



Università
Ca' Foscari
Venezia

Corso di Laurea magistrale in
Marketing e Comunicazione

Tesi di Laurea

—
Ca' Foscari
Dorsoduro 3246
30123 Venezia

Aggregazione di preferenze: metodi a confronto

Relatore

Prof. Marta Cardin

Laureando

Andrea Sartorello

Matricola 832398

Anno Accademico

2015 / 2016

Sommario

Introduzione	3
Capitolo 2: l'approccio classico	5
2.1 La teoria delle scelte sociali	5
2.2 Il 1700 e la nascita della disciplina.....	7
2.2.1 Condorcet: teorema e paradosso	7
2.2.2 Il metodo di Borda: la sconfitta della maggioranza	11
2.3 L'approccio del 1900	15
2.3.1 Arrow e il teorema dell'impossibilità	16
2.3.2 Dimostrazioni del teorema	19
2.4 Altri contributi.....	20
2.4.1 Ramon Llull.....	20
2.4.2 Duncan Black	22
Capitolo 3: Laraki, Balinski e il "majority judgment"	25
3.1 Il punto della situazione	25
3.2 Un nuovo contributo franco-polacco: Rida Laraki e Michel Balinski.....	26
3.2.1 Lo stato dell'opera secondo Balinski - Laraki.....	26
3.2.2 Il fallimento del metodo a maggioranza	30
3.2.3 "Majority judgement"	32
3.2.4 Un'applicazione pratica: il giudizio di Parigi	34
Capitolo 4: applicazioni della teoria delle scelte sociali	39
4.1 L'ambito sportivo.....	39
4.1.1 L'UEFA e il sistema calcio europeo.....	40
4.1.2 Il calcolo dei ranking.....	42
4.1.3 Il ranking UEFA per club	45
4.1.4 Il ranking attuale	46
4.1.5 Considerazioni finali	55
4.2 Il Pallone d'Oro FIFA.....	58
4.2.1 Il calcolo del punteggio e la classifica attuale	59
Conclusioni	62
Bibliografia	64

Introduzione

L'obiettivo di questo lavoro è analizzare le diverse modalità esistenti di aggregazione dei dati al fine di formare una classifica di elementi. Da un lato, dunque, l'analisi verterà sul problema di trasformazione di giudizi qualitativi (e dunque non aggregabili né utilizzabili numericamente) in elementi oggettivi, numeri con cui poter lavorare e a cui poter attribuire un significato univoco e non passibile di diverse interpretazioni; dall'altro, il focus sarà su alcuni metodi esistenti di aggregazione di questi dati a formare dei ranking di elementi, e sui diversi risultati ottenibili applicando ciascuno dei differenti criteri di aggregazione, dei quali saranno analizzati nel dettaglio pregi e difetti strutturali.

In letteratura, l'argomento è di discreto interesse. Molti infatti sono i campi di applicazione di questa materia, e molti sono stati gli studi in merito, con ampi sviluppi ad esempio per quanto concerne l'analisi delle scelte sociali di una popolazione (con riferimento alle elezioni del capo di Stato di un Paese), o il sistema di classificazione degli atleti di una gara di tuffi o di pattinaggio artistico.

Oltre ai più celebri autori che, come si vedrà in seguito, hanno fatto della disciplina delle scelte sociali il loro campo di studi (Condorcet, Borda, Arrow, Lull, Black ed altri), rilevante è l'apporto alla disciplina dato da Rida Laraki e Michael Balinski. La loro ricerca si focalizza principalmente su due ambiti: i sistemi elettivi, dove viene analizzata la differenza tra voto e giudizio ("Judge: Don't vote") e preso in considerazione il giudizio di maggioranza come unico metodo possibile per determinare il vincitore di un'elezione; i giudizi sul vino, e come l'applicazione di diverse modalità di ranking possa determinare output diversi in termini di classifiche finali.

Per la redazione di questo elaborato, verrà innanzitutto fatto riferimento alle diverse metodologie che nel tempo sono state sviluppate per l'aggregazione dei dati: un excursus storico che partirà dal 1700, arriverà al 1900 per poi tornare indietro al 1200. La seconda parte sarà dedicata agli studi di Balinski e Laraki, e all'apporto alla materia che hanno contribuito a dare, con riferimento anche all'applicazione della disciplina al "Giudizio di Parigi", una gara enologica tenutasi a metà degli anni '70 che i due ricercatori hanno analizzato e riscritto.

Da ultimo, verrà analizzata in modo approfondito un'applicazione pratica della disciplina: in ambito sportivo, verranno sottoposti a giudizio le attuali modalità di calcolo del ranking UEFA per club e del vincitore del premio "Pallone d'Oro FIFA", per provare a definire se gli attuali metodi di aggregazione delle informazioni rispecchiano o meno i valori che tali ranking esprimono.

2. L'approccio classico

2.1 La teoria delle scelte sociali

Prima di considerare il tema fondamentale dell'elaborato, risulta utile un'introduzione in merito alla materia che si andrà ad analizzare, la cosiddetta teoria delle scelte sociali.

Nella sua definizione, la teoria delle scelte sociali è descritta come l'insieme di regole e criteri che permettono di aggregare i giudizi, le opinioni, le preferenze e gli interessi delle singole persone, con lo scopo di giungere a una decisione e ad un benessere che non sia solo individuale, ma che sia un benessere proprio della collettività. Nel concreto, per esempio, questo si può tradurre nell'aggregazione di più volontà volte a raggruppare un insieme di leggi per formare la Costituzione di un Paese.

L'origine di questi studi si fa risalire al 1700, grazie ai contributi di Borda e de Condorcet (che verranno analizzati nello specifico più avanti) che ne hanno formalizzato la definizione; la moderna teoria delle scelte sociali, tuttavia, attinge anche da contributi più datati, come quello di Ramon Llull, risalente al 1200. Al perfezionamento della teoria hanno contribuito anche studiosi del 1900, il più celebre dei quali è Arrow.

Ciò che viene classificato con l'etichetta di "scelte sociali" considera aspetti diversi, legati all'economia, alla sociologia, alla teoria del benessere, alla teoria dei voti e alla teoria dei giochi.

Le applicazioni, a livello pratico, sono molteplici: storicamente, l'ambito classico a cui viene applicata è quella delle elezioni per l'elezione del presidente di un Paese. Numerosi studi mettono in evidenza come l'aggregazione della volontà politica dei singoli a formare una volontà unitaria, che inoltre sia socialmente accettabile e si traduca in una scelta condivisa da più persone possibili, sia un esercizio per nulla automatico. Un esempio: la regola della pluralità ("first-past-the-post", anche detta "winner-takes-all", la regola di voto usata anche negli Stati Uniti d'America), secondo cui al candidato col maggior numero di voti viene assegnata la vittoria, ancorché non rappresentando strettamente una maggioranza ma solo una

pluralità, risulta avere numerosi svantaggi operativi, tra i quali la possibilità di “voto tattico” (non voto l’alternativa a me favorevole in assoluto, poiché so che potrà avere poche chances di vittoria, pertanto cerco di prevedere chi saranno i due candidati favoriti, e voto per quello dei due che preferisco) e la certezza della presenza di voti sprecati, per candidati perdenti o voti in eccesso rispetto a quelli necessari per la vittoria: tutti voti irrilevanti nella formazione dell’esito finale.

Quello delle elezioni è solo uno dei molteplici campi di applicazione della teoria. Sensu lato, e unendo la teoria delle scelte sociali a quella cosiddetta “della saggezza della folla” (secondo cui una molteplicità di persone avrà più conoscenza di un argomento rispetto ad un esperto, al verificarsi di certe condizioni), il mondo di Internet ha fatto sua questa disciplina, traducendola in strumenti quali i vari algoritmi presenti in molti dei siti di uso comune (il PageRank di Google, o l’algoritmo di Amazon che suggerisce prodotti simili a quelli visitati in precedenza, per esempio), che funzionano aggregando il comportamento e quindi, di fatto, le scelte e le preferenze di milioni di persone. Di più: gli studi sui metodi di aggregazione dei dati, uniti alle tecnologie e alle caratteristiche intrinseche della rete (che permette di raggiungere molte persone con costi molto bassi), permetteranno in futuro lo sviluppo di strumenti in grado, per esempio, di predire e tracciare le epidemie di malattie contagiose, o addirittura di diagnosticare malattie rare tramite l’unione di esperienze personali differenti.

Il nucleo della questione, dunque, appare chiaro: in presenza di una molteplicità di soggetti, che esprimono opinioni diverse in merito ad un determinato argomento o che semplicemente offrono come gruppo un insieme di input disomogeneo, cruciale diventa la modalità con cui queste opinioni e questi input vengono aggregati a formare un output, che risulti “vincitore” rispetto agli altri e rispetto alle preferenze di tutti i soggetti in gioco, nel caso in cui gli input possano essere ordinati in una scala di preferenze.

Per capire quale delle funzioni di aggregazione sia la più corretta, occorre fare una riflessione che coinvolga il contesto e l’obiettivo delle opinioni

collettive che vengono espresse. Sono tre gli ordini di problemi che si pongono nell'affrontare questioni di questo tipo:

1. L'opinione collettiva deve rappresentare un compromesso o un consenso? Nel secondo caso, al contrario del primo, ogni soggetto in gioco prenderà la decisione collettiva come propria, e dunque il metodo di aggregazione verrà visto come un metodo di formazione del consenso;
2. La decisione collettiva si dovrà basare su fondamenta formali o epistemiche? Nel primo caso, l'opinione collettiva dovrà riflettere la mera somma delle opinioni individuali; nel secondo, invece, ci dovrà essere una base scientifica che sorregga la scelta collettiva;
3. Tutte le informazioni su cui si basa la scelta sono pubbliche? Casi di asimmetria informativa possono modificare radicalmente gli esiti di una elezione.

2.2 Il 1700 e la nascita della disciplina

Come detto, le origini della teoria delle scelte sociali sono generalmente imputate a due studiosi in particolare: i francesi Nicolas de Condorcet e Jean-Charles de Borda, vissuti entrambi nel diciottesimo secolo. Ma mentre Condorcet definì una teoria nuova per quanto riguarda l'ordinamento di preferenze espresse da più persone, Borda riprese e formalizzò nel 1770 una teoria già in uso dai tempi degli antichi romani. Il cosiddetto "metodo Borda" fu una risposta agli studi di Condorcet, ritenuti dall'autore equi, ma troppi difficoltosi da applicare. Tra i due metodi nacque dunque un dibattito su quello che poteva essere il migliore, dibattito che di fatto è il precursore della discussione attuale in merito agli studi dell'americano Arrow e al suo teorema dell'impossibilità.

2.2.1 Condorcet: teorema e paradosso

Marie-Jean-Antoine-Nicolas de Caritat, marchese di Condorcet, nacque a Ribemont nel 1743. Nella sua vita fu matematico, economista, filosofo e politico rivoluzionario: grazie alla collaborazione con i filosofi Diderot e

d'Alembert, fece parte del gruppo di intellettuali che redasse l'Enciclopedia. Pensatore liberale, prese parte attiva alla rivoluzione francese tra le fila dei girondini, e alcuni contrasti con Robespierre gli valsero il carcere, dove morì nel 1794.

Vero innovatore e brillante pensatore, Condorcet fu uno dei pionieri della teoria delle scelte sociali, risultando uno dei primi ad utilizzare la matematica nel campo delle scienze sociali.

Nel 1785, nel suo "Trattato sull'Applicazione dell'Analisi alla Probabilità delle Decisioni a Maggioranza", formulò il "teorema della giuria di Condorcet", che definisce il comportamento di un insieme di persone nella scelta di un giudizio su un determinato argomento. Il teorema parte da una situazione molto semplice: un gruppo di persone vuole raggiungere una determinata decisione attraverso un voto a maggioranza, decisione presa tra due alternative possibili, di cui una è corretta, l'altra incorretta. Ognuno dei singoli decisori ha una probabilità pari a p di scegliere l'alternativa corretta, probabilità che è indipendente rispetto alle altre probabilità di tutti gli altri soggetti: il teorema si interroga su quale sia il numero ideale di votanti che dovrebbero partecipare al gruppo di decisione. Condorcet dimostra che, focalizzandosi su p , il valore di riferimento è $\frac{1}{2}$:

- Se p è maggiore di $\frac{1}{2}$, e dunque ciascuno dei votanti ha più probabilità di scegliere l'alternativa corretta, aumentare il numero di persone che decidono aumenterà la probabilità di optare per la giusta scelta, con la probabilità p che tenderà a 1 mano a mano che il numero di componenti del gruppo aumenterà;
- Se p è invece minore di $\frac{1}{2}$, aumentare il numero di votanti porterebbe il valore di p prossimo allo 0, diminuendo drasticamente la probabilità di scegliere nel modo corretto. In questo caso, il numero ideale di decisori è uno.

Del teorema, si possono considerare i seguenti aspetti:

- 1- In primis, prevede che i voti siano ognuno totalmente indipendente rispetto agli altri. Questa, nella realtà dei fatti, è una situazione molto poco realistica, poiché i votanti tendono a influenzarsi l'uno con

l'altro, indotti da dinamiche interne ai vari gruppi di cui fanno parte, siano essi micro-gruppi (la stessa famiglia di appartenenza, per esempio) o macro-gruppi (stessa religione, stessa cultura, stessa appartenenza geografica). A seguito di ciò, sono state formulate delle versioni del teorema che tengano conto della dipendenza dei giudizi tra loro: uno dei più convincenti considera non il totale delle competenze individuali (per esempio, la probabilità individuale di scegliere correttamente) ma la sua media, asserendo che se anche solo questa media è superiore ad $\frac{1}{2}$, allora la probabilità di scegliere l'alternativa corretta aumenta all'aumentare dei componenti del gruppo. In questo modo, il teorema non necessita più del requisito dell'indipendenza totale tra i giudizi, tuttavia prende in considerazione il grado di correlazione di questi ultimi.

- 2- Risulta poi inverosimile l'assunto secondo cui tutti i votanti hanno la stessa probabilità di scegliere l'alternativa corretta. Fisiologicamente, ci saranno persone più informate di altre, che quindi avranno una probabilità più alta di prendere una decisione corretta.
- 3- E' inoltre difficile, talvolta, definire un'alternativa "giusta" o "migliore" di un'altra: questo esercizio può essere immediato se si valuta una questione oggettiva, meno se ciò che si sta valutando è, ad esempio, l'applicazione di una legge per la comunità.
- 4- Da ultimo, il teorema non si applica (direttamente) in casi in cui le alternative al vaglio sono più di due. In questo caso, vanno fatte delle modifiche al metodo, che possono portare, come vedremo tra poco, al cosiddetto paradosso di Condorcet.

Il teorema formulato nel 1785, dunque, non è esente da critiche; ciononostante, rimane una pietra miliare di questa disciplina, sulla base della quale sono nate molte delle teorie moderne e si sviluppano molti dei dibattiti attuali sull'argomento.

Come detto, uno dei limiti del teorema di Condorcet è la non applicabilità diretta a giudizi in cui siano presenti più di due alternative. In questo caso, le alternative vanno divise e valutate a coppie, riportando la situazione di

valutazione ad un “uno contro uno”, e poi analizzate le relazioni esistenti tra le coppie, per identificare un vincitore, il cosiddetto “Condorcet winner”.

Esempio:

Tabella 1

	Prima scelta	Seconda scelta	Terza scelta
Soggetto 1	A	B	C
Soggetto 2	B	C	A
Soggetto 3	C	A	B

Nella tabella 1 sono riportati i giudizi di tre soggetti sugli elementi A, B e C, in ordine di preferenza: il soggetto 1 ad esempio preferisce l’opzione A, come seconda scelta l’opzione B e come terza scelta l’opzione C. Già in questa situazione, si verifica un’*impasse*: ognuna delle 3 opzioni riceve un voto come prima preferenza, un voto come seconda e un voto come terza.

Risultato simile si ottiene con una votazione in doppio turno. Infatti, se per ipotesi al secondo turno si scontrassero i due risultati che hanno ricevuto più voti al primo (eliminando la terza opzione), facendo scalare come prima preferenza l’opzione rimasta e ponendo che A fosse eliminata dalla votazione, il risultato sarebbe il seguente:

Tabella 2

	Prima scelta	Seconda scelta
Soggetto 1	B	C
Soggetto 2	B	C
Soggetto 3	C	B

Con A eliminata, vincerebbe B con 2 voti a 1 nei confronti di C. Tuttavia, se B fosse eliminata vincerebbe C, con una vittoria di 2 a 1 nei confronti di A; eliminando C, infine, vincerebbe A per 2 a 1 su B.

Nei tre casi, ciò che si ottiene può essere così schematicamente riassunto:

$B > C$

$C > A$

$A > B$

con il simbolo “>” che indica un elemento vincitore rispetto ad un altro. In questo modo, viene violata la regola della transitività: se B vince su C e C vince su A, ci si aspetterebbe che B vincessesse su A, cosa che invece non accade. È il paradosso o ciclo di Condorcet (ciclo poiché ogni alternativa vince sull'altra senza una possibilità di stabilire una scala gerarchica), da cui si evince un teorema fondamentale della teoria delle scelte sociali: nelle votazioni a maggioranza, non è detto che ci sia sempre un vincitore di Condorcet.

Nel mondo, attualmente, il metodo di Condorcet non è utilizzato per nessuna elezione governativa, stante la sua complessità e la possibilità di incorrere nel paradosso. Tuttavia, alcune organizzazioni private utilizzano il metodo o varianti di esso per le proprie votazioni: il Partito Pirata svedese, per esempio, un partito politico nato con l'intento di cambiare alcune leggi sul diritto d'autore considerate troppo restrittive, utilizza una variante del metodo di Condorcet per le proprie primarie (il metodo di Schulze, che non verrà analizzato in questo elaborato); anche gli aderenti al progetto Debian, una delle versioni del sistema operativo Linux, hanno utilizzato lo stesso metodo di Schulze per eleggere internamente il proprio leader.

2.2.2 Il metodo di Borda: la sconfitta della maggioranza

Jean-Charles de Borda, conosciuto anche come Chevalier de Borda, nacque a Dax nel 1733, dieci anni prima di Condorcet. Militare tra le fila della marina e scienziato, visse per molto tempo ai Caraibi per degli esperimenti su alcuni modelli di cronometri; tra il 1777 e il 1778 prese parte alla Rivoluzione Americana, al termine della quale fu catturato dalle forze inglesi e rimandato in madrepatria. Tornò nella marina francese come scienziato, offrendo un contributo importante nello sviluppo e nella messa a punto di modifiche strutturali alle imbarcazioni. Morì a Parigi nel 1799.

Nel 1770, Borda formalizzò un metodo alternativo di votazione ponderata che nel corso dei secoli era già stato ampiamente utilizzato, ma che non aveva mai ancora conosciuto definizione formale.

Il funzionamento del metodo Borda risulta di comprensione piuttosto immediata: presa una lista di n candidati (con n uguale o inferiore al numero totale dei candidati in gara), ciascun elettore compila una lista dei candidati messi nell'ordine di sua preferenza. A questo punto, ogni candidato riceve un numero di punti in base alla posizione che occupa nella classifica: alle opzioni inserite in prima posizione verrà attribuito un punteggio pari a n (o $n-1$ in una variante del metodo), alla seconda posizione corrisponderà un punteggio di $n-1$ ($n-2$), alla terza di $n-2$ ($n-3$) e così via. Una volta che le classifiche saranno stilate, il punteggio complessivo di ogni candidato sarà la somma dei punteggi singoli ottenuti da ciascun votante, e tale punteggio complessivo servirà a stilare la classifica e a determinare il o i vincitori dell'elezione.

Esempio: ad una votazione le alternative possibili sono 5, e sono presenti 5 elettori. n , in questo caso, viene posto uguale a 5, dunque ciascun elettore dovrà prendere in considerazione, nella costruzione della propria classifica, tutte e 5 le alternative. Gli elettori esprimono le loro preferenze:

Tabella 3

	1[^] posizione	2[^] posizione	3[^] posizione	4[^] posizione	5[^] posizione
Elettore 1	A	B	D	C	E
Elettore 2	B	C	A	D	E
Elettore 3	E	C	D	B	A
Elettore 4	A	D	C	B	E
Elettore 5	A	C	D	E	B

Alle alternative in prima posizione nella Tabella 3, dunque, viene assegnato un punteggio pari a 5; a quelle in seconda posizione, vengono assegnati 4 punti; in terza posizione, 3 punti; in quarta, 2 punti, in quinta 1 solo punto. Si determina dunque la seguente situazione:

Tabella 4

	Elettore 1	Elettore 2	Elettore 3	Elettore 4	Elettore 5	Totale
A	5	3	1	5	5	19
B	4	5	2	2	1	14
C	2	4	4	3	4	17
D	3	2	3	4	3	15
E	1	1	5	1	2	10

Con, infine, la classifica finale:

Tabella 5

Posizione	Candidato
1	A
2	C
3	D
4	B
5	E

Utilizzando questo metodo viene evitato il paradosso di Condorcet, poiché non essendoci problemi di transitività vi sarà sempre un output logicamente valido.

Il metodo Borda “classico” è stato nel tempo modificato, e sono state formulate alcune varianti. Analogamente alla già citata possibilità di ridurre a $n-1$ il punteggio massimo attribuibile a un candidato dagli elettori, le varianti del metodo differiscono tra loro principalmente sul criterio di assegnazione del punteggio massimo (e di quelli successivi, a scalare). Altre varianti prendono in considerazione il numero di candidati da valutare (obbligatoriamente tutti, o solo un sottoinsieme di essi), modificando in alcuni casi il punteggio che un elettore può attribuire e definendolo in funzione del numero di candidati che decide di valutare.

Una delle caratteristiche principali che distingue il metodo Borda dagli altri sistemi di conteggio ed elezione è che, come alcuni sostenitori osservano, evita la “tirannia della maggioranza”, dal momento che è possibile che un’opzione che è condivisa dalla maggioranza delle persone non vinca nel

conteggio finale. Questo è possibile poiché tale metodo, a differenza degli altri, attribuisce molta importanza anche alle scelte secondarie degli elettori, e non solo all'opzione che viene posizionata al primo posto. Facciamo un esempio, e supponiamo che il massimo attribuibile sia $n-1$, e così a scalare, fino a non attribuire nessun punteggio all'ultima opzione in classifica. Le scelte dei votanti si dividono come si può osservare nella tabella 6.

Tabella 6

	53 votanti	5 votanti	22 votanti
1^ posizione	A	B	D
2^ posizione	B	C	B
3^ posizione	C	D	C
4^ posizione	D	A	A

I punteggi di Borda per le diverse opzioni sono i seguenti:

Tabella 7

Candidato	Punteggio
A	159
B	170
C	85
D	93

Il candidato A, utilizzando molti dei metodi di conteggio possibili, avrebbe vinto, poiché preferito dalla maggioranza dei votanti (53 contro i restanti 27). Tuttavia, le scelte secondarie dei restanti votanti fanno vincere l'opzione B, se viene utilizzato il metodo di conteggio di Borda. Se da un lato questa può sembrare una caratteristica positiva del metodo, dall'altra formalmente rappresenta la violazione del criterio di maggioranza, e pertanto risulta essere uno dei limiti dello strumento.

Proseguendo nell'analisi dei difetti del metodo Borda, esso può dare adito a votazioni tattiche: se il candidato che si favorisce ha poche chances di vittoria, può essere abbandonato in favore di alternative considerate migliori

e con più probabilità di essere scelte. Inoltre, sfavorire un candidato posizionandolo, nella scala delle proprie preferenze, più in basso rispetto a quanto in realtà meriterebbe, risulta una tattica vincente per diminuire le sue possibilità di vittoria. Questi due casi evidenziano come il sistema formalizzato da Borda non rispetti l'assioma dell'indipendenza (o "delle alternative irrilevanti"), poiché la propria preferenza è influenzata dalle preferenze altrui.

Altri due criteri violati dal metodo sono il criterio dell'indipendenza dei cloni e il cosiddetto criterio "*later-no-harm*": brevemente, il primo prevede che, supponendo un'elezione a due candidati, se si aggiunge un candidato simile ad uno dei due la votazione non deve esserne inficiata (cosa che invece è facilmente dimostrabile accadere con il metodo Borda); il secondo criterio prevede che sia irrilevante il fatto che i candidati palesino o nascondano le proprie preferenze rispetto ai candidati che occupano le posizioni sotto la prima: col metodo di Borda, non è irrilevante e ciò modifica gli esiti della votazione.

A differenza del metodo di Condorcet, il cui utilizzo è ristretto ad una cerchia poco numerosa di organizzazioni, il metodo di Borda è largamente utilizzato nelle elezioni e nella formazione di molti ranking: oltre a fungere da metodo elettivo per i governi di tre stati del mondo (la Slovenia e due nazioni della Micronesia, Kiribati e Nauru), è molto utilizzato in ambito sportivo, per esempio nell'elezione del giocatore dell'anno della MLB (la "Serie A" del baseball statunitense), oppure nell'assegnazione annuale del Pallone d'oro da parte della FIFA, come si vedrà nell'ultimo capitolo.

2.3 L'approccio del 1900

Nel diciottesimo secolo, dunque, è acceso il dibattito tra il metodo di conteggio di Borda, sempre logicamente valido e che sdogana il concetto di maggioranza, e il teorema di Condorcet, un sistema di votazione a maggioranza ma che non sempre garantisce risultati logicamente solidi. Ciò che differenzia questo tipo di contributo dagli apporti successivi, tuttavia, è l'approccio: i due francesi, infatti, avevano focalizzato la loro attenzione sulla ricerca di un metodo particolare di votazione, che orbitasse attorno al

concetto di votazione a maggioranza e che riuscisse contemporaneamente ad essere accettabile per la maggior parte delle persone (ovverosia, a tenere il più possibile in considerazione l'opinione di tutti) e a non violare regole logiche o teoremi che mettessero in dubbio la validità del tipo di conteggio.

Nel 1900, uno studioso americano cambiò punto di vista: il suo obiettivo infatti non fu più quello di formulare il teorema perfetto, quanto piuttosto di prendere l'intera disciplina e valutarne l'efficacia. Il focus si spostò dunque dal particolare al generale, e tutta la teoria delle scelte sociali venne messa fortemente in discussione. Lo studioso in questione si chiama Kenneth Arrow, e il suo teorema dell'impossibilità è diventato, nel tempo, lo scoglio con cui qualsivoglia metodo di votazione e aggregazione deve scontrarsi.

2.3.1 Arrow e il teorema dell'impossibilità

Kenneth Joseph Arrow nacque a New York nel 1921, da genitori di origine rumena. Fu costretto a interrompere i suoi studi a causa della Seconda Guerra Mondiale, che lo vide protagonista tra le fila del servizio meteorologico degli Stati Uniti d'America. Conseguì la prima laurea al City College of New York, e il master nel 1941 alla Columbia University. Nel 1972, i suoi studi gli valsero il premio Nobel per l'economia, in compartecipazione con John Hicks. Attualmente, all'età di 94 anni, è professore emerito all'università di Stanford.

Come anticipato, nell'approcciare la teoria delle scelte sociali Arrow optò per un criterio differente. Nel 1951 scrisse "Social choice and individual values", una monografia che di fatto creò la moderna disciplina delle scelte sociali come la conosciamo oggi. Arrow partì dall'analisi delle decisioni sociali, e nell'introduzione al suo studio, nel definirne i confini, pose l'accento su quattro tipologie diverse di scelta sociale: votazioni, meccanismi di mercato, dittaturee insiemi di convenzioni. Queste quattro categorie si differenziano tra loro a coppie: le prime due, dice Arrow, sono infatti più strettamente "sociali", nel senso che tendono naturalmente ad amalgamare le preferenze di più individui; le ultime due esprimono invece

la volontà di una persona sola (nel caso della dittatura) o di più persone che seguono tuttavia una volontà dettata da regole e convenzioni tradizionali, come potrebbe essere un codice di comportamento religioso. Se dunque gli ultimi due casi possono, in una certa chiave di lettura, definirsi “razionali” (un dittatore, per quanto discutibile, sicuramente deciderà da solo e nel modo che lui ritiene razionale), i primi due sono difficilmente riconducibili in maniera automatica a elementi di razionalità, poiché amalgamano le volontà di più persone, volontà che molto spesso confliggono tra loro. Tutto il trattato di Arrow è basato su questo quesito: “è possibile che anche metodi collettivi di scelta, che tengono in considerazione le volontà di molti individui, possano essere ugualmente razionali?”

L'economista americano, quindi, non procede considerando solamente un singolo metodo di aggregazione: al contrario, analizza il problema da una prospettiva di più ampio respiro, considerando una classe di possibili metodi e ponendo assiomi e condizioni che questi metodi, per essere considerati razionali, devono soddisfare.

Quali sono, nel dettaglio, le condizioni che Arrow pone come discriminanti nella valutazione di un sistema di decisione collettiva?

- 1) “Non dittatorialità”: il risultato della votazione non può riflettere semplicemente le scelte e le preferenze di uno dei votanti, senza considerare le preferenze degli altri. Per cui, non può esistere un elettore con un sistema di preferenze che sia anche lo stesso sistema di preferenze della società, a meno che tutta la società non abbia lo stesso sistema di preferenze. La condizione appare banale: in un sistema di voto segreto, in cui ci siano almeno due soggetti elettori, essa viene automaticamente rispettata.
- 2) “Non imposizione”, o “sovranità del cittadino”: ogni sistema sociale di preferenze che risulti deve essere una qualche combinazione delle preferenze dei singoli votanti, non un sistema di preferenze estrapolato a tavolino e senza tenere conto delle preferenze espresse dalla collettività;

- 3) “Monotonicità”, o “associazione positiva di valori sociali e individuali”:
se un individuo modifica le proprie preferenze, assegnando ad un’alternativa una posizione superiore rispetto a quella iniziale, la decisione sociale si modificherà solamente allo stesso modo (promuovendo l’alternativa), oppure non subirà alcuna modifica. In altre parole, non è possibile per un individuo far retrocedere un’alternativa penalizzandola in classifica;
- 4) “Indipendenza delle alternative irrilevanti”: alternative al di fuori di quelle prese in considerazione per l’elezione non devono interferire con il risultato dell’elezione stessa. In questo modo, la decisione sociale su chi preferire tra A e B deve dipendere solo dalle preferenze della società in merito a chi si preferisca tra A e B: se gli individui cambiano idea in merito ad un’alternativa C, questa non deve interferire nella valutazione sociale in merito ad A e B;
- 5) “Dominio non ristretto”, o “universalità”: impone che ogni preferenza singola degli individui venga presa in considerazione per la formazione del ranking finale. Il ranking dev’essere quindi completo, cioè ogni preferenza deve avere un posto nel ranking, e deterministico, cioè deve essere uguale a se stesso tutte le volte che gli elettori votano in quello stesso modo.

Una formulazione alternativa del teorema sostituisce il criterio numero 3 (della monotonicità) con un altro criterio, detto “dell’unanimità” o “di efficienza paretiana”: se tutti gli individui preferiscono l’opzione A all’opzione B, allora anche a livello sociale A dev’essere preferito a B.

Il teorema di Arrow, in conclusione, afferma che se nel sistema di votazione sono presenti almeno due individui e tre alternative, non è possibile costruire un sistema di voto che soddisfi contemporaneamente le condizioni sopra esposte.

Ad una prima analisi, alcuni dei criteri imposti da Arrow potrebbero risultare banali: il criterio di unanimità, per esempio, risulta di immediata comprensione, e potrebbe quasi essere considerato superfluo; altri, al

contrario, sono meno immediati e più determinanti. Si pensi ad esempio al criterio dell'indipendenza delle alternative irrilevanti: si ipotizzi che in una gara a 3, uno dei candidati parta favorito rispetto agli altri due nelle preferenze di chi decide. Se uno degli altri due dovesse ritirarsi, la vittoria del primo non sarebbe più scontata, ma anzi questo rischierebbe seriamente di perdere. Una situazione di questo tipo, per quanto possa sembrare poco equa, secondo Arrow non può essere evitata in alcun modo.

2.3.2 Dimostrazioni del teorema

Il teorema di Arrow è stato dimostrato in più modi. Qui, verranno analizzate due dimostrazioni: una basata sul criterio delle alternative irrilevanti, l'altra basata sul criterio di non dittatorialità.

Per la prima dimostrazione, vengono interpellate tre persone, alle quali viene chiesto di compiere una scelta in merito a tre diverse alternative.

Tabella 8

Individuo	Prima scelta	Seconda scelta	Terza scelta
A	X > Y	Y > Z	X > Z
B	Y > Z	Z > X	Y > X
C	Z > X	X > Y	Z > Y

Innanzitutto, è osservabile che le preferenze sono transitive tra loro: se un individuo preferisce Y a Z e Z a X, allora preferisce Y a X. In un sistema di preferenze di questo tipo, è facilmente intuibile che se il voto fosse ad un turno unico, le alternative sarebbero perfettamente alla pari.

Ciò che Arrow scopre, tuttavia, è che cambiando il tipo di elezione e rendendola un'elezione a due turni, l'opzione vincente non è più determinata dalla volontà degli individui, ma solo dall'ordine in cui le coppie vengono messe una contro l'altra. Infatti:

- Votando prima tra X e Y, e solo in un secondo momento inserendo Z, vincerà Z;
- Votando prima tra X e Z, e solo in un secondo momento inserendo Y, vincerà Y;

- Votando prima tra Y e Z, e solo in un secondo momento inserendo X, vincerà X.

In sintesi dunque, dato un sistema di preferenze individuali, l'ordine di votazione influisce in maniera determinante sull'esito della scelta: ciò va contro il criterio detto "dell'indipendenza delle alternative irrilevanti". Una delle implicazioni del teorema era già stata intuita da Borda: in una votazione in due turni, in cui il candidato preferito viene inserito solo al secondo turno, conviene al primo turno votare contro il proprio interesse, potendo in questo modo distorcere il risultato a proprio vantaggio.

Volendo infatti fare un passo in avanti e inserendo dei rudimenti di teoria dei giochi, ciò che si ottiene è la conferma che non solo votare contro il proprio interesse distorce il sistema, ma è conveniente farlo: in una elezione in cui gareggino al primo turno X e Y e dove per me X è in assoluto la scelta peggiore, al contrario di Z che invece è la migliore, mi conviene votare X, dal momento che so che contro Z avrebbe poche possibilità. Nel migliore dei casi, sono riuscito a distorcere il sistema a mio favore; nel peggiore dei casi, al secondo turno gareggeranno Y e Z in una elezione corretta.

La seconda dimostrazione serve a dimostrare che in una elezione in cui ci sono (almeno) tre possibilità di scelta e al verificarsi di talune condizioni (per esempio, il fatto che le preferenze espresse dagli individui siano transitive, o che valga il criterio di unanimità), esiste un elettore detto "pivotal voter" le cui preferenze, di fatto, influenzano l'intero meccanismo di scelta, concretizzandosi pertanto l'ipotesi della presenza di un dittatore che rende vana la votazione collettiva.

2.4 Altri contributi

2.4.1 Ramon Llull

Oltre ai contributi degli autori già citati, meritano approfondimento altri apporti da parte di altri studiosi, che con il loro lavoro hanno plasmato, nei secoli, la moderna teoria delle scelte sociali.

Uno di questi è Ramon Lull, già citato in quanto pioniere della materia e antesignano delle teorie di Condorcet e Borda.

Nato nel 1232 a Palma de Mallorca, Lull fu filosofo, logico, membro del Terzo Ordine di San Francesco e scrittore. Membro di famiglia benestante, la sua vita cambiò radicalmente con la conversione al Cristianesimo, avvenuta nel 1263: lasciò tutti i beni terreni per dedicarsi alla vita spirituale, presso l'ordine dei Francescani. Muore martire nel 1316 a Tunisi, dove si era recato per convertire il popolo musulmano al Cristianesimo; a seguito di questa sua morte, viene dichiarato beato nel 1850.

Autore di due testi che citano i sistemi elettorali, Lull ne propone uno proprio nell'ottica dell'elezione di un capo dell'ordine dei Francescani che lui frequentava. La sua proposta era quella di votare i candidati a coppie, basandosi su criteri qualitativi di preferenza degli individui, e soprattutto escludendo di volta in volta i candidati perdenti.

bc	cd	de	ef	fg	gh	hi	ik
bd	ce	df	eg	fh	gi	hk	
be	cf	dg	eh	fi	gk		
bf	cg	dh	ei	fk			
bg	ch	di	ek				
bh	ci	dk					
bi	ck						
bk							

Non tutte le coppie della matrice dunque vengono prese in considerazione nell'elezione del vincitore: se inizialmente b vince contro c , questo viene eliminato, e b gareggia contro d . Se ad un certo punto b dovesse perdere (per esempio contro f), il vincitore gareggerebbe solo con i restanti candidati, non andandosi mai a scontrare (per esempio) con c , che aveva già perso lo scontro con b .

Circa 500 anni prima dell'autore del 1700, Lull aveva scoperto il metodo Condorcet. Applicando questo schema, infatti:

- Il sistema elettorale individua il vincitore di Condorcet, che, se c'è, è anche il vincitore della votazione;

- Non c'è al contrario nessun perdente di Condorcet, poiché un candidato, per vincere, deve vincere almeno uno scontro;
- Infine, questo metodo non può portare ad alcun ciclo di Condorcet, poiché nella selezione del vincitore non sono prese in considerazione tutte le coppie della matrice.

Il contributo di Lull risulta cruciale, inoltre, poiché è l'unico prima di Condorcet che riesce ad intuire il potenziale del calcolo combinatorio matematico, e ne abbozza un utilizzo che, a posteriori, si rivelerà corretto a livello procedurale.

2.4.2 Duncan Black

Da ultimo, nello sviluppo della disciplina delle scelte sociali merita una menzione Duncan Black, autore scozzese del 1900.

Black nacque a Motherwell, in Scozia, nel 1901, da una famiglia appartenente alla classe operaia. Prese due lauree, una in matematica e fisica e una in economia e politica, e successivamente ottenne una cattedra all'università. Nella sua vita, Black incontrò molte difficoltà nel trovare editori per i propri lavori, alcuni dei quali furono auto-pubblicati, e perciò rimasero relativamente sconosciuti per molti anni. Morì in Inghilterra nel 1991, all'età di 82 anni.

A Duncan Black si deve la formulazione della teoria dell'elettore mediano, un teorema da applicare nella valutazione di un'elezione a maggioranza.

Il teorema afferma che in una elezione a maggioranza e sotto alcune condizioni, la scelta che verrà fatta sarà uguale alla preferenza espressa dall'elettore mediano. Le condizioni da rispettare sono le seguenti:

1. Gli elettori possono esprimere preferenze "monodimensionali", ossia se possono posizionare la propria scala di preferenze su una retta e ordinarle da sinistra verso destra a seconda del proprio grado di preferenza. Questo non è sempre possibile, poiché spesso partiti diversi hanno politiche diverse su argomenti diversi, e dunque le

preferenze difficilmente sono in una sola dimensione e non trasversali;

2. Le preferenze devono essere “a vertice singolo”: disposte le preferenze in un piano cartesiano (in cui in ascissa sono presenti le diverse alternative e in ordinata il grado di preferenza), ci dev’essere una preferenza X che superi in ordinata le altre preferenze, le quali devono essere posizionate più in basso in ordine decrescente mano a mano che ci si allontana dalla preferenza X (da entrambi i lati). Questa condizione, implicitamente, ne sottintende altre due: che ogni elettore esprima una preferenza su ognuna delle alternative, a prescindere da quanto lontane esse siano dalla propria opzione preferita; che ogni elettore sia incentivato a votare la propria reale preferenza, senza che insorgano questioni di ordine tattico/strategico.

Un esempio che esplica facilmente il teorema è il seguente: poniamo che una famiglia debba costruire una piscina nel proprio giardino. Il padre (P) opta per una piscina di 18 metri; la madre (M) si accontenta di una piscina più piccola, da 9 metri; il figlio (F) vorrebbe una piscina piccola di 4 metri. Le preferenze possono essere così riassunte:

Tabella 9

Membro della famiglia	Prima preferenza	Seconda preferenza	Terza preferenza
P	18	9	4
M	9	4	18
F	4	9	18

La seconda e terza preferenza sono state ragionevolmente ipotizzate partendo dal valore preferito: come seconda preferenza, è ragionevole assumere che il componente scelga il valore che più si avvicina a quello preferito, al contrario del valore più lontano che diventa così la terza scelta. Vengono poi analizzate le alternative a due a due (come in Condorcet):

Tabella 10

Alternative	P	M	F	Vincitore
4m vs 9m	9m	9m	4m	9m
9m vs 18m	18m	9m	9m	9m
4m vs 18m	18m	4m	4m	4m

Il metodo utilizzato è lo stesso per la formazione della prima tabella: si ipotizzano le singole scelte partendo dal valore preferito e prendendo come vincitore delle sfide, se non il valore preferito, quello che più ci si avvicina. L'opzione della madre vince sulle altre due, e il teorema è dimostrato: se c'è un elettore mediano, la sua preferenza sarà automaticamente la preferenza sociale, poiché batterà sempre le altre in un confronto a due a due; di più: la preferenza dell'elettore mediano risulta sempre essere un vincitore di Condorcet.

Il teorema dell'elettore mediano spiega molti dei fenomeni politici della nostra società. In primis, mette in luce il motivo per cui raramente partiti politici estremisti vengono eletti: facendo parte degli estremi dello spettro politico (o delle code della campana di distribuzione dei voti) e quindi allontanandosi dalle preferenze dell'elettore mediano, è molto difficile che partiti guidati da idee estreme raccolgano molte preferenze; inoltre, il teorema formulato da Black per primo spiega il motivo per cui nella maggior parte dei casi le preferenze elettorali siano spartite per la maggiore da due soli partiti: poiché sono i due che si contendono la preferenza dell'elettore medio. Molto raramente ci sono tre partiti con preferenze simili, mentre è più comune la circostanza per cui all'interno di un paese due partiti si spartiscano la maggioranza dell'elettorato.

Il limite più evidente di questo metodo, come detto, è la condizione di monodimensionalità: se infatti anche uno solo dei soggetti elettori ha preferenze poste su più dimensioni, può verificarsi il paradosso di Condorcet, e dunque non esserci un singolo vincitore di Condorcet.

3. Laraki, Balinski e il “majority judgment”

3.1 Il punto della situazione

La teoria delle scelte sociali, come visto nel precedente capitolo, si è arricchita nel tempo di contributi di numerosi studiosi della materia, che hanno prima proposto metodi alternativi di aggregazione di dati a formare una classifica, poi (con Arrow) cercato di osservare il problema da un punto di vista più arioso e ampio, non focalizzandosi su un singolo criterio ma ponendo delle condizioni di metodo, dei vincoli a cui tutti i vari modelli di aggregazione passati e futuri devono sottostare affinché possano dirsi accettabili e inattaccabili. Dal canto suo, Arrow sembrava aver chiuso la porta a nuove alternative di raggruppamento delle preferenze, avendo definito un dominio talmente restrittivo da portarlo all'affermazione secondo cui non esistono metodi che, insieme, soddisfino tutte le condizioni da lui poste: al massimo, esistono metodi accettabili, che tuttavia sono imperfetti poiché violano uno o più dei criteri del suo teorema cosiddetto “dell'impossibilità”. Paul Samuelson, premio nobel per l'economia del 1970, afferma che alla luce delle scoperte di Arrow “la ricerca della democrazia perfetta da parte delle grandi menti della storia si è rivelata la ricerca di una chimera, di un'autocontraddizione logica”. Lo studioso americano, in sostanza, ha avuto il merito di far emergere alcuni aspetti inespressi che giacciono nel concetto stesso di democrazia (che si parli di un governo o di una semplice decisione da prendere tra pari), provando che in alcun modo e utilizzando alcun metodo di amalgamazione delle preferenze, essi possono essere soddisfatti simultaneamente. Ciò spiega, tra l'altro, anche l'eterogeneità di leggi elettorali presenti nei vari paesi del mondo e i vari dibattiti politici in merito: non esiste una legge perfetta e senza difetti, ma ne esistono molte di accettabili.

3.2 Un nuovo contributo franco-polacco: Rida Laraki e Michel Balinski

3.2.1 Lo stato dell'opera secondo Balinski - Laraki

Nella seconda metà degli anni 2000, due studiosi propongono un nuovo punto di vista metodologico per aggregare i dati, partendo dai contributi di coloro che li hanno preceduti per provare a individuare una modalità che sia il meno fallace possibile e cercare, in questo modo, di giungere a un risultato collettivo che dipinga in modo esaustivo e preciso le scelte individuali di ognuno dei soggetti decisori.

Rida Laraki nasce nel 1974 in Francia: dopo aver conseguito la laurea in ottimizzazione, teoria dei giochi e modelli economici nel 1997 e il dottorato in matematica all'università Sorbona di Parigi nel 2000, ottiene una cattedra nella stessa università, quale professore di matematica teorica e applicata. Michel Balinski, invece, nacque nel 1933 a Ginevra, da genitori polacchi. Per fuggire dal nazismo, la famiglia Balinski viaggiò molto, fino ad approdare negli Stati Uniti, dove Michel compì la maggior parte dei suoi studi. Ottenne tra il 1954 e il 1959 la laurea di primo grado ("bachelor degree") in matematica, una laurea di secondo grado ("master's degree") in economia, e infine condusse un dottorato di ricerca sempre in matematica. Nella sua vita, fu matematico, econometrista, ricercatore ed esperto di scienze politiche.

L'analisi dei due parte dagli errori compiuti in passato dai loro predecessori. Innanzitutto, il fulcro della questione è un problema di domande: ciò che una regola di votazione a maggioranza deve esprimere, infatti, è la risposta ad una domanda specifica e pragmaticamente pertinente, e con la quale più del 50% di una giuria, di un elettorato o di un gruppo di persone possono e devono essere d'accordo; la differenza, pertanto, la fa il tipo di domanda che viene posta.

Viene poi messo in luce come i sistemi esistenti siano considerati sistemi "a decisione di maggioranza", e differiscano tra loro, a conti fatti, sotto due punti di vista:

- Il modo in cui gli elettori esprimono le loro preferenze, ciò che viene chiamato "input";

- Il modo in cui queste opinioni sono aggregate, ossia l'“output”.

Prendendo in considerazione alcune delle modalità che sono state definite, nel capitolo precedente, come “approccio classico”, Balinski e Laraki osservano come la maggior parte di queste (specie i contributi di Llull e Cusanus – non trattato nel capitolo 2) condividano lo stesso funzionamento: la valutazione a coppie dei candidati, per i quali gli elettori sono chiamati a rispondere alla domanda “chi tra questi due preferisci?”, metodo che viene reputato valido dagli stessi elettori solo in quanto coinvolge dei numeri, dando una parvenza scientifica e dunque di affidabilità. Il vero metodo scientifico è entrato in gioco solo nel 1700, con Borda e Condorcet, che contestarono il modus operandi utilizzato fino a quel momento, il cosiddetto metodo “first-past-the-post”: per i due francesi (che lavorarono senza in realtà conoscere a fondo i testi di Llull e Cusanus), non necessariamente il maggior numero di voti assegnati ad un candidato rifletteva la volontà dell'elettorato, ma anzi questo valeva solamente se l'elezione riguardava solamente due candidati.

La mera somma dei voti per i candidati escludeva a priori tutta una serie di informazioni che l'elettorato poteva dare, e che tuttavia non erano richieste e dunque andavano perdute: richiedere una lista ordinata di preferenze su tutte le opzioni poteva infatti dipingere meglio quella che era la volontà degli elettori in merito all'elezione o alla decisione. Borda e Condorcet, nell'opinione dei due studiosi, diedero una svolta alla materia, che da quel momento in avanti concentrò i propri sforzi nel ricercare un metodo di comparazione delle opzioni che fosse soddisfacente e senza difetti. Lo sforzo fu vano, tuttavia emersero diverse strade percorribili e con ciò diversi metodi:

- Il metodo di Condorcet
- Il metodo di Borda
- Il voto per approvazione (che consiste nel poter votare più di un'opzione in una rosa di possibilità, il che equivale in sostanza ad attribuire un punteggio di +1 nel caso in cui il candidato venga votato, 0 per i non votati. L'opzione con più punti, vince).

Il fallimento di questi tre metodi, nell'opinione di Laraki e Balinski, è dettato dal fatto che nessuno di questi è utilizzato in elezioni di tipo politico (in realtà, il metodo Borda è utilizzato come abbiamo visto per le elezioni in 3 stati del mondo. 3 soli stati su un totale di 196 Paesi, dunque l'1,15% del totale, può tuttavia ragionevolmente essere considerato un fallimento); in questo senso, i più utilizzati sono i cosiddetti "first-past-the-post" e "two-past-the-post" (il secondo include un ballottaggio tra i due candidati con più voti nel caso in cui non esista una maggioranza assoluta al primo turno).

Ciò che distingue tra loro questi 5 metodi è, come sempre, la domanda di fondo che viene posta a chi è chiamato a decidere:

- "First-past-the-post"/"two-past-the-post": "chi di questi preferisci maggiormente?"
- Voto per approvazione: "quale di questi candidati accetteresti come vincitore?"
- Condorcet, Borda, e in un certo senso Llull: "qual è la tua lista di preferenze rispetto a queste diverse opzioni?"

Partendo da queste premesse, vengono posti dai due i requisiti minimi che dovrebbe soddisfare un metodo di votazione che realizzi una decisione a maggioranza. Questi sono:

1. I candidati e i decisori devono essere trattati equamente;
2. Un candidato preferito da tutti i votanti dev'essere per forza il vincitore;
3. Ci deve essere assolutamente un vincitore senza ambiguità, fatto salvo il raro caso di pareggi;
4. Un vincitore non può cambiare se alcuni dei candidati escono dalla valutazione.

I criteri ricordano molto da vicino alcuni dei vincoli storicamente fissati per definire la materia, o se non altro derivano da errori e difetti dei metodi precedenti. Il quarto, in particolare, è uno dei criteri imposti da Arrow nel suo teorema dell'impossibilità, e nell'opinione dei due studiosi è il più importante, poiché è in assoluto il più violato nelle votazioni.

A questi è stato aggiunto un quinto criterio, sempre ricavato dalle esperienze storiche di studio della teoria delle scelte sociali:

5. Un candidato preferito da una maggioranza contro ogni altro candidato in scontri testa a testa dev'essere per forza eletto (proprietà della coerenza di Condorcet).

In altre parole, se è presente un vincitore di Condorcet, quello deve anche essere il vincitore assoluto.

Metodi di questo tipo, rilevano Balinski e Laraki, hanno però un grosso difetto: se gli elettori votano onestamente, nessuno di questi metodi rispetta la quinta condizione (della coerenza di Condorcet). Per eleggere il vincitore di Condorcet, gli elettori devono votare strategicamente o cercando di manipolare la votazione. Questo perché facendo così, gli elettori calcolano quale alternativa conviene votare affinché i propri interessi prevalgano, partendo da tutte le informazioni contingenti che possiedono in merito al possibile risultato.

Nel loro paper "What should majority decision mean?", Laraki e Balinski mettono in luce i fallimenti dei vari metodi di decisione a maggioranza.

In primis, viene preso in considerazione il metodo "first-past-the-post". Con questo metodo, chi vota è obbligato a designare un candidato unico, ignorando del tutto (poiché non li può esprimere) alcuni sottili apprezzamenti che potrebbe avere nei confronti di altre opzioni. In più, il sistema tende ad appiattire le preferenze individuali, così che ogni voto (sia esso sincero, strategico, vincolato dalla volontà di votare il "meno peggio", ecc) vale 1 allo stesso modo, senza distinzione, escludendo in questo modo ogni possibile sfumatura con cui i decisori potrebbero esprimere la propria scelta. I risultati, pertanto, tendono ad essere delle mere approssimazioni, anche piuttosto imprecise, di quello che la collettività pensa veramente, con un margine di errore assolutamente non trascurabile.

Così come fecero gli stessi Borda e Condorcet, anche Balinski e Laraki dimostrano con alcuni esempi come il vincitore di Condorcet, in una elezione, possa essere facilmente sconfitto.

"George W. Bush avrebbe perso le elezioni presidenziali degli Stati Uniti nel 2000 se Ralph Nader non fosse stato un candidato in Florida: senza dubbio

la maggior parte dei 97.000 voti ricevuti da Nader sarebbero andati ad Al Gore, consegnandogli i 25 voti elettorali dello stato e proclamandolo vincitore al Collegio Elettorale con 291 voti contro i 246 di Bush”. Con questo ed altri esempi, i due sottolineano come non solo il metodo sia fallimentare, ma sia anche soggetto al paradosso di Arrow.

Anche Borda, come ricordato da Laraki e Balinski, riporta un esempio contro il metodo “first/two-past-the-post” e smentendo l’efficacia del concetto di vincitore di Condorcet. Partendo da un set di preferenze rispetto a 3 candidati, Borda dimostra che nel caso limite del verificarsi di quello stesso set (che vediamo rappresentato tramite percentuali), vincerebbero tutti e tre i candidati:

5%: $A > B > C$

34%: $A > C > B$

32%: $B > A > C$

29%: $C > B > A$

- Il candidato A, perché risulta il più votato come prima preferenza (39% dei voti);
- Il candidato B, perché usando il metodo “two-past-the-post” vincerebbe al secondo turno dopo l’eliminazione di C;
- Il candidato C, perché è il vincitore di Condorcet.

In questo caso, scegliere C come vincitore non sembra l’idea migliore, nonostante di fatto sia il vincitore di Condorcet, poiché è stato votato come prima alternativa solo dal 29% dei soggetti. Secondo Borda, il vincitore di Condorcet è una sorta di alternativa “second best” nel caso di elezioni a maggioranza.

La soluzione adottata da Borda, già trattata nel capitolo precedente, ha anch’essa dei limiti: non è coerente secondo Condorcet e inoltre soffre del paradosso di Arrow.

3.2.2 Il fallimento del metodo a maggioranza

Il panorama che si delinea è dunque di grande incertezza: incertezza che riguarda gli input, gli output, il procedimento.

Come punto di partenza, i due ribadiscono ancora una volta le caratteristiche che un metodo definito “ragionevