrium theory*, mentre gli "scenari estremi" $\mathcal{H}_1$ e $\mathcal{H}_5$ ben riflettono le proiezioni evolutive ipotizzate rispettivamente dalla *Compression* e dalla *Pandemic theory*. Dunque i cinque scenari propongono contesti evolutivi che dal punto di vista dell'assicuratore vanno dal più "ottimistico" (in termini di minori costi previsti) al più "pessimistico" (o "prudenziale" visti i maggiori costi previsti).

La seguente tabella riporta la descrizione degli scenari in termini di valori assegnati ai parametri delle leggi di Weibull e di Gompertz, usate rispettivamente per modellizzare l'andamento di mortalità e di invalidità senile.

Tabella 3.3 – Parametri delle intensità di transizione.

	α	β	γ	η	λ
$\mathcal{H}_C$	82	7	0,1	8,27e-06	0,095599
$\mathcal{H}_1$	83,5	8	0,1	1,01e-05	0,090437
$\mathcal{H}_2$	85,2	9,15	0,1	1,08e-05	0,090437
$\mathcal{H}_3$	85,2	9,15	0,1	8,27e-06	0,095599
$\mathcal{H}_4$	85,2	9,15	0,1	5,75e-06	0,102944
$\mathcal{H}_5$	87	10,45	0,1	5,75e-06	0,102944

Fonte: Ferri e Olivieri, 2000.

[153] Si rinvia a tal proposito al capitolo 2 - Approccio RM.
[154] Centro nazionale di indagini statistiche della Gran Bretagna.

Seguendo dapprima un approccio deterministico, dato un certo scenario $\mathcal{H}$, gli autori ricavano i primi due momenti della funzione di perdita a livello individuale per $t > 0$:

$$E\{L(t)|S(t) = i; \mathcal{H}\} = b_2 \int_t^n v^{u-t} P_{i2}^{(\mathcal{H})}(t,u)du \qquad \text{i} = 1,2 \qquad (3.26)$$

$$E\left\{\left(L(t)\right)^2 \middle| S(t) = i; \mathcal{H}\right\} = 2(b_2)^2 \int_t^n v^{2(u-t)} P_{i2}^{(\mathcal{H})}(t,u) \times \left[\int_u^n v^{r-u} P_{22}^{(\mathcal{H})}(u,r)\, dr\right] du \qquad \text{i} = 1,2 \qquad (3.27)$$

dove $P_{i2}^{(\mathcal{H})}$ indica la probabilità di transizione calcolata secondo il dato scenario $\mathcal{H}$.
Se si adotta il principio di equità per il calcolo del premio unico, allora esso risulta pari a $E(Y(0)|S(0) = 1; \mathcal{H})$, mentre la varianza della funzione di perdita a livello individuale risulta uguale a $Var(Y(0)|S(0) = 1; \mathcal{H})$[155]. Gli stessi valori a livello di portafoglio possono essere ottenuti moltiplicando entrambe le quantità per la dimensione iniziale della coorte di assicurati. La seguente tabella mostra il valore atteso e la varianza del valore attuale dei benefit al tempo 0 a livello individuale, in base a ciascuno dei cinque scenari ipotizzati[156]:

Tabella 3.4 – Polizza LTC *stand alone*, approccio deterministico.

	$\boldsymbol{E(Y(0)\|S(0) = 1; \mathcal{H}) = \pi^{\mathcal{H}}}$	$\boldsymbol{Var(Y(0)\|S(0) = 1; \mathcal{H}) = Var(L(0)\|S(0) = 1; \mathcal{H})}$	$\boldsymbol{r^{\mathcal{H}}}$
$\boldsymbol{\mathcal{H}_1}$	0,85299	6,37087	2,73293
$\boldsymbol{\mathcal{H}_2}$	0,92916	6,92783	2,73057
$\boldsymbol{\mathcal{H}_3}$	1,03702	7,54546	2,69743
$\boldsymbol{\mathcal{H}_4}$	1,22605	8,59303	2,64739
$\boldsymbol{\mathcal{H}_5}$	1,38711	9,65429	2,63818

Fonte: Ferri e Olivieri, 2000.

Nell'ultima colonna della tabella 3.4 si riporta l'indice di rischiosità $r^{(\mathcal{H})}$. Esso mostra come il rischio demografico evolve con N (dimensione iniziale della coorte assicurata).

[155] Si rinvia al prosieguo del paragrafo per un'ulteriore chiarimento.
[156] Nell'implementazione numerica condotta da Ferri e Olivieri qui riproposta, si assumono in particolare $b_2 = 1$ e $\delta = ln1.03$.

L'indice è costruito nel seguente modo:

$$r^{(\mathcal{H})} = \frac{\sqrt{Var(\mathcal{L}(0)|\mathcal{H})}}{N \cdot \pi} = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{\sqrt{Var(L(0)|S(0) = 1; \mathcal{H})}}{\pi} \qquad (3.28)$$

dove $\mathcal{L}(0)$ denota la funzione di perdita a livello di portafoglio valutata al tempo 0, funzione che per un generico istante $t > 0$ è così espressa: $\mathcal{L}(t) = \sum_{h=1}^{N(t)} L^{(h)}(t)$, con $L^{(h)}(t)$ funzione di perdita della h-esima polizza in portafoglio al tempo t.

L'introduzione di un siffatto indicatore di "rischiosità relativa" si è reso necessario dalla considerazione del fatto che ad ogni istante t la varianza della funzione di perdita considerata a livello di portafoglio risulta proporzionale alla dimensione iniziale della coorte di assicurati[157], per cui risulta utile un indicatore di rischio definito in modo tale da tener conto della suddetta quantità N. Giacché per il finanziamento della copertura si assume il pagamento di un premio unico calcolato secondo il principio di equità, allora, come si è sopra sottolineato, la varianza della funzione di perdita a livello di portafoglio viene a coincidere con la varianza del valore attuale dei futuri benefit, per cui l'indice $r^{(\mathcal{H})}$ non è altro che il coefficiente di variazione[158] del valore attuale dei futuri benefit a livello di portafoglio.

La relazione nella (3.28) mostra che il rischio relativo all'intera durata delle copertura per unità di premio incassato (tenendo conto di N) svanisce al crescere della dimensione del portafoglio ($r^{(\mathcal{H})} \to 0$ quando $N \to +\infty$). Ciò è dovuto al fatto che secondo l'approccio deterministico assunto, si tiene in considerazione (nella valutazione della rischiosità demografica) soltanto il rischio di fluttuazioni casuali (che è per l'appunto, come più volte ricordato, un *pooling risk*).

---

[157] Assumendo infatti che al tempo 0 tutte le polizze si trovino nello stato $1 = attivo$ (per cui $N_1(0) = N(0) = N$), la varianza della funzione di perdita a livello di portafoglio risulta assumere la seguente forma:

$$Var(\mathcal{L}(0)|\mathcal{H}) = N\, Var(L(0)|S(0) = 1;\, \mathcal{H}).$$

[158] Il "coefficiente di variazione" o "deviazione standard relativa", indicato con σ^*, è un indice di dispersione che permette di confrontare misure di fenomeni riferite a unità di misura differenti, in quanto si tratta di un numero puro (ovvero non riferito ad alcuna unità di misura). Viene definito, per un dato campione, come il rapporto tra la sua deviazione standard (σ) e il valore assoluto della sua media aritmetica (μ):

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{|\mu|}$$

Chiaramente ha senso solo per campioni aventi la media aritmetica non nulla. Permette di valutare la dispersione dei valori attorno alla media indipendentemente dall'unità di misura.

Dalla tabella 3.4 si può notare come i cinque scenari adottati implichino per l'assicuratore un crescente valore atteso dei costi per benefit così come un livello di rischiosità assoluta crescente (la varianza infatti aumenta) all'aumentare del "pessimismo" della proiezione implicita in ogni scenario. Tuttavia in termini di rischiosità relativa (quindi osservando i valori di $r^{(\mathcal{H})}$, ottenuti in questo caso per $N = 1$[159]) il rischio per unità di premio incassato diminuisce all'aumentare della "prudenza" implicita nell'ipotesi evolutiva sottostante allo scenario di volta in volta considerato. Ciò si spiega considerando che l'aumento della varianza della funzione di perdita (al numeratore) ha un effetto sul valore di $r^{(\mathcal{H})}$ inferiore rispetto a quello implicato dall'aumento del valore del premio incassato dagli assicurati (al denominatore), giacché la varianza è presa sotto radice quadrata. Per cui poiché al crescere della prudenza delle ipotesi di evoluzione dello scenario demografico (quindi al crescere della varianza) corrisponde anche un aumento del premio equo richiesto agli assicurati, l'indice $r^{(\mathcal{H})}$ risulta in diminuzione.

Se si vuole considerare il rischio demografico a livello di portafoglio, occorre tener conto del fatto che la varianza della funzione di perdita di portafoglio condizionata alle ipotesi di un certo scenario - $Var(\mathcal{L}(t)|\mathcal{H})$ - è influenzata sia dalla variabilità dei pagamenti a livello individuale, che dalla variabilità della composizione del portafoglio[160]. Per cui risulta difficile interpretare il comportamento di $Var(\mathcal{L}(t)|\mathcal{H})$ in termini di conseguenze dovute all'adozione dei vari scenari alternativi.

In ogni caso, come si può dedurre dal confronto tra gli elevati valori della varianza della funzione di perdita a livello individuale e i valori attesi della stessa, la polizza LTC *stand alone* risulta essere un prodotto assai "rischioso" per il soggetto che lo emette.

---

[159] Per $N = 1$ la formula per $r^{(\mathcal{H})}$ assume la seguente espressione:

$$r^{(\mathcal{H})} = \frac{\sqrt{Var(L(0)|S(0)=1;\mathcal{H})}}{\pi}.$$

[160] Assunta l'indipendenza tra le vite aleatorie residue degli assicurati condizionatamente alle ipotesi di un certo scenario, la varianza della funzione di perdita al tempo t a livello di portafoglio assume la seguente forma:

$$\begin{aligned} Var(\mathcal{L}(t)|\mathcal{H}) = & \sum_{i=1,2} E(N_i(t)|\mathcal{H})\, Var(L(t)|S(t)=i;\mathcal{H}) \\ & + \sum_{i=1,2} Var(N_i(t)|\mathcal{H})[E(L(t)|S(t)=i;\mathcal{H})]^2 \\ & + \quad 2Cov(N_1(t), N_2(t)|\mathcal{H}) \prod_{i=1,2} E(L(t)|S(t)=i;\mathcal{H}) \end{aligned}$$

dove $N_i(t)$ è il numero di polizze nello stato i al tempo t.

Passando alla valutazione della rischiosità di tale prodotto secondo un approccio stocastico, si va a considerare esplicitamente tutta l'incertezza implicata dall'utilizzo di proiezioni demografiche. Per far ciò si assumono innanzitutto i parametri dello scenario $\mathcal{H}_3$ come base tecnica[161] per il *pricing* delle polizze e si interpretano i cinque scenari $\mathcal{H}_k$ $(k = 1,2,\dots,5)$ come possibili realizzazioni dei futuri tassi di mortalità e di invalidità effettivi. Si indicano con ρ_k $(k = 1, 2, \dots, 5)$ i pesi ad essi attribuiti, i quali rappresentano il "livello di credibilità" associato dagli autori a ciascun set di ipotesi[162]. In particolare allo scenario $\mathcal{H}_3$ si attribuisce la maggior probabilità di realizzazione $\rho_k = 0.6$ (dunque per il *pricing* si utilizza lo scenario ritenuto più realistico), ai due scenari "estremi" si assegnano in modo simmetrico i pesi $\rho_1 = \rho_5 = 0.05$ e ai due restanti "scenari intermedi" i pesi $\rho_2 = \rho_4 = 0.15$. Si assume inoltre che le vite degli assicurati costituiscono variabili aleatorie indipendenti condizionatamente a ciascuno scenario $\mathcal{H}$.

Il valore atteso e la varianza della funzione di perdita a livello di portafoglio valutati al tempo zero sono allora dati da:

$$E[\mathcal{L}(0)] = E[E(\mathcal{L}(0)|\mathcal{H})] = NE[E(L(0)|S(0) = 1; \mathcal{H})] \qquad (3.29)$$

$$\begin{aligned} Var[\mathcal{L}(0)] &= E[Var(\mathcal{L}(0)|\mathcal{H})] + Var\,[E(\mathcal{L}(0)|\mathcal{H})] \\ &= NE[Var(L(0)|S(0) = 1; \mathcal{H})] \\ &\quad + N^2 Var[E(L(0)|S(0) = 1; \mathcal{H})]. \end{aligned} \qquad (3.30)$$

Occorre sottolineare che in questo caso la varianza di $\mathcal{L}(0)$ è una funzione di secondo grado della dimensione N del portafoglio. In particolare, il primo termine della varianza dà conto delle fluttuazioni casuali intorno ai valori attesi, mentre il secondo esprime deviazioni sistematiche dei valori osservati da quelli attesi.

[161] Per la definizione di "base tecnica" si veda la nota n. 110.

[162] Per chiarezza si fa notare che in questa sede si indicano con ρ_k i pesi che nel sottoparagrafo 2.2.2 – Quantificazione – si erano invece indicati con la lettera g_i.

Per l'indice r prima considerato si ha ora la seguente espressione:

$$r = \frac{\sqrt{Var\mathcal{L}(0)}}{N \cdot \pi}$$

$$= \left(\frac{1}{N} \frac{E[Var(L(0)|S(0) = 1; \mathcal{H})]}{\pi^2} + \frac{Var[E(L(0)|S(0) = 1; \mathcal{H})]}{\pi^2} \right)^{1/2} \qquad (3.31)$$

L'indice r consiste in questo caso di due componenti. La prima è simile all'espressione (3.28) e testimonia il rischio (*pooling*) di fluttuazioni casuali; tale componente tende infatti a zero al crescere di N. La seconda componente dell'espressione (3.31) è costante rispetto alla dimensione del portafoglio e testimonia il rischio di deviazioni sistematiche (che non è un rischio di tipo *pooling*), per cui può essere interpretata come la misura di quella parte del rischio demografico non influenzata da cambiamenti nelle dimensioni del portafoglio.

Di seguito si riporta la tabella contenente la valutazione del valore atteso e della varianza della funzione di perdita secondo l'approccio stocastico[163]:

Tabella 3.5 – Portafoglio di polizze LTC *stand alone*, approccio stocastico.

N	$E[\mathcal{L}(0)]$	$E[Var(\mathcal{L}(0)\|\mathcal{H})]$	$Var[E(\mathcal{L}(0)\|\mathcal{H})]$	$Var[\mathcal{L}(0)]$
1	0,020	7,657	0,015	7,671
10	0,205	76,567	1,451	78,017
100	2,048	765,667	145,076	910,743
1000	20,480	7656,667	14507,60	22164,27
10000	204,802	76566,666	1450760,0	1527323,7
100000	2048,02	765666,658	145076000	145841667

Fonte: Ferri e Olivieri, 2000.

Dall'osservazione della tabella 3.5 emerge la significativa rischiosità originata dalle deviazioni sistematiche dei trend demografici: la terza colonna riporta dunque quella componente della varianza della funzione di perdita nella quale si può identificare il *longevity risk* collegato ai livelli della mortalità e dell'invalidità senile. Tuttavia si può notare come per valori di N almeno inferiori a 100, il rischio di fluttuazioni casuali

[163] Si nota che nonostante si sia assunto il principio di equità come principio di calcolo del premio unico, il valore atteso della funzione di perdita non è nullo. Ciò è dovuto al fatto che il premio unico è calcolato per tutti e cinque gli scenari adottando la base tecnica dello scenario $\mathcal{H}_3$.

risulta essere di portata maggiore rispetto a quello di deviazioni sistematiche; mentre per valori di N superiori la situazione si inverte. Esiste dunque un valore della dimensione iniziale del portafoglio assicurativo, $\overline{N}$, tale che le due componenti della varianza di portafoglio valutata al tempo 0 si eguagliano:

$$\overline{N} = \frac{E[Var(L(0)|S(0) = 1;\ \mathcal{H})]}{Var\ [E(L(0)|S(0) = 1;\ \mathcal{H})]}. \qquad (3.32)$$

Per cui quando $N > \overline{N}$ il rischio di deviazioni casuali è predominante, mentre quando $N < \overline{N}$ è il rischio sistematico a prevalere. Quindi dal punto di vista operativo, avere un numero elevato di assicurati ($N > \overline{N}$) implica la necessità di considerare con ancor maggiore attenzione e consapevolezza (sempre nell'ottica di un approccio RM) la componente di *longevity* e di *disability risk*.

Dal confronto tra la prima riga della tabella 3.4 e la tabella 3.5, emerge in modo netto la differenza nell'*output* di una valutazione del rischio demografico realizzata secondo un approccio deterministico e secondo un approccio stocastico.

Ferri e Olivieri riportano infine la seguente tabella con i valori dell'indice r calcolati al variare delle dimensioni del portafoglio assicurativo sia con un approccio deterministico che stocastico:

Tabella 3.6 – Indice di rischiosità relativo di un portafoglio di polizze LTC *stand alone.*

N	$r^{(\mathcal{H}_3)}$ (approccio deterministico)	r (approccio stocastico)
1	2,69743	2,67082
10	0,26974	0,85175
100	0,02697	0,29101
1000	0,00270	0,14356
10000	0,00027	0,11917
100000	0,00003	0,11645
...	...	...
$+\infty$	0	0,11615

Fonte: Ferri e Olivieri, 2000.

Si può notare come mentre per $N = 1$ i due approcci conducono a valutazioni di rischio sostanzialmente uguali (la grandezza del rischio relativo è quasi la stessa). Per $N > 1$, invece, l'approccio stocastico calcola una rischiosità relativa maggiore e con un limite

che tende a + 0.11615 quando N tende a $+\infty$, mentre l'approccio deterministico calcola un indice di rischiosità relativa che tende ad annullarsi all'aumentare della dimensione del portafoglio. Ancora una volta emergono le conseguenze della considerazione dell'intera incertezza legata alle proiezioni demografiche da parte del primo approccio, ossia l'esplicitazione della componente sistematica della varianza della funzione di perdita di portafoglio.

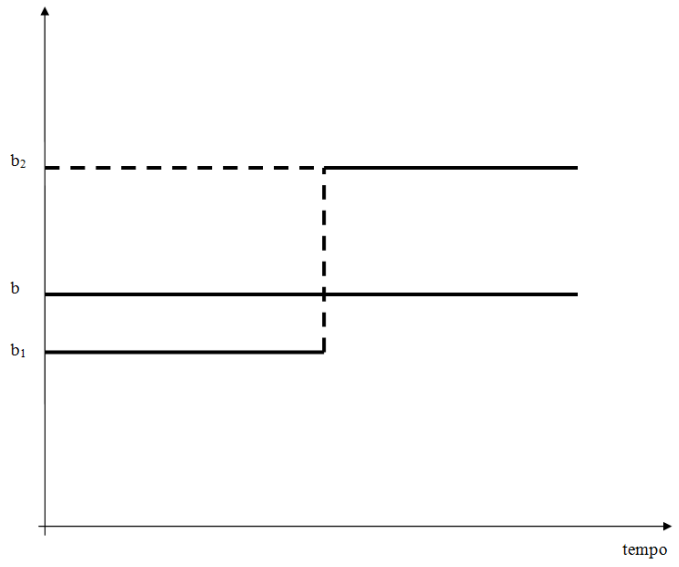
3.5.2 Modello di rischio basato sulla riserva di rischio

I ricercatori Levantesi e Menizetti, nel loro paper intitolato "*Longevity and disability risk analysis in enhanced life annuities*" (2007), conducono invece un'analisi del rischio di mortalità e del rischio di invalidità senile che si focalizza sulle polizze *enhanced life annuities*[164] ed utilizza, per la quantificazione di tali rischi, la distribuzione di probabilità della variabile aleatoria "*risk reserve*" (riserva di rischio).

Innanzitutto è utile ricordare che una polizza *Enhanced Life Annuity* (ELA) consiste in una rendita vitalizia (il più delle volte differita) incrementata quando l'assicurato diviene invalido LTC. Si tratta di un esempio di "integrazione" tra una forma di assicurazione sulla persona, in particolare un'assicurazione sulla durata di vita, e un'assicurazione sulla salute: una prestazione di tipo rendita vitalizia pagabile dall'ingresso in quiescenza, viene infatti combinata con una copertura LTC di importo prefissato (del tipo rendita vitalizia a più livelli in funzione del grado di mancanza di autosufficienza, come quella del caso precedente) (Pitacco, 2004a). Il "supporto" per realizzare la copertura LTC di tipo *enhanced pension* è dato quindi da una particolare rendita vitalizia erogata a partire dall'ingresso in quiescenza, la cui rata costante di importo b viene "spaccata" in due rate di importo b_1 e b_2 (con $b_1 < b < b_2$) pagate rispettivamente nel caso in cui l'assicurato sia in stato di salute o di disabilità LTC. La figura 3.6 rappresenta graficamente il *payoff* di una polizza ELA alla fine del periodo di differimento, dunque all'inizio del pagamento della rendita, ipotizzando che al tempo 0 l'assicurato si trovi in stato di salute $S(O) = 1$.

[164] Si rinvia al paragrafo 3.1 - Prestazioni LTC.

Figura 3.6 – *Payoff* di una polizza ELA alla fine del periodo di differimento.



Fonte: Pitacco, 2002b.

Anche in questo caso gli autori scelgono di modellizzare l'evoluzione della polizza considerata (come spesso si fa nel caso di coperture LTC) con un modello multistato markoviano a tempo continuo, non omogeneo e a tre stati del tipo riportato in figura 3.5 del presente capitolo. Non è prevista la riattivazione dallo stato di disabile LTC e i benefit b_1 e b_2 si assumono costanti nel tempo. Si assumono premi annui costanti pagati nel periodo di differimento se l'assicurato è in vita.

Le leggi utilizzate per descrivere l'evoluzione della mortalità e dell'invalidità senile sono sempre la legge di Weibull e di Gompertz[165]. Si indica con n il periodo di differimento e con ω la durata massima della polizza con riferimento all'aspettativa di vita residua all'età x; $v(s,t) = \prod_{h=s+1}^{t} v(h-1,h)$ rappresenta il valore al tempo s di un'unità monetaria al tempo t. Lo studio si focalizza di nuovo esclusivamente sull'analisi del rischio biometrico, per cui si adotta una struttura finanziaria deterministica con $i(h-1,h) = \bar{\imath} = 3\%$ per ogni h.

Con l'obiettivo di indagare il rischio derivante dall'incertezza sui trend di mortalità e di invalidità futuri, gli autori considerano l'evoluzione della "riserva di rischio" o "margine di solvibilità" alla fine di ogni anno t, la quale, secondo una nota formula

[165] Si rinvia al paragrafo 3.4 - Costruzione del set di scenari.

della teoria del rischio[166], è descritta dal seguente processo definito in t (assunto come spazio continuo) con ($0 \leq t \leq x + \omega$):

$$U(t) = U(t-1) + P^T(t) + J(t) - E(t) - B(t) - \Delta V(t) - K(t) \qquad (3.33)$$

dove $P^T(t)$ è il totale dei premi di tariffa[167] incassati al tempo t, $J(t)$ è il rendimento finanziario realizzato sugli asset A_t nel periodo $(t-1, t]$[168], $E(t)$ rappresenta l'uscita per spese al tempo t, $B(t)$ l'uscita per pagamento di benefit al tempo t, $\Delta V(t)$ l'incremento annuo della riserva tecnica a livello di portafoglio[169] e $K(t)$ i flussi di capitale (se $K(t) > 0$ la compagnia assicurativa distribuisce dividendi, se $K(t) < 0$ gli azionisti investono capitale).

La riserva di rischio rappresenta la capacità dell'assicuratore di far fronte alle sue obbligazioni, quindi può essere considerata un valido strumento per valutare la solvibilità della compagnia assicurativa e, più in generale, per la fase di quantificazione del rischio demografico nel processo di RM. Giacché la compagnia assicurativa mira a mantenere positivo il livello della riserva di rischio, la valutazione si focalizza sulla coda di sinistra della distribuzione di $U(t)$. Ancora una volta l'analisi di rischio viene condotta sia seguendo un approccio deterministico che stocastico, allo scopo di mettere in luce le differenze tra i risultati ottenuti.

---

[166] Per maggiori approfondimenti si rinvia a Daykin C.D., Pentikainen T., Pesonen, M. (1994), *Practical Risk Theory for Actuaries*, Chapman & Hall, London.

[167] Con la locuzione "premio di tariffa" si fa riferimento al prezzo del prodotto assicurativo, cioè al prezzo che viene fatto pagare ai sottoscrittori. Per formare il prezzo di un prodotto assicurativo è necessario avere un principio di calcolo (per esempio il principio di equità), in cui confluiscono una serie di parametri come il tasso tecnico, le spese, il margine di profitto e i dati derivanti dalla base statistica a disposizione. L'*output* del processo di *pricing* viene chiamato "premio attuariale", ma non corrisponde a quello pagato dagli assicurati. Infatti sul premio attuariale intervengono delle politiche di mercato e commerciali che lo possono modificare fino ad ottenere il vero e proprio "premio di tariffa".

[168] Gli asset del portafoglio considerato sono dati da:

$$A_t = A_{t-1} + J_t - B_t + K_t.$$

Si assume che all'epoca 0 gli asset siano dati da: $A_0 = \mathrm{N}\,\Pi(0, \omega) + K_0$, con N numero iniziale di assicurati.

[169] La riserva tecnica a livello di portafoglio $V(t)$ è ottenuta come somma di due componenti: la riserva tecnica per gli assicurati in stato di salute, $V_1(t)$, e la riserva tecnica per gli assicurati invalidi LTC, $V_2(t)$. Si ha rispettivamente:

$$V_1(t) = \begin{cases} \Pi(t,\omega) + \epsilon_1(t) - \pi^T a_{11(t,n)} & t < n \\ b_1 a_{11}(t,\omega) + b_2 a_{12}(t,\omega) + \epsilon_1(t) & t \geq n \end{cases}$$

$$V_2(t) = \begin{cases} b_2 P_{22}(t,n) v(t,n) a_{22}(n,\omega) + \epsilon_2(t) & t < n \\ b_2 a_{22}(t,\omega) + \epsilon_2(t) & t \geq n \end{cases}$$

dove $\epsilon_1(t)$ e $\epsilon_2(t)$ sono rispettivamente i caricamenti per spese rispettivamente per gli assicurati sani e per gli assicurati invalidi LTC, e π^T è il premio di tariffa annuo costante.

Si considera una coorte di individui con la stessa età al momento di emissione della polizza, $x = 50$, stessa epoca di ingresso (il tempo 0), stesso ammontare dei benefit (si ipotizza $b_1 = 0.5\ b_2$). Inoltre si assume $\omega = 70$, $n = 15$ e $b_2 = 200$.

A partire da uno "scenario di riferimento", S_B, definito in accordo ai dati ISTAT[170] gli autori costruiscono nove differenti scenari combinando diverse ipotesi di evoluzione della mortalità e dell'invalidità senile secondo la modalità descritta alla fine del paragrafo 3.4 - Costruzione del set di scenari. Di nuovo le differenti ipotesi sottostanti a ciascuno scenario possono essere "lette" in termini di aspettativa di vita totale, aspettativa di vita in stato di salute e aspettativa di vita in stato di invalidità valutate all'epoca 0, come riportato nella seguente tabella:

Tabella 3.7 – Aspettative di vita all'età di 65 anni.

Scenario	$p(S_i)$	$\frac{\bar{e}_{11}(0)}{\bar{e}_{1.}(0)}$	$\frac{\bar{e}_{11}^{S_i}(0)}{\bar{e}_{11}^{S_B}(0)} - 1$	$\frac{\bar{e}_{12}^{S_i}(0)}{\bar{e}_{12}^{S_B}(0)} - 1$	$\frac{\bar{e}_{1.}^{S_i}(0)}{\bar{e}_{1.}^{S_B}(0)} - 1$
S_{1a}	4%	91,68%	17,96%	-5,87%	15,53%
S_{1b}	12%	88,49%	9,26%	24,92%	10,86%
S_{1c}	4%	85,70%	2,09%	49,76%	6,96%
S_{2a}	12%	90,66%	22,91%	11,37%	21,73%
S_{2b}	36%	87,14%	13,35%	46,98%	16,79%
S_{2c}	12%	84,10%	5,56%	75,50%	12,71%
S_{3a}	4%	89,52%	27,80%	31,48%	28,18%
S_{3b}	12%	85,67%	17,34%	72,54%	22,97%
S_{3c}	4%	82,35%	8,90%	105,15%	18,74%

Fonte: Levantesi e Menzietti, 2007.

La tabella 3.7 presenta anche le probabilità $p(S_i)$ assegnate agli scenari S_i $(i = 1a, 1b, 1c, \dots, 3c)$ in modo sostanzialmente arbitrario dagli autori. In particolare i valori $1, 2, 3$ nel pedice "dell'etichetta" di ogni scenario si riferiscono alle tre coppie di valori assunti per i parametri (α, β) della legge di Weibull, e dunque alle tre diverse ipotesi di evoluzione della mortalità tra le persone sane. Le lettere a, b, c negli stessi pedici, si riferiscono invece alle tre diverse ipotesi di evoluzione delle intensità di transizione allo stato di invalidità adottate (in particolare a tre differenti valori del parametro η nella legge di Gompertz). Per cui le probabilità $p(S_i)$ si sono ottenute dal prodotto tra le

[170]In particolare si utilizzano i dati ricavati da ISTAT: Le condizioni di salute e ricorso ai servizi sanitari. Settore Famiglie e società, ISTAT, Roma (2000) e la tavola di mortalità maschile italiana (SIM 1999).

probabilità assegnate in modo soggettivo alle ipotesi centrali di mortalità e di invalidità (probabilità del 60% alle ipotesi indicate con il numero 2 e con la lettera b) e le probabilità attribuite alle restanti ipotesi di evoluzione dei medesimi fenomeni demografici (probabilità del 20% alle ipotesi indicate con i numeri $1, 2$ e con le lettere a, c)[171]. Lo scenario centrale S_{2b} risulta dunque essere quello ritenuto più realistico, e per questo viene utilizzato nell'approccio stocastico come scenario di riferimento per il calcolo dei premi.

Il valore attuariale al tempo 0 dei benefit futuri previsti da un polizza ELA, $\Pi(0, \omega)$, è ottenuto con la seguente espressione:

$$\Pi(0,\omega) = \mathrm{b}_1 \mathrm{P}_{11}(0,\mathrm{n})\, \mathrm{v}(0,\mathrm{n})\, \mathrm{a}_{11}(\mathrm{n},\omega) + \mathrm{b}_2[\mathrm{P}_{11}(0,\mathrm{n})\, \mathrm{a}_{12}(\mathrm{n},\omega) + \mathrm{P120,n\ a22n,\omega v0,n} \qquad (3.34)$$

dove $a_{ij}(t,u) = \sum_{s=t}^{u-t-1} P_{ij}(t,s)\, v(s,t) \quad \forall i,j \in 1,2.$

Si sottolinea che il premio di tariffa di cui alla (3.34) tiene anche conto di vari caricamenti (per spese generali, margini di utile atteso, …).

Per rendere i risultati dell'analisi di quantificazione del rischio demografico comparabili, gli autori li esprimono in termini dell'indice $u(t)$ ottenuto come rapporto tra la riserva di rischio e il valore attuariale al tempo 0 dei benefit futuri calcolati sotto le ipotesi dello scenario centrale S_{2b}:

$$u(t) = \frac{U(t)}{\Pi(0,\omega)\,|\,S_{2b}} \qquad (3.35)$$

I risultati riportati nella figura 3.7 si riferiscono ad una coorte iniziale di 1000 assicurati, dove si assumono premi annui costanti privi di caricamenti[172].

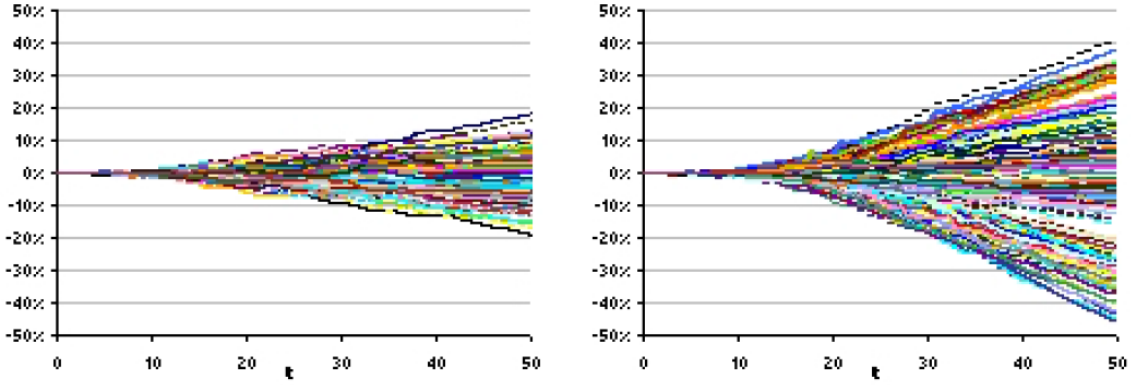
Nella parte sinistra della figura sovrastante sono rappresentate le realizzazioni di $U(t)$ (espresse in termini di $u(t)$) ottenute tramite un processo di simulazione basato su un approccio deterministico. Si seleziona dunque soltanto uno dei nove scenari e si compie l'analisi di rischio condizionatamente al verificarsi delle ipotesi ad esso sottostanti. La

[171] Ad esempio la probabilità $p(S_{3b}) = 12\%$ si ottiene dalla seguente moltiplicazione: $60\%[= p(S_b)] \times 20\%[= p(S_3)]$.

[172] Per cui $P^T(t) = \pi = \frac{\Pi(0,\omega)}{\mathrm{a}_{11}(0,\mathrm{n})} = \pi^T$, dove π è il premio annuo costante pagato fino all'ultimo anno del periodo di differimento n.

parte destra della figura riporta invece i risultati ottenuti secondo un approccio stocastico, in cui ogni scenario S_i viene considerato come una possibile realizzazione del processo markoviano $S(t)$ data la distribuzione di probabilità $p(S_i)$. Nell'analisi stocastica si fa l'ipotesi che la componente $K(t)$ della (3.34) sia pari a zero per ogni t.

Figura 3.7 – $\boldsymbol{u(t)}$ per 1000 ELA. Approccio deterministico e stocastico.



Fonte: Levantesi e Menzietti, 2007.

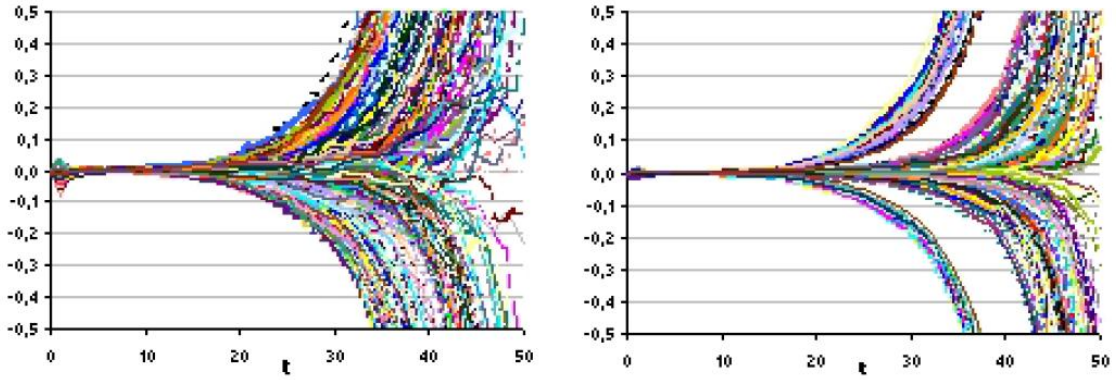
Occorre sottolineare che la lettura dei grafici soprastanti deve concentrarsi, in base alle finalità d'analisi qui perseguite, sulla coda sinistra della rappresentazione, dove $U(t)$ <0 e dove quindi si evidenzia la possibilità di default della gestione del portafoglio in esame[173]. Come si può notare dal confronto tra i grafici riportati nella figura 3.8, l'applicazione dell'approccio stocastico conduce a risultati che rivelano un forte incremento della rischiosità complessiva (testimoniata da un range di variazione di $u(t)$ oltre che crescente nel tempo, anche molto più ampio di quello stimato con l'approccio deterministico). Ciò è da ricondursi, come rilevato nel caso della funzione di perdita precedentemente analizzato, al fatto che il modello di rischio stocastico incorpora anche le deviazioni sistematiche dalle proiezioni dello scenario centrale oltre che le fluttuazioni casuali intorno ad esse.

Gli autori ripetono la simulazione del processo $U(t)$ in base all'approccio stocastico considerando questa volta una dimensione più ampia del portafoglio di ELA (10000 assicurati anziché 1000).

Riportano i risultati ottenuti in termini di rapporto tra la riserva di rischio e la riserva tecnica di portafoglio nella seguente figura:

[173] Si abbraccia infatti una connotazione esclusivamente negativa del concetto di "rischio".

Figura 3.8 – $\boldsymbol{U(t)/V(t)}$ per 1000 e per 10000 ELA. Approccio stocastico.



Fonte: Levantesi e Menzietti, 2007.

Come conseguenza del rischio sistematico, nel lato destro della figura 3.8 si possono osservare tre distinte ramificazioni delle traiettorie del rapporto considerato ed una riduzione della volatilità intorno a ciascuna di esse. Giacché il peso delle differenti proiezioni di mortalità è superiore a quello delle proiezioni della disabilità, risultano ben distinte soltanto tre ramificazioni anziché nove.

CAPITOLO 4 – Applicazione

Introduzione al capitolo

Nei capitoli precedenti si è più volte ribadito come per la corretta gestione tecnico-assicurativa di un'impresa di assicurazione sia importante una valutazione quanto più realistica e completa[174] possibile dell'effettiva posizione di rischio dell'assicuratore, in particolare con riferimento alla posizione risultante dall'emissione di prodotti finanziari ed assicurativi "a vita intera" (quali le rendite vitalizie e le polizze LTC). Tale valutazione non può di certo prescindere dalla considerazione di quella specifica componente di rischio legata all'incertezza delle proiezioni della mortalità e dell'invalidità senile cui in letteratura ci si riferisce, come fin'qui illustrato, rispettivamente con i termini di "*longevity*" e di "*disability risk*". Si è anche detto come, in un'ottica RM di gestione del rischio demografico (o "biometrico" come viene chiamato in *Solvency II*), la quantificazione dello stesso può essere effettuata secondo un approccio deterministico[175] oppure secondo un approccio stocastico. Mentre il primo, pur nell'ambito di una concezione dinamica della mortalità (fa infatti uso delle tavole proiettate di cui si è parlato nel primo capitolo) consente di valutare soltanto quello che si è definito come "rischio di processo", per cui soltanto l'incertezza relativa a deviazioni casuali dei tassi effettivi attorno ai valori attesi, il secondo è in grado di dare una rappresentazione "più veritiera" dell'effettiva posizione di rischio, soprattutto quando si ha a che fare con prodotti a lungo termine che richiedono la previsione di

[174] Per una misurazione dell'effettivo impatto del rischio demografico sulla gestione tecnico-assicurativa occorrerebbe in realtà analizzare l'intera attività di un'impresa di assicurazione vita o di un fondo pensione. Qui per semplicità di analisi si considereranno alcune semplificazioni in un contesto statico (si rinvia al prosieguo del capitolo).

[175] Occorre sottolineare per chiarezza di esposizione che in questo capitolo l'approccio "deterministico" è inteso nella particolare accezione attribuita a questo termine dai ricercatori Levantesi S. e Menzietti M. nel paper intitolato "*Longevity and disability risk analysis in enhanced life annuities*" (2007), accezione che (come si è visto nel sottoparagrafo3.5.2 - Modello di rischio basato sulla riserva di rischio) attribuisce all'approccio in questione la capacità di cogliere esclusivamente l'incertezza sulle proiezioni di mortalità ed invalidità relativa alle fluttuazioni casuali dei due fenomeni aleatori attorno ai valori attesi degli stessi (rischio di processo). Per contro, il ricercatore E. Pitacco nel paper intitolato "Rendite vitalizie: tra vecchie formule e nuovi scenari" (2010), riconosce all'approccio deterministico (nel senso proprio del termine) l'incapacità di cogliere alcuna sfumatura di incertezza sulle proiezioni, "mancando in un modello deterministico - citando le parole dell'autore - qualsiasi quantificazione di rischio". Quest'ultima è l'accezione probabilmente più diffusa, ed è quella a cui si è fatto invece riferimento nel secondo capitolo della presente trattazione.

fenomeni estremamente aleatori quali l'aspettativa di vita e l'aspettativa di vita in stato di salute, poiché considera anche l'incertezza dovuta a scostamenti sistematici dei tassi realizzati dai valori attesi degli stessi.

In quest'ultimo capitolo si cercherà pertanto di indagare, all'interno di un approccio stocastico di misurazione del rischio demografico (sviluppato attraverso l'applicazione ad un portafoglio di polizze LTC *stand alone* del modello markoviano a tre stati presentato nel terzo capitolo), quanto una diversa distribuzione dei pesi attribuiti ai possibili scenari demografici presi in considerazione possa influire (modificando la distribuzione della funzione di perdita di portafoglio) sulla misurazione finale della posizione di rischio dell'assicuratore, e quindi sulle decisioni strategiche che esso potrebbe prendere basandosi sull'*output* del modello di rischio utilizzato[176].

4.1 Ipotesi di lavoro ed obiettivo dell'analisi

Si prende in esame un portafoglio di polizze LTC di tipo *stand alone*, le quali pagano all'assicurato un importo costante $b_2 = 2$ per l'intera durata residua della sua vita a partire dal manifestarsi per esso di un evento di "perdita dell'autosufficienza", valutato in base al sistema di ADL[177] specificatamente previsto dalla compagnia assicurativa emittente. Si considera in particolare un unico livello di disabilità. Il portafoglio in questione è un portafoglio omogeneo[178] costituito da un'unica generazione di assicurati che fanno il loro ingresso in assicurazione all'epoca $t = 0$ di emissione delle polizze, all'età di $x_0 = 65$ anni. Si indica con n la durata residua del contratto e si assume $\omega = 120$ l'età massima raggiungibile dagli assicurati.

Ancora una volta per la modellizzazione della storia assicurativa degli individui si fa riferimento ad un modello a tre stati del tipo riportato in figura 3.6 del paragrafo 3.3 - Il modello probabilistico - mentre per la relativa struttura probabilistica (necessaria alla valutazione numerica dell'incertezza sull'evoluzione del rischio assicurato) si utilizza

[176] Ci si riferisce a decisioni strategiche quali ad esempio la scelta di un adeguato *pricing* dei prodotti o la determinazione di una politica di allocazione del capitale proprio atta a garantire un desiderato livello di solvibilità dato il profilo di rischio percepito e quantificato.
[177] Per la definizione di "ADL" si rinvia al paragrafo 3.1 - Prestazioni LTC.
[178] Per la definizione di "portafoglio omogeneo" si rinvia alla nota n. 77.

nuovamente la catena di Markov non omogenea a tre stati descritta nel medesimo paragrafo.

Il modello di rischio che si adotta utilizza la funzione di perdita[179] a livello di portafoglio come grandezza atta a rappresentare l'impatto monetario del rischio demografico sulla gestione assicurativa. L'evoluzione di tale rischio viene misurata attraverso l'andamento della varianza di tale funzione nei primi cinque anni di durata delle polizze.[180]

Per l'analisi della funzione di perdita si sceglie di seguire un approccio stocastico che prevede innanzitutto l'assunzione di differenti distribuzioni di probabilità per le variabili in *input* del modello di rischio, ossia per le intensità di transizione future dallo stato "attivo" allo stato di "deceduto", $\mu_{13}(t)$, dallo stato "attivo" a quello di "invalido LTC", $\mu_{12}(t)$, e dallo stato di "invalido LTC" allo stato di "deceduto", $\mu_{23}(t)$[181].

Seguendo l'impostazione data dagli autori Levantesi e Menzietti, Ferri e Olivieri nei paper citati nel paragrafo 3.5 - Il modello di rischio - si approssima il comportamento della mortalità tra "gli attivi" attraverso la legge di Weibull (si veda la formula (3.16) del paragrafo 3.4 - Costruzione del set di scenari), in quanto si ritiene che essa possa riflettere meglio di altre strutture analitiche alcuni specifici trend futuri della mortalità; i dati di tipo medico suggeriscono invece per gli *inception rates*[182] un andamento di tipo esponenziale, per cui per descrivere il comportamento dell'intensità di transizione dallo stato "attivo" allo stato di "invalido LTC" si assume la legge di Gompertz (si veda la formula (3.17) del paragrafo 3.4 - Costruzione del set di scenari). Tali leggi sono caratterizzate da una coppia di parametri ciascuna, rispettivamente da (α, β) e da (η, λ).

La metodologia di analisi qui utilizzata prevede di far variare i valori assunti dai parametri, all'interno dello stesso modello di proiezione della mortalità e dell'invalidità (si utilizzano sempre la legge di Weibull e la legge di Gompertz), al fine di rappresentare diverse combinazioni dei trend futuri dei due fenomeni aleatori di

[179] Si rinvia al sottoparagrafo 3.5.1 - Modello di rischio basato sulla funzione di perdita - ed in particolare alle formule dalla (3.22) alla (3.25) per la definizione della grandezza in esame. Si precisa inoltre che l'analisi di seguito presentata non tiene conto di spese e relativi caricamenti di sicurezza.

[180] Si è deciso di considerare soltanto i primi cinque anni di durata del contratto assicurativo poiché tale arco temporale può ritenersi sufficiente per trarre le opportune riflessioni dall'analisi di sensibilità che sarà oggetto dell'implementazione di seguito illustrata.

[181] Per il significato della notazione qui utilizzata si rinvia al paragrafo 3.3 – Il modello probabilistico.

[182] Ci si riferisce ai tassi di ingresso nello stato di non autosufficienza di cui si è parlato nel paragrafo 3.3 – Il modello probabilistico.

interesse. In particolare, assumendo come "scenario di riferimento" sul quale applicare le proiezioni lo scenario ottenuto dai dati ISTAT[183] (indicato con $\mathcal{H}_B$), si scelgono tre coppie di valori per (α, β) tali da riflettere rispetto allo "scenario base" una diminuzione dei tassi di mortalità ad età avanzata "moderata", "media" e "marcata"[184]. Per i parametri della legge di Gompertz si decide invece di mantenere λ costante (per cui si suppone invariata nel tempo la forma della distribuzione di probabilità dell'invalidità senile) e di attribuire a η (parametro che determina la posizione della distribuzione) tre valori che rappresentano rispetto allo scenario di riferimento una diminuzione "marcata" dell'invalidità ad età avanzata (-40%), una diminuzione "moderata" (-10%) ed infine un "discreto" aumento della stessa (+20%). Il risultato è la costruzione di tre scenari alternativi rappresentativi di altrettanti trend demografici che, letti dal punto di vista dei costi per l'assicuratore, prospettano per esso una situazione particolarmente "ottimistica", $\mathcal{H}_1$, una "media", $\mathcal{H}_5$, ed infine una "pessimistica", $\mathcal{H}_9$. Nella tabella 4.1 si riportano per ciascuno scenario l'aspettativa totale di vita per un sessantacinquenne (ossia per ogni assicurato al tempo 0 di emissione della polizza), l'aspettativa di vita in stato di salute ed in stato di invalidità, rapportate alle medesime quantità risultanti dallo scenario base $\mathcal{H}_B$[185].

Tabella 4.1 – Aspettative di vita all'età di 65 anni.

Scenario	$\frac{\bar{e}_{11}(0)}{\bar{e}_{1.}(0)}$	$\frac{\bar{e}_{11}^{\mathcal{H}_i}(0)}{\bar{e}_{11}^{\mathcal{H}_B}(0)} - 1$	$\frac{\bar{e}_{12}^{\mathcal{H}_i}(0)}{\bar{e}_{12}^{\mathcal{H}_B}(0)} - 1$	$\frac{\bar{e}_{1.}^{\mathcal{H}_i}(0)}{\bar{e}_{1.}^{\mathcal{H}_B}(0)} - 1$
$\mathcal{H}_1$	91,68%	17,96%	-5,87%	15,53%
$\mathcal{H}_5$	87,14%	13,35%	46,98%	16,79%
$\mathcal{H}_9$	82,35%	8,90%	105,15%	18,74%

Come si può notare dall'ultima colonna della tabella 4.2, in tutti e tre i casi si prevede un allungamento della durata residua di vita a 65 anni d'età rispetto allo scenario base utilizzato per la proiezione, in accordo con le osservazioni sul trend di mortalità registrate negli ultimi decenni sulla popolazione sia "attiva" che "invalida LTC". Ciò che differenzia i tre scenari è il contributo relativo a tale allungamento da parte di

[183] Si fa riferimento a: ISTAT: Previsioni della popolazione residente per sesso e regione dal 1.1.2001 al 1.1.2051. Settore Popolazione, ISTAT, Roma (2000).
[184] Nello specifico le tre coppie di valori per i parametri (α, β) sono stati ottenuti dalle tre proiezioni di mortalità ("bassa", "media" ed "elevata") fornite dall'ISTAT in: Previsioni della popolazione residente per sesso e regione dal 1.1.2001 al 1.1.2051. Settore Popolazione, ISTAT, Roma (2000).
[185] Si utilizza la notazione già introdotta nel paragrafo 3.4 – Costruzione del set di scenari.

$\bar{e}_{11}^{\mathcal{H}_i}(0)$ (aspettativa di vita in stato di salute) e da parte di $\bar{e}_{12}^{\mathcal{H}_i}(0)$ (aspettativa di vita in stato di invalidità). $\mathcal{H}_1$ rappresenta lo scenario che tra tutti quelli considerati comporta i minori costi per l'assicuratore per due ragioni: prevede un lieve incremento nell'aspettativa totale di vita rispetto allo scenario base ($\bar{e}_{1.}^{\mathcal{H}_i}(0)/\bar{e}_{1.}^{\mathcal{H}_B}(0) - 1$=15,53%), e l'incremento della durata di vita da spendere in stato di salute è in percentuale maggiore rispetto al cambiamento che interessa l'intervallo temporale da vivere in stato di invalidità, il quale addirittura mostra un valore negativo. Questa ipotesi evolutiva ben rappresenta le conseguenze prospettate dalla *Compression theory* di cui si è parlato nel paragrafo 3.2 - Rischio demografico nelle assicurazioni LTC. All'estremo opposto, $\mathcal{H}_9$ rappresenta lo scenario con i maggiori costi dal punto di vista dell'assicuratore, in quanto assume un crollo dei tassi di mortalità accompagnato da un sostanziale incremento dei tassi di disabilità, il che comporta un considerevole aumento dell'aspettativa di vita totale nonché dell'aspettativa di vita in stato di invalidità. Si tratta di uno scenario che ben esprime le ipotesi evolutive della *Pandemic theory*, anche se, per la precisione, quest'ultima si limita a prevedere un allungamento della vita residua ad età avanzata non accompagnato da un miglioramento dei tassi di invalidità (senza quindi prevedere un peggioramento degli stessi). Tuttavia in questo modo $\mathcal{H}_9$ risulta tener conto del rischio di sottostima delle intensità di transizione $\mu_{12}(t)$, rischio che si cela dietro il fatto che tali intensità sono ottenute da dati di tipo medico relativi all'intera popolazione nazionale e non da dati derivanti dall'esperienza assicurativa. Infine $\mathcal{H}_5$ prospetta rispetto allo scenario base una diminuzione "media" dei tassi di mortalità ad età avanzata, mentre nessun cambiamento rispetto ad $\mathcal{H}_B$ è stato considerato in relazione alla legge di Gompertz; il risultato è una proiezione "intermedia" rispetto agli altri due scenari, con un allungamento nell'aspettativa totale di vita che riceve un contributo relativo di eguale misura dall'aspettativa di vita in stato di salute e da quella in stato di invalidità. Per questa ragione $\mathcal{H}_5$ ben riflette la proiezione evolutiva sottostante all'*Equilibrium theory*.

Per quanto riguarda invece il fenomeno della mortalità tra gli "invalidi LTC", data la scarsità di dati a disposizione, si assume una legge del tipo riportato nella formula (3.18) del paragrafo 3.4 - Costruzione del set di scenari - in cui il "coefficiente di

aggravamento" della mortalità tra gli attivi[186] varia al variare del tempo in base ai parametri c_0 , c_1 e c_2. Nella costruzione dei tre scenari ipotizzati $\mathcal{H}_i$ (con $i = 1, 5, 9$) si sceglie di mantenere invariato il rapporto tra i tassi di mortalità tra "gli attivi" e "gli invalidi LTC", per cui c_0 , c_1 e c_2 rimangono costanti.

Nella tabella di seguito riportata si descrivono i tre scenari adottati, in termini dei valori attribuiti ai parametri dei modelli di proiezione della mortalità (tra gli "attivi" e tra i "disabili LTC") e dell'invalidità senile.

Tabella 4.2 – Parametri delle leggi di mortalità e invalidità negli scenari adottati.

Parametri\Scenari	$\mathcal{H}_1$	$\mathcal{H}_5$	$\mathcal{H}_9$
$\boldsymbol{\alpha}$	88,58686429	90,07300032	91,56297865
$\boldsymbol{\beta}$	8,339909054	8,605102762	8,874577282
$\boldsymbol{\eta}$	1,14843E-05	1,72264E-05	2,29685E-05
$\boldsymbol{\lambda}$	0,095618029	0,095618029	0,095618029
$\boldsymbol{c_0}$	13,159952683153	-0,242343138611	0,001193494534
$\boldsymbol{c_1}$	13,159952683153	-0,242343138611	0,001193494534
$\boldsymbol{c_2}$	13,159952683153	-0,242343138611	0,001193494534

Considerando uno scenario alla volta ed utilizzando le formule per il calcolo delle intensità di transizione (si vedano le uguaglianze nella (3.16), (3.17) e (3.18) del paragrafo 3.4 - Costruzione del set di scenari), si calcolano le probabilità di transizione[187] per ciascuno scenario nel seguente modo:

$$P_{11}(t,u) = \exp\left(-\int_t^u \eta e^{\lambda(x+s)} + \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{x+s}{\alpha}\right)^{\beta-1} ds \right) \qquad (4.1)$$

$$P_{22}(t,u) = \exp\left(-\int_t^u k(s)\mu_{13}(s)ds \right)$$

$$= \exp\left(-\int_t^u (c_0 + c_1 s + c_2 s^2)\left(\frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{x+s}{\alpha}\right)^{\beta-1}\right) ds \right) \qquad (4.2)$$

[186] Per una spiegazione del "coefficiente di aggravamento" si rinvia al paragrafo 3.4 - Costruzione del set di scenari.

[187] Si rinvia alle formule (3.8), (3.9) e (3.10) del paragrafo 3.3 – Il modello probabilistico.

$$P_{12}(t,u) =$$

$$= \int_t^u P_{11}(t,s)\eta e^{\lambda(x+s)} \left\{ \exp\left(-\int_s^u (c_0 + c_1 s + c_2 s^2) \left(\frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{x+s}{\alpha} \right)^{\beta-1} \right) \, ds \right) \right\} ds \quad (4.3)$$

A questo punto è possibile dunque ottenere per la funzione di perdita a livello di singola polizza, un set di distribuzioni condizionate a ciascuno scenario, i cui momenti primo e secondo possono essere così calcolati a partire dalle formule (3.26) e (3.27) del sottoparagrafo 3.5.1 - Modello di rischio basato sulla funzione di perdita:

$$E[L(t)|S(t) = 2;\ \mathcal{H}] = b_2 \int_t^n v^{u-t}\, P_{22}^{(\mathcal{H})}(t,u) du \qquad (4.4)$$

$$E[L(t)|S(t) = 1;\ \mathcal{H}] =$$

$$= \int_t^n v^{u-t}\, P_{11}^{(\mathcal{H})}(t,u)\, \mu_{12}^{(\mathcal{H})}(u)\, E[L(u)|S(u) = 2; \mathcal{H}] du \qquad (4.5)$$

$$E[(L(t))^2|S(t) = 2;\ \mathcal{H}] =$$

$$= 2b_2 \int_t^n v^{2(u-t)}\, P_{22}^{(\mathcal{H})}(t,u)\, E[L(u)|S(u) = 2; \mathcal{H}] du \qquad (4.6)$$

$$E[(L(t))^2|S(t) = 1;\ \mathcal{H}] =$$

$$= \int_t^n v^{2(u-t)}\, P_{11}^{(\mathcal{H})}(t,u)\ \mu_{12}^{(\mathcal{H})}(u)\, E[(L(t))^2|S(t) = 2;\ \mathcal{H}] du \qquad (4.7)$$

dove $P_{ij}^{(\mathcal{H})}$ indica la probabilità di transizione dallo stato i allo stato j secondo lo scenario $\mathcal{H}$ (similmente per l'intensità di transizione $\mu_{ij}^{(\mathcal{H})}$), e $v = e^{-\delta}$ rappresenta il fattore di sconto in ipotesi di struttura a termine dei tassi di interesse non stocastica e costante. Si assume in particolare un tasso di interesse annuo $i(t-1,t)$ pari al 3%, per cui in regime di capitalizzazione continua si ha:

$$\delta = \log(1+i) = \log(1.03) = 0.029558802 = 2.95588\%.$$

Si fa notare che il valore atteso (e la varianza) della funzione di perdita hanno formule diverse a seconda che, nell'istante t in cui si compie la valutazione, l'assicurato si trovi nello stato $1 = attivo$ o nello stato $2 = invalido\ LTC$[188]. In particolare la (4.5) riporta il valore atteso di una rendita immediata valutata però sulla base della probabilità di ingresso da parte dell'assicurato nello stato di invalidità ($\mu_{12}^{(\mathcal{H})}(u)du$), unico caso in cui il pagamento della rendita diviene effettivo.

I calcoli numerici sono stati effettuati mediante il *software* di programmazione Matlab.

Di seguito si riportano le tabelle ed i grafici ottenuti per la varianza della funzione di perdita a livello di singola polizza valutata sotto le ipotesi previste da ciascuno scenario, ipotizzando come stato iniziale sia lo stato "attivo" che lo stato "invalido LTC".

Si precisa che tutte le tabelle ed i grafici riportati nel prosieguo del presente capitolo sono frutto delle elaborazioni personali di chi scrive, ottenute a partire dai dati riportati nella tabella 4.2.

Tabella 4.3 – Varianza della funzione di perdita a livello di singola polizza per S(t) = 1.

t	Var[L(t)/S(t)=1; $\mathcal{H}_1$]	Var[L(t)/S(t)=1; $\mathcal{H}_5$]	Var[L(t)/S(t)=1; $\mathcal{H}_9$]
0	1,305548211	2,46762965	4,151273646
1	1,04421698	1,979290651	3,348258895
2	0,757274316	1,563001307	2,656872727
3	0,640280188	1,213363455	2,070566733
4	0,490080724	0,924002828	1,580738938
5	0,368955969	0,68794542	1,25909916

Tabella 4.4 – Varianza della funzione di perdita a livello di singola polizza per S(t) = 2.

t	Var[L(t)/S(t)=2; $\mathcal{H}_1$)]	Var[L(t)/S(t)=2; $\mathcal{H}_5$)]	Var[L(t)/S(t)=2; $\mathcal{H}_9$)]
0	72,38932995	89,85991414	110,7614093
1	56,07566882	70,23629348	87,40359861
2	42,9101155	54,21313799	68,09433001
3	32,43143782	41,31662632	52,36599704
4	24,20475515	31,08377351	39,7421992
5	17,83304314	23,07857952	25,34496967

[188] Per una più approfondita descrizione degli stati del modello markoviano a tre stati considerato si rinvia al capitolo 3.3 – Il modello probabilistico.

Figura 4.1 – $\mathrm{Var}[\mathrm{L(t)}|\mathrm{S(t)} = 1;\ \mathcal{H}]$.

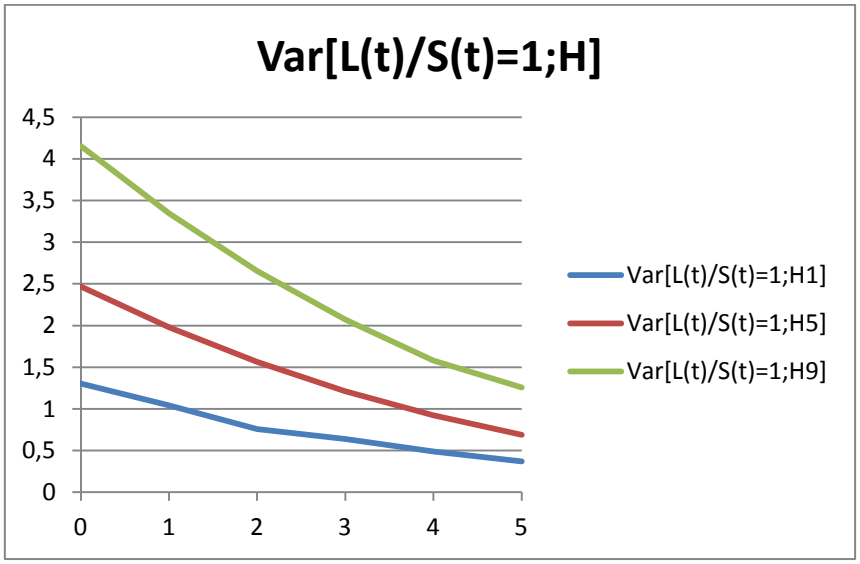
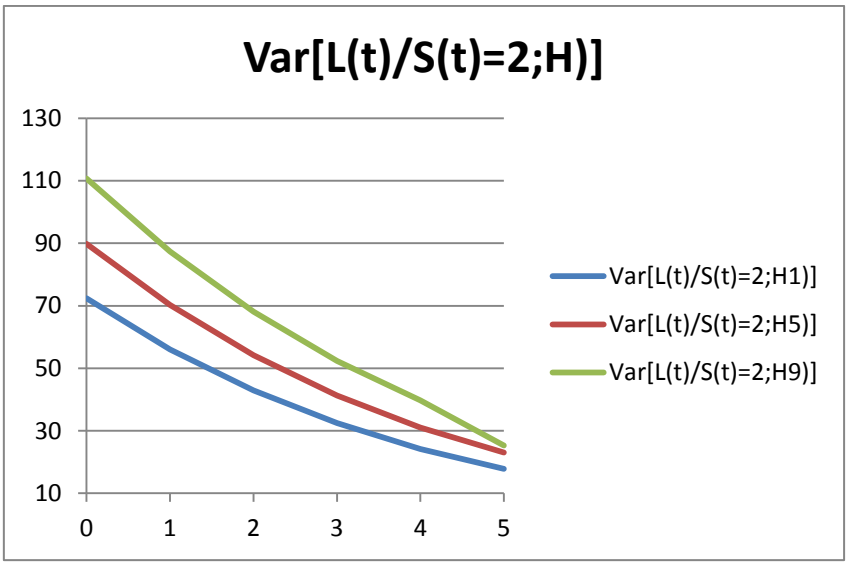


Figura 4.2 – $\mathrm{Var}[\mathrm{L(t)}\,|\,\mathrm{S(t)} = 2;\ \mathcal{H}]$.



Le figure 4.1 e 4.2 mostrano l'evoluzione del profilo di rischio della polizza nei primi cinque anni di durata del contratto secondo i tre scenari considerati. Chiaramente, $Var[L(t)\,|\,S(t) = 2;\ \mathcal{H}]$ è influenzata soltanto dalle ipotesi sul trend di mortalità (per cui dalle tre coppie di valori assegnate a (α, β)). Si può osservare che il rischio diminuisce con il tempo e che il profilo di rischio varia al variare della proiezione, il più elevato (come ci si poteva attendere) è quello implicato dallo scenario $\mathcal{H}_9$. Ciò testimonia il fatto che nelle proiezioni qui considerate, le assunzioni sulla mortalità sono

state scelte in modo tale da "provocare" una progressiva concentrazione della curva dei decessi attorno alla sua moda ed uno spostamento in avanti della moda stessa (lo scenario $\mathcal{H}_9$ è quello che prevede infatti lo spostamento in avanti più accentuato), in accordo con quanto detto nel paragrafo 2.1 - La dinamica della mortalità - in merito ai movimenti di "rettangolarizzazione" ed "espansione" che stanno interessando progressivamente la funzione dei sopravviventi. Il rischio diminuisce con il tempo anche quando si considera $Var[L(t) \,|\, S(t) = 1;\, \mathcal{H}]$, nella quale sono incluse le interazioni tra i livelli di mortalità e di invalidità. Si può osservare come la differenza tra il profilo di rischio descritto dallo scenario "pessimistico" $\mathcal{H}_9$ e quello descritto dagli scenari $\mathcal{H}_1$ e $\mathcal{H}_5$, tenda a diminuire con il passare del tempo. Ciò potrebbe far pensare al fatto che nei primissimi anni di copertura la varianza della funzione di perdita risulta influenzata prevalentemente dai livelli di disabilità ($\mathcal{H}_9$ è infatti lo scenario che implica i tassi di ingresso nello stato di non autosufficienza, *inception rates*, più elevati), mentre negli anni successivi l'effetto di concentrazione della mortalità diviene prevalente, andando ad "abbattere" progressivamente la distanza nella misura di rischio secondo scenari differenti.

Passando dalla singola polizza, a livello di portafoglio, si indica con N il numero totale di teste assicurate e con $N_i(t)$ il numero di teste nello stato i al tempo t. Si ipotizza che inizialmente il portafoglio sia costituito da 1000 polizze e che in $t = 0$ tutti gli assicurati siano in stato di salute, per cui si ha $N_1(0) = N = 1000$. Si assume inoltre che le vite residue degli assicurati siano variabili casuali indipendenti, condizionatamente a ciascuno scenario $\mathcal{H}$.

La formula per la varianza della funzione di perdita a livello di portafoglio valutata in ogni istante t , condizionatamente allo scenario $\mathcal{H}$, è la seguente:

$$
\begin{aligned}
Var[\mathcal{L}(t)|\mathcal{H}] &= \sum_{i=1,2} E\big[N_i(t) \,\big|\, \mathcal{H}\big] Var[L(t)|S(t) = i;\, \mathcal{H}] \\
&+ \sum_{i=1,2} Var\big[N_i(t) \,\big|\, \mathcal{H}\big] \left(E[L(t)|S(t) = i;\, \mathcal{H}]\right)^2 \\
&+ 2Cov[N_1(t), N_2(t) \,|\, \mathcal{H}] \prod_{i=1,2} E[L(t)|S(t) = i;\, \mathcal{H}] \qquad (4.8)
\end{aligned}
$$

Come si può notare dalla (4.8) in ogni istante t la varianza della funzione di perdita a livello di portafoglio è proporzionale alla dimensione iniziale del portafoglio stesso, e appare inoltre influenzata sia dalla variabilità dei pagamenti a livello individuale sia dalla variabilità della composizione del portafoglio. Risulta per cui difficile interpretare l'andamento di $Var[\mathcal{L}(t) \big| \mathcal{H}]$ in termini delle conseguenze dovute all'adozione di differenti scenari. Ciò che si potrebbe fare è tuttalpiù calcolare $Var[\mathcal{L}(t) \big| \mathcal{H}]$ utilizzando per l'andamento del numero di assicurati "attivi" e "invalidi LTC", $N_i(t)$ (con $i = 1, 2$), tre diversi valori (ad esempio il valore atteso di $N_i(t)$ secondo lo scenario $\mathcal{H}$, ossia $E[N_i(t) \big| \mathcal{H}]$, e i valori $E[N_i(t) \big| \mathcal{H}] \pm 1{,}96\sqrt{Var[N_i(t) \big| \mathcal{H}]}$ dove la costante 1,96 deriva da un'approssimazione normale della distribuzione di $N_i(t)$).

Allo scopo di ottenere una distribuzione di probabilità non condizionata della variabile di *output* del modello di rischio considerato (la funzione di perdita del portafoglio), si introduce una distribuzione di probabilità che va ad affiancarsi alle assunzioni riferite al trend combinato di mortalità ed invalidità, ossia si introduce un sistema di pesi che assegna ad ogni scenario considerato una probabilità di accadimento (approccio stocastico).

Come si è visto a proposito dei due modelli presentati nel paragrafo 3.5 - Il modello di rischio - nella pratica operativa per la determinazione di tali pesi spesso ci si affida (a causa della scarsità dei dati disponibili per la loro stima) ai giudizi personali del valutatore, il quale può attribuire ad uno scenario piuttosto che ad un altro un maggior "livello di credibilità" in base ai dati a disposizione ed in base alla propria opinione personale. Ci si chiede allora se e in quale misura un differente sistema di pesi possa incidere sulla distribuzione della funzione di portafoglio determinandone un diverso valore per la varianza e quindi un diverso livello di rischio percepito dal valutatore (ci si mette in particolare nei panni dell'assicuratore che gestisce le polizze) [189]. L'adozione da parte del valutatore di un sistema di pesi "pessimistico" sotto il profilo dei futuri costi rivelerebbe un atteggiamento estremamente "prudenziale", che non sempre è da

[189] La scelta di non considerare oltre allo scenario "medio" $\mathcal{H}_5$ degli scenari evolutivi ulteriori ed "intermedi" rispetto ai due scenari estremi $\mathcal{H}_1$ e $\mathcal{H}_9$ risulta ora giustificata dall'obiettivo che qui ci si pone. Attraverso la considerazione delle sole ipotesi più "estreme" si riesce infatti a valutare le conseguenze di sistemi di pesi diversi attribuiti all'intero set di scenari in maniera più netta (in quanto "esagerata" rispetto a quanto ci si può ragionevolmente aspettare che possa accadere nella realtà operativa di un valutatore alle prese con la quantificazione del *longevity risk*.)

giudicare in modo positivo. La sovrastima dei costi futuri ed il conseguente accantonamento di eccessive disponibilità per la copertura degli stessi, peserebbe infatti negativamente sull'attività di gestione aziendale, in quanto immobilizzerebbe attività che potrebbero essere impiegate diversamente (ci sarebbe per l'impresa un costo-opportunità più o meno significativo). Dall'altra parte, l'adozione da parte del valutatore di un sistema particolarmente "ottimistico" sotto il profilo dei costi futuri, rivelerebbe invece un atteggiamento "superficiale" alla valutazione dell'effettiva posizione di rischio, atteggiamento che, con la sottovalutazione dei rischi cui l'impresa di assicurazione è esposta, nuocerebbe in ultima battuta alla stabilità economico-finanziaria della stessa.

Si sottolinea come la metodologia utilizzata in questo capitolo possa essere definita "statica"[190] nel senso che l'incertezza che si considera e che si va a misurare risiede soltanto nella scelta dell'ipotesi di evoluzione combinata di mortalità e di invalidità senile "migliore", ossia nella scelta dei trend per la distribuzione di probabilità delle variabili in *input* più adatta a descrivere l'andamento effettivo di tali fenomeni demografici nella coorte assicurata e a cui attribuire quindi il peso maggiore. Ma il set di scenari considerato rimane comunque fisso. In una rappresentazione statica come quella qui sviluppata non è dunque consentito alcuno scostamento da questo "miglior" trend per la distribuzione di probabilità delle variabili in *input*, e ciò che si va ad analizzare è il *longevity risk* visto nella sua componente di rischio di parametro (ossia del rischio di errata rappresentazione dell'evoluzione futura di mortalità ed invalidità a causa di stime non corrette dei parametri delle leggi utilizzate per rappresentare i due fenomeni demografici di interesse). Non si considera dunque l'altra componente dell'*uncertainty risk* (il rischio di modello), ossia l'incertezza sulle proiezioni dovuta all'errata costruzione del modello di mortalità e di invalidità utilizzato. Tuttavia, in un approccio statico nel senso appena definito, risulta possibile (ed anzi auspicabile) aggiornare i pesi sulla base dell'esperienza maturata.

[190] Un approccio probabilistico "dinamico" prevedrebbe invece di modellare il comportamento delle variabili in *input* del modello di rischio attraverso la traiettoria di un processo stocastico.

4.2 Analisi di sensitività

Allo scopo di realizzare l'analisi di sensitività della funzione di perdita di portafoglio di cui si è detto, si assume che il valutatore in questione possa adottare tre sistemi di pesi alternativi, uno "medio", uno "ottimistico" ed uno "pessimistico", nei quali le probabilità di accadimento dei tre scenari $\mathcal{H}_i$ sono così distribuite:

Tabella 4.5 – Tre sistemi di pesi.

Scenario	$p^{Ott}(\mathcal{H}_i)$	$p^{Med}(\mathcal{H}_i)$	$p^{Pess}(\mathcal{H}_i)$
$\mathcal{H}_1$	80%	10%	10%
$\mathcal{H}_5$	10%	80%	10%
$\mathcal{H}_9$	10%	10%	80%

Come si può osservare dalla tabella sovrastante, si è deciso di attribuire arbitrariamente un peso pari all'80% allo scenario ritenuto più probabile in ciascuno dei tre sistemi considerati, e di spartire in maniera simmetrica la probabilità residua sui due scenari rimanenti. Assumendo delle distribuzioni di probabilità così marcatamente sbilanciate in favore dello scenario ritenuto più probabile (di volta in volta quello medio o uno dei due scenari "estremi") si cerca di ottenere dall'analisi di sensibilità dei risultati ancor più netti, in cui gli eventuali effetti dovuti al cambiamento del sistema di pesi sulla misura di rischio di portafoglio adottata (la varianza della funzione di perdita) risultino il più possibile "esasperati" (proprio a causa dell'assunzione iniziale sulle distribuzioni di probabilità così "sbilanciata" da risultare quasi irrealistica, anche se utile ai fini degli obiettivi che qui ci si pone).

L'espressione per il calcolo della varianza della funzione di perdita a livello di portafoglio nell'ambito di applicazione di un approccio stocastico (dunque nel momento in cui non si considera più uno scenario alla volta, bensì tutti e tre gli scenari insieme) è la seguente:

$$V\left[\mathcal{L}(t)\middle|N_i^{[\cdot]}(t)\right] =$$
$$\sum_{i=1,2} N_i^{[\cdot]}(t)\, E\big[Var\,[L(t)|S(t)=i;\mathcal{H}]\big] +$$
$$\sum_{i=1,2}(N_i^{[\cdot]}(t))^2 Var\big[E\,[L(t)|S(t)=i;\mathcal{H}]\big] \qquad i=1,2 \qquad (4.9),$$

dove $\mathcal{L}(t)$ indica la funzione di perdita a livello di portafoglio e $N_i^{[\cdot]}(t)$ sta per il numero medio di assicurati nello stato i al tempo t secondo il sistema di pesi scritto tra parentesi quadre $[\cdot]$ ([med], [ott] e [pess] per indicare rispettivamente il sistema di pesi "medio", "ottimistico" e "pessimistico"). In particolare si ha:

$$N_i^{[\cdot]}(t) = E[N_i(t)] = E\left[E\left[N_i(t) \,\middle|\, \mathcal{H}\right]\right] \qquad i = 1,2 \qquad (4.10)$$

Per cui l'espressione della varianza di portafoglio nella (4.9) può essere così riscritta:

$$\begin{aligned} Var[\mathcal{L}(t) \,|\, N_i^{[\cdot]}(t)] = {} & N_1^{[\cdot]}(t) \times E[Var(L(t)|S(t) = 1; \mathcal{H})] \\ & + N_2^{[\cdot]}(t) \times E[Var(L(t)|S(t) = 2; \mathcal{H})] \\ & + \left[N_1^{[\cdot]}(t)\right]^2 \times Var[E(L(t)|S(t) = 1; \mathcal{H})] \\ & + \left[N_2^{[\cdot]}(t)\right]^2 \times Var[E(L(t)|S(t) = 2; \mathcal{H})]. \qquad (4.11) \end{aligned}$$

Si sono evidenziati in rosso i termini che risultano influenzati dalla scelta di adottare l'uno o l'altro dei sistemi di pesi sopra descritti: si tratta dei termini che si riferiscono alla variabilità della composizione di portafoglio ($N_1(t)$ e $N_2(t)$) e dei valori attesi della varianza dato lo stato "attivo" e lo stato di "invalido LTC" per l'assicurato al momento della valutazione. In particolare i valori attesi della varianza si sono calcolati come media pesata della varianza secondo ciascuno scenario, dove come pesi si sono utilizzati quelli riportati nella tabella 4.2.

Si riportano di seguito i grafici che mostrano il numero atteso di assicurati nello stato 1 e nello stato 2 per i primi cinque anni della copertura, secondo i tre sistemi di pesi considerati.

Figura 4.3 – Numero atteso di assicurati nello stato "attivo" secondo i tre sistemi di pesi [·].

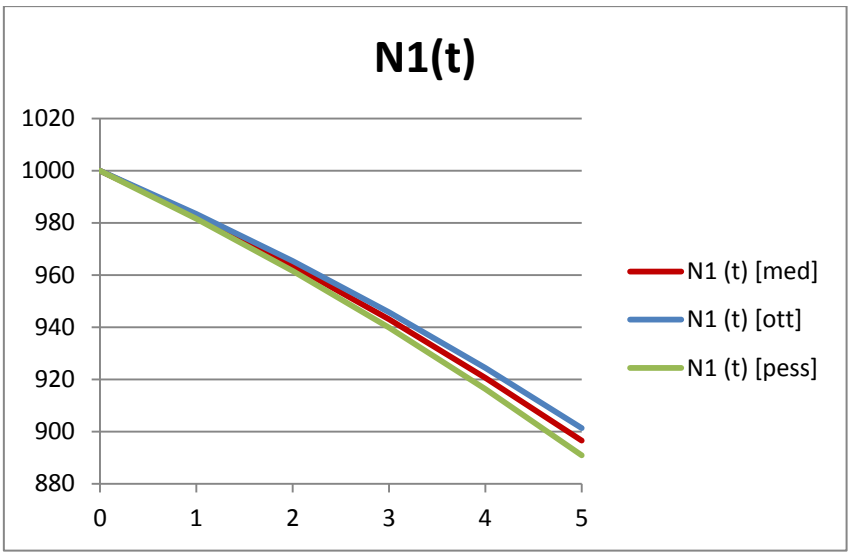
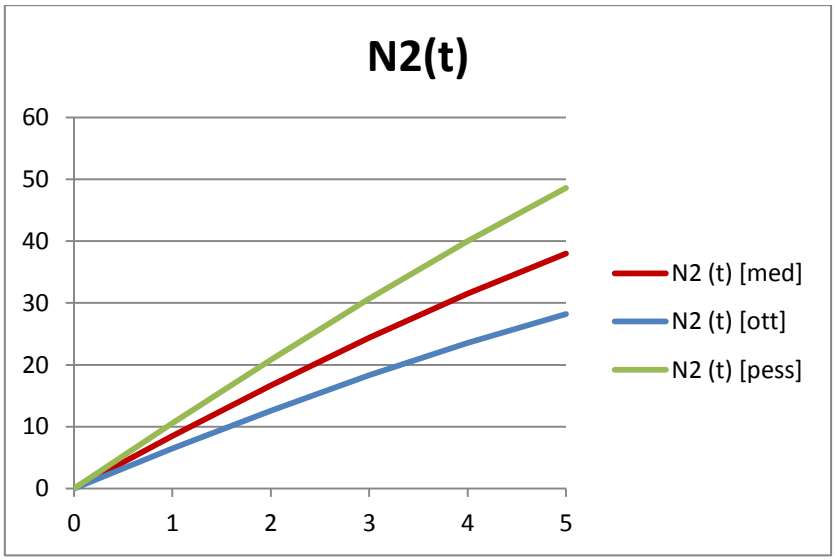


Figura 4.4 – Numero atteso di assicurati nello stato di "invalido LTC" secondo i tre sistemi di pesi [·].



Come si può osservare il sistema di pesi [ott], attribuendo un "livello di credibilità" dell'80% allo scenario $\mathcal{H}_1$ (ossia allo scenario che riflette l'ipotesi evolutiva della *Compression theory*) e stimando di conseguenza una "moderata" diminuzione della mortalità accompagnata da uno spostamento in avanti dei tassi di ingresso nello stato di non autosufficienza, tende, rispetto agli altri due sistemi di pesi, a sovrastimare il numero di persone sane in ogni epoca t e a sottostimare invece il numero di persone invalide. Considerazioni opposte si possono fare in merito al sistema di pesi [pess]

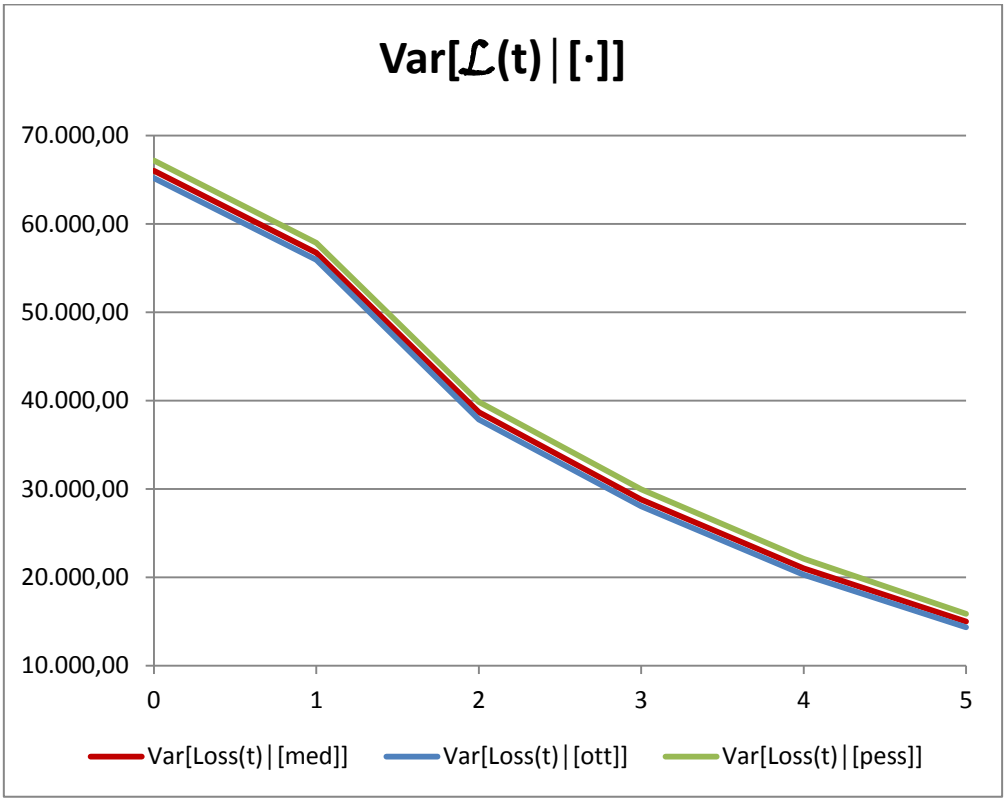
fortemente sbilanciato in favore dello scenario $\mathcal{H}_9$ che ben si concilia con le ipotesi evolutive espresse dalla *Pandemic theory*.

Anche per il calcolo della (4.11) secondo i tre sistemi di pesi considerati si è fatto uso del *software* di programmazione Matlab. Di seguito si riportano i risultati ottenuti.

Tabella 4.6 – $\boldsymbol{Var}\left(\mathcal{L}(t)\middle|N_i^{[\cdot]}(t)\right)$.

t	Var[Loss(t)|[med]]	Var[Loss(t)|[ott]]	Var[Loss(t)|[pess]]
0	65.989,20	65.175,75	67.167,75
1	56.718,44	55.927,49	57.861,90
2	38.686,90	37.847,44	39.835,73
3	28.804,80	28.031,68	29.932,33
4	21.002,90	20.276,33	22.077,33
5	14.966,93	14.316,14	15.849,10

Figura 4.4 – Varianza della funzione di perdita a livello di portafoglio secondo il sistema di pesi [·].



Dall'osservazione del grafico nella figura 4.4, emerge (come ci si poteva ragionevolmente attendere) che condizionatamente al sistema di pesi [ott] il rischio percepito in ogni epoca t risulta inferiore rispetto a quello percepito condizionatamente ai sistemi [med] e [pess]. Tuttavia, il profilo di rischio del portafoglio nei primi cinque anni di copertura sembra non essere influenzato in misura rilevante dall'assunzione da parte del valutatore di un sistema di pesi piuttosto che di un altro, in quanto le tre linee rappresentative dell'andamento della misura di rischio adottata secondo i tre diversi sistemi risultano molto ravvicinate.

Dai risultati dell'analisi di sensitività condotta nell'ipotesi "estrema" di successiva attribuzione di un importante livello di credibilità a ciascuno dei tre scenari ipotetici considerati (espressivi di ipotesi altrettanto "estremizzate" di evoluzione dei fenomeni di mortalità e di invalidità senile), è possibile dunque concludere che la scelta dei pesi, nell'ambito di applicazione di un approccio stocastico alla valutazione del rischio demografico, non sembra influenzare in modo sostanziale l'*output* del modello di rischio adottato. Ciò che sembra contare di più è piuttosto una buona e coerente analisi del rischio di longevità e di invalidità senile. Per cui le scelte strategiche che l'assicuratore potrebbe assumere in conseguenza dei risultati ottenuti dal modello di misurazione del rischio demografico in un portafoglio di polizze LTC *stand alone* (come la determinazione dei caricamenti da imputare ai premi a fronte del rischio percepito per la gestione assicurativa), non dovrebbero risultare fortemente condizionate dal sistema di pesi attribuito dal valutatore al set di scenari considerati. Tuttavia, un buon modo di procedere nella pratica operativa potrebbe essere quello di aggiornare di periodo in periodo il sistema di pesi prescelto, così da tener conto delle più recenti osservazioni demografiche.

CONSIDERAZIONI FINALI

Nel corso della presente trattazione si è sviluppata la tematica del rischio di longevità, inteso come una forma di incertezza da pochi decenni divenuta sempre più importante e degna d'attenzione a causa del fenomeno della diminuzione dei tassi di mortalità, fenomeno che sta interessando sempre più i cosiddetti "Paesi sviluppati" e le fasce d'età più avanzate.

Nel primo capitolo, considerando il rischio di longevità dal punto di vista dell'individuo, ossia come rischio di sopravvivere alle proprie ricchezze nel periodo del pensionamento (quando dunque non si riceve più un reddito da lavoro), si è visto come un'ottima forma di protezione sia costituita dalla rendita vitalizia. Assumendo poi il punto di vista del soggetto che emette e/o gestisce tale prodotto finanziario-previdenziale (un piano pensionistico aziendale, un fondo pensione, un'impresa di assicurazione) si è evidenziato come il rischio di longevità (in questo caso considerato a livello aggregato), scaturisca soprattutto dall'incertezza sulle proiezioni dei tassi di mortalità futuri, cui necessariamente le istituzioni emittenti di rendite vitalizie devono far ricorso (tramite l'uso delle cosiddette "tavole di mortalità proiettate") per il calcolo del valore delle loro passività. In particolare, tale incertezza è scindibile in due diverse componenti: il rischio assicurativo (*insurance risk*), conseguenza di deviazioni accidentali del numero effettivo di decessi dal valore atteso, e il rischio di longevità vero e proprio (*longevity risk*), che si verifica a fronte dei miglioramenti "inattesi" nel trend della mortalità che possono causare una deviazione sistematica del numero effettivo di decessi dal valore atteso. Si è visto che mentre gli effetti della prima componente possono essere mitigati dall'incremento del numero delle polizze in portafoglio (*pooling risk*), la seconda componente, presentandosi come un rischio di tipo sistematico, non è "comprimibile" attraverso la stessa tecnica. Si sono dunque esaminati alcuni contratti usualmente utilizzati dai fondi pensione per il trasferimento del rischio di longevità (quali i contratti di *buy-in* e di *buy-out*), alcune forme di derivati "sulla longevità" (quali i *longevity swap*) e i più tradizionali contratti di riassicurazione, adoperati in genere dalle imprese di assicurazione stesse per "sgravare" i loro bilanci da almeno una parte del rischio di longevità accumulato. Data la scarsa capacità di

smaltimento della crescente domanda di copertura dal rischio di longevità all'interno del settore della riassicurazione, si è poi messa in risalto la grande fiducia che in ambito accademico (e non solo) viene riposta oggi sullo sviluppo di strumenti che consentano in ultima battuta il trasferimento del *longevity risk* al mercato dei capitali. In particolare, si è fatto riferimento ai cosiddetti "*longevity (*o *survivor) bond*", particolari forme di prodotti obbligazionari che pagano cedole annuali decrescenti rapportate alla mortalità effettivamente sperimentata da una certa generazione di individui di riferimento. A fronte della situazione attuale del mercato della longevità (ancora in una fase iniziale di sviluppo, testimoniata dalla forte illiquidità), molti analisti auspicano un ruolo centrale dei governi nella futura espansione di tale mercato, ruolo giustificato dalle classiche prerogative dell'interventismo statale (quali l'offerta di beni pubblici, la questione delle esternalità, i fallimenti del mercato, e così via), oltre che dalla capacità delle istituzioni pubbliche di distribuire il rischio di longevità tra generazioni di persone viventi e generazioni che devono ancora nascere, e di superare uno degli ostacoli più importanti allo sviluppo dell'offerta privata di strumenti di copertura dalla longevità, quale si è visto essere il problema della selezione avversa.

Nel secondo capitolo, per una corretta e consapevole gestione di una così particolare tipologia di rischio, emersa all'attenzione degli studiosi (oltre che degli operatori del settore dell'assicurazione vita) soltanto in tempi relativamente recenti, si sono introdotti in ambito assicurativo i processi tipici del *Risk Management* (RM). Si sono percorse le fasi successive di identificazione, quantificazione, mitigazione e monitoraggio del rischio di longevità, dando rilievo in particolare al secondo punto. Ci si è soffermati, infatti, soprattutto sulla distinzione tra l'adozione di un approccio deterministico alla quantificazione del rischio in questione e l'adozione di un approccio stocastico. Mentre il primo (intenso nel senso proprio del termine, come stima puntuale delle passività attraverso metodi di estrapolazione del trend di mortalità dai dati storici) è incapace di considerare alcuna forma di incertezza sulle previsioni future della mortalità, il secondo è in grado invece di inglobare in modo variabile nel modello di rischio prescelto l'incertezza sulle proiezioni di cui si è detto. Si è quindi sottolineato come l'approccio stocastico sia di fondamentale importanza (soprattutto in un contesto demografico estremamente dinamico come quello attuale) per evitare la sottostima dell'effettiva posizione di rischio dell'assicuratore, in particolare nelle valutazioni di solvibilità.

Nel terzo capitolo si è allargato l'esame del rischio demografico ad un'altra componente di tipo sistematico, che va ad affiancarsi al rischio di longevità nella gestione di particolari prodotti assicurativi di tipo sanitario (prevalentemente "a vita intera") quali sono le polizze assicurative *Long Term Care* (LTC), prodotti di sempre maggior utilità dato il fenomeno del generale "invecchiamento" della popolazione dei Paesi sviluppati. Si tratta della componente data dal "rischio di invalidità senile", inteso ancora una volta come rischio che a livello aggregato si verifichino scostamenti dei tassi effettivi di ingresso nello stato di non autosufficienza (*inception rates*) rispetto ai valori attesi. Rimanendo nell'ambito di applicazione dell'approccio RM, e focalizzandosi in particolare sulla fase di quantificazione del rischio demografico (ora considerato nella sua doppia combinazione di rischio di longevità e di invalidità senile), si sono visti in particolare due esempi di modello di rischio: in uno, come grandezza economico-finanziaria atta a rappresentare l'impatto sulla gestione assicurativa del rischio in questione, si è assunta la funzione di perdita del portafoglio di polizze considerato (intesa come differenza tra il valore attuale delle prestazioni e il valore attuale dei premi da incassare), nell'altro si è assunta, invece, la riserva di rischio (o "margine di solvibilità", grandezza in grado di rappresentare la capacità dell'assicuratore di far fronte alle proprie obbligazioni). In entrambi i casi si è applicato prima un approccio deterministico (adottando in questo caso la particolare accezione data al termine "deterministico" da parte dei ricercatori Levantesi S. e Menzietti M., in base alla quale un approccio deterministico sarebbe in grado di cogliere l'incertezza sulla previsione data dal solo rischio di processo, ossia dalle fluttuazioni casuali attorno ai valori attesi), e poi un approccio stocastico (in grado di cogliere invece anche la componente non sistematica dell'incertezza sulle previsioni), basato quest'ultimo sull'assunzione di un set di ipotesi combinate di evoluzione della mortalità e dell'invalidità, e sull'attribuzione allo stesso di un sistema di pesi necessario ad ottenere una distribuzione non condizionata della grandezza economico-finanziaria considerata (necessario quindi ad inglobare nella valutazione oltre che il rischio di processo, anche una parte di rischio di longevità, nello specifico la sua componente di "rischio di parametro"). In entrambi i casi l'applicazione dell'approccio stocastico ha rivelato, a parità di condizioni, una misura di rischio nettamente più elevata rispetto a quella ottenuta dall'applicazione dell'approccio deterministico. Inoltre, variando la dimensione

dei portafogli considerati nei due casi esemplificativi, ed ottenendo come risultato l'evidenziazione di una parte di rischio "irriducibile", si è provata (in modo ancor più chiaro) la capacità dell'approccio stocastico di cogliere proprio quella parte del rischio demografico non influenzato da cambiamenti nelle dimensioni del portafoglio, in quanto di tipo sistematico.

Nel quarto capitolo, infine, si è proceduto all'implementazione di un'analisi di sensitività. Considerando un portafoglio omogeneo di polizze LTC di tipo *stand alone*, nell'ambito di applicazione di un approccio di valutazione stocastico alla misurazione del rischio demografico, si è voluto verificare quanto l'*output* finale del modello di rischio adottato (ossia la varianza della funzione di perdita del portafoglio) potesse essere influenzato da un cambiamento del sistema di pesi (dunque del "livello di credibilità") attribuito dal valutatore al set di scenari presi in considerazione. In particolare, si sono considerati tre ipotetici sistemi di pesi alternativi: uno "medio" nel quale si attribuisce la maggior probabilità di accadimento (l'80%) allo scenario che sottende un trend di diminuzione della mortalità "moderato", accompagnato da un andamento costante dei tassi di ingresso in stato di non autosufficienza; uno "ottimistico" che, invece, attribuisce maggior importanza relativa allo scenario che prospetta il minor valore atteso dei costi futuri per l'assicuratore ("lieve" diminuzione dei tassi di mortalità per età ed allungamento dell'aspettativa di vita in stato di salute in misura proporzionalmente maggiore rispetto all'allungamento dell'aspettativa di vita in stato di invalidità); ed infine, un sistema di pesi "pessimistico", il quale prospettando un accentuato incremento dell'aspettativa di vita totale ad età avanzata, dato soprattutto dalla maggior durata dell'aspettativa di vita in stato di invalidità, prevede per l'assicuratore un importante aumento dei futuri costi di copertura delle proprie passività. Si è proceduto al calcolo del valore della varianza della funzione di perdita di portafoglio in ognuno dei primi cinque anni della copertura per ciascuno dei tre sistemi di pesi considerati, sfruttando l'impostazione probabilistica usualmente adottata in letteratura nello studio dell'evoluzione delle polizze LTC, ossia il modello multistato a tempo continuo associato alla catena di Markov non omogenea, presentato nel terzo capitolo. L'implementazione numerica è stata realizzata mediante il *software* di programmazione Matlab. Dall'analisi di sensibilità sono emersi tre diversi andamenti nel tempo del profilo di rischio del portafoglio, che, come ci si poteva ragionevolmente

attendere, testimoniano un livello di rischio sistematicamente più basso nel caso di adozione del sistema di pesi “ottimistico” rispetto al caso in cui si adotta il sistema “medio”, e ancor di più rispetto al caso in cui si assume invece il sistema “pessimistico”. Tuttavia, i risultati numerici hanno dimostrato che la “distanza” tra i tre profili di rischio non risulta rilevante, nonostante si siano assunti dei sistemi di pesi alternativi così “drasticamente” sbilanciati verso ipotesi di evoluzione tanto diverse l’una dall’altra.

Si può dunque concludere che, nell’ambito di applicazione di un approccio stocastico alla valutazione del rischio demografico, la determinazione dei pesi da attribuire al set di scenari considerati non risulta influenzare in modo così sostanziale l’*output* del modello di rischio adottato, quanto piuttosto risulta significativa una buona e coerente analisi del *longevity risk*, condotta ad esempio secondo l’approccio RM più volte richiamato. In ogni caso, nella pratica operativa, un buon modo di procedere potrebbe essere quello di assegnare inizialmente un certo insieme di pesi alle differenti assunzioni combinate sulla mortalità e sull’invalidità senile, per poi aggiornare periodicamente i pesi stessi sulla base dell’esperienza empirica maturata nel tempo. In particolare, un metodo appropriato di aggiornamento dei pesi potrebbe essere rappresentato da un modello inferenziale di tipo bayesiano.

Riferimenti bibliografici

AIBA (Associazione Italiana Brokers di Assicurazioni e Riassicurazioni) (2001), La tutela assicurativa della terza età: le polizze long term care ed il ruolo del broker, *Atti del Convegno AIBA del 24 Ottobre 2001*, Roma.

Antolin P. (2007), Longevity Risk and Private Pensions, *OECD Working Papers on Insurance and Private Pensions*, No. 3, OECD Publishing.

Antolin P., Blommestein H. (2007), Governments and the market for longevity-indexed bonds, *OECD Working Papers on Insurance and Private Pensions*, No. 4, OECD Publishing.

Babbel D.F., Merrill C.B. (1998), Economic valuation models for insurers, *North American actuarial journal*, Vol. 2, No. 3, 1-17.

Babbel D.F., Gold J., Merrill C.B. (2002), Fair Value of Liabilities: the Financial Economics Perspective, *North American actuarial journal*, Vol. 6, No. 1, 12-27.

Barrieu P., Bensusan H., El Karoui N., Hillairet C., Loisel S., Ravanelli C., Yahia Salhi Y. (2010), Understanding, modelling and managing longevity risk: key issues and main challenges, *Scandinavian Actuarial Journal*, Vol. 3, 203-231.

Basso A., Pianca P. (2010), Introduzione alla Matematica Finanziaria, CEDAM, Padova.

Brouhns N., Denuit M., Vermunt J.K. (2002), Measuring the longevity risk in mortality projections, *Bulletin of the Swiss Association of Actuaries*, No. 2, 105-130.

Cocozza R., Di Lorenzo E. (2006), Solvency of life insurance companies: methodological issues, *Journal of Actuarial Practice*, Vol. 13, 81-101.

Cocozza R., Di Lorenzo E., Sibillo M., (2007), The current value of the mathematical provision: a financial risk prospect, *Problems and Perspectives in Management*, Vo. 5, No. 2, 127-140.

Cocozza R., Di Lorenzo E., Orlando A., Sibillo M. (2010), A financial analysis of surplus dynamics for deferred life schemes, *Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finance*, 85-92.

Cocozza R., Di Lorenzo E. (2011), A Dynamic Solvency Approach for Life Insurance, Social Science Research Network, [scaricabile da: http://ssrn.com/abstract=1736922 or http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1736922].

Coda Moscarola F. (2003), L'assistenza di lungo termine agli anziani non autosufficienti (LTC). Un'analisi comparativa e prospettica con un'applicazione alla regione Piemonte, *Rapporto CeRP*, Università degli Studi di Torino, [scaricabile da: http://web.econ.unito.it/cerp/Pubblicazioni/archivio/other/IntroduzioneLTC.pdf].

Coppola M., Di Lorenzo E., Sibillo M. (2000), Risk sources in a life annuity portfolio: decomposition and measurement tools, *Journal of Actuarial Practice*, Vol. 8, 43-61.

Coppola M., Di Lorenzo E., Sibillo M. (2003), Stochastic analysis in life office management: applications to large annuity portfolios, *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, Vol. 19, No. 1, 31-42.

Crawford T., de Haan R., Runchey C. (2008), Longevity Risk Quantification and Management: A Review of Relevant Literature, *Society of Actuaries*, Ernst & Young LLP.

Dahl M. (2004), Stochastic Mortality in Life Insurance: Market Reserves and Mortality-linked Insurance Contracts, *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 35, 113-136.

Dahl M., Møller T. (2005), Valuation and Hedging of Life Insurance Liabilities with Systematic Mortality Risk, *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 39, 193-217.

D'Amato V. (2008), Il fenomeno della longevità ed il rischio di modello: analisi e misura, XX Ciclo del Dottorato in Matematica per l'Analisi economica e la Finanza, Università degli Studi di Napoli Federico II.

D'Amato V., Russolillo M. (2010), Lee-Carter error matrix simulation: heteroschedasticity impact on actuarial valuations, *Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finance*, 113-122.

De Ceglia Vito (2012), Il Paese invecchia, la Sanità arretra i fondi privati pilastro in costruzione, Repubblica-Economia Affari e Finanza del 3 dicembre 2012, [scaricabile da: http://www.repubblica.it/economia/affari-e-finanza].

Denuit M., Devolder P., Goderniaux A. (2007), Securitization of Longevity Risk: Pricing Survivor Bonds with Wang Transform in the Lee-Carter Framework, *The Journal of Risk and Insurance*, Vol. 74, 87-113.

ECB (European Central Bank) (2005), Longevity risk, Interest rates and Insurance Companies and Pension funds, *Financial Stability Review: December 2005*.

Ferri S., Olivieri A. (2000), Technical bases for LTC covers including mortality and disability projections, *Proceedings of the 31st International ASTIN Colloquium*, Porto Cervo (Italy).

Fong J. H. Y., Mitchell O. S., Koh B.S.K. (2011), Longevity Risk Management in Singapore's National Pension System, *The Journal of Risk and Insurance*, Vol. 78, No. 4, 961-981.

Guarino F., LTC e non autosufficienza in Italia: tra definizioni teoriche e prospettive di spendibilità, [scaricabile da: http://www.francoangeli.it/Area_RivistePDF/getarticolo.ashx?idArticolo=32111].

Haberman S., Pitacco E. (1999), *Actuarial Models for Disability Insurance*, Chapman & Hall/CRC Press, London.

Hairs C. J., Belsham D. J., Bryson N. M., George C. M., Hare D. J. P., Smith D.A., Thompson S. (2001), Fair valuation of liabilities, *Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries*, 1-49.

Hanewald K., Piggott J., Sherris M. (2013), Individual post-retirement longevity risk management under systematic mortality risk, *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 52, No. 1, 87-97.

Hári N., De Waegenaere A., Melenberg B., Nijman T. E. (2008), Longevity risk in portfolios of pension annuities, *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 42, No. 2, 505-519.

IAA (International Actuarial Association) (2004), A Global Framework for Insurer Solvency Assessment, A Report by the Insurer Solvency Assessment Working Party of the International Actuarial Association, [scaricabile da: http://www.actuaries.org/LIBRARY/Papers/Global_Framework_Insurer_Solvency_Assessment-members.pdf].

ISVAP (2001), Long Term Care (LTC). Il costo e il finanziamento dell'assistenza agli anziani non autosufficienti in Italia, Quaderno ISVAP n. 11.

Lane, Clark & Peacock (2010), Pension Buyouts: Buy-outs, Buy-ins & Longevity Hedging, *Third edition of the Lane Clark & Peacock LLP Pension Buyouts report*, [scaricabile da: http://www.lcp.uk.com/media/39817/pension_buyouts_2010.pdf].

Levantesi S., Menzietti M. (2007), Longevity and disability risk analysis in enhanced life annuities, *Proceedings of the 1st LIFE Colloquium*, Stockholm (Sweden).

Levantesi S., Menzietti M. (2008), Longevity Risk and Reinsurance Strategies for Enhanced Pensions, MTISD-Methods (Models and Information Technologies for Decision Support Systems), Università del Salento, Lecce, 195-198.

Levantesi S., Menzietti M. (2010a), Assicurazioni Long Term Care: Analisi e Valutazione dei Rischi, Facoltà di Scienze Statistiche, Università Sapienza Roma, 19 ottobre 2010, [scaricabile da: http://www.italian-actuaries.org/Seminario%20IIA_LTC2010.pdf]

Levantesi S. , Menzietti M. (2010b), Managing demographic risk in enhanced pensions, *Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finance*, Springer, 133-142.

Levantesi S. (2011), La valutazione del rischio di non autosufficienza nelle assicurazioni Long Term Care, Roma, 26 aprile 2011, [scaricabile da: http://www.adepp.info/wp-content/uploads/2012/03/La-valutazione-del-rischio-di-non-autosufficienza-nelle-assicurazioni-LTC.pdf].

Levantesi S. , Menzietti M. (2012), Managing longevity and disability risks in life annuities with long term care, *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 50, 391-401.

Lin Y., Cox S. H., (2005), Securitization of mortality risks in life annuities, *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 72, 227-252.

Lysenko N. (2005), Stochastic Analysis of Life Insurance Surplus, Master of Science in the Department of Statistics and Actuarial Science, B.Sc., Simon Fraser University.

MacMinn R., Brockett P., Blake D. (2006), Longevity Risk and Capital Markets, *The Journal of Risk and Insurance*, 551-557.

Ngai A., Sherris M. (2011), Longevity risk management for life and variable annuities: The effectiveness of static hedging using longevity bonds and derivatives, *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 49, No. 1, 100-114.

Olivieri A., Pitacco E. (2000), Solvency requirements for life annuities, *Proceedings of the International AFIR 2000 Colloquium*, Tromsø (Norway), 547-571.

Olivieri A., Pitacco E. (2001), Facing LTC Risks, *Proceedings of the 32nd ASTIN Colloquium, Washington*, and *Proceedings of the 5th International Congress on Insurance: Mathematics &Economics*, Vol. 2, Pennsylvania State University.

Olivieri A. (2002), Risk and reinsurance in life annuity portfolios, Working paper n.3, Dipartimento di Matematica Applicata alle Scienze Economiche, Statistiche ed Attuariali, Università degli Studi di Trieste.

Olivieri A., Pitacco E. (2002), Inference about Mortality Improvements in Life Annuity Portfolios, *Transactions of the 27th International Congress of Actuaries*, Cancun (Mexico), [scaricabile da: http://www.actuaries.org/EVENTS/Congresses/Cancun/ica2002_subject/mortality/mortality_76_olivieri_pitacco.pdf].

Olivieri A., Pitacco E. (2006), Life Annuities and Longevity dynamics, Working Paper n. 36, CERAP.

Parker G. (1997), Stochastic analysis of the interaction between investment and insurance risks, *North American actuarial journal*, Vol. 1, No. 2, 55-84.

Pitacco E. (2002a), Longevity risks in living benefits, Working Paper n.23/02 del CeRP (Center of Research on Pension and Welfare Policies), Presented at the third annual CeRP conference "Developing an Annuity Market in Europe" Moncalieri, Turin, 21-22 June 2002, [scaricabile da: http://web.econ.unito.it/cerp/Pubblicazioni/archivio/WP_CeRP/WP_23.pdf].

Pitacco E. (2002b), Long Term Care Insurance in Italy, *XXVII ICA Health Seminar Critical Issues in Managing Long Term Care Insurance*, Cancun (Mexico), [scaricabile da: http://www.actuaries.org/EVENTS/Congresses/Cancun/health_subject/health_15_37_pitacco.pdf].

Pitacco E. (2004a), Prodotti assicurativi sanitari e previdenziali nel nuovo scenario demografico. Profili attuariali, *Atti del VI Congresso Nazionale di Scienza e Tecnica delle Assicurazioni*, Bologna, 261-289.

Pitacco E. (2004b), Survival models in a dynamic context: a survey, *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 35, 279-298.

Pitacco E. (2010), Rendite vitalizie: tra vecchie formule e nuovi scenari, *Atti del Convegno "Economia e Incertezza"*, EUT (Edizioni Università di Trieste), 137-155.

Porzio C., Previati D., Cocozza R., Miani S., Pisani R. (2011), Economia delle imprese assicurative, McGraw-Hill, Milano.

Roy A. (2012), Innovative Approaches to Managing Longevity Risk in Asia: Lessons from the West, ADBI Working Paper 353, Tokyo: Asian Development Bank Insitute.

Seganti F. (2010), La previdenza complementare e il mercato delle rendite, XXIII Ciclo del dottorato di ricerca in Finanza, Università degli Studi di Trieste.

Sherris M., Wills S. (2011), Integrating Financial and Demographic Longevity Risk Models: An Australian Model for Financial Applications, *UNSW Australian School of Business*, Research Paper No. 2008 ACTL05.

Stallard E. (2006), Demographic Issues in Longevity Risk Analysis, *The Journal of Risk and Insurance*, Vol. 73, No. 4, 575-609.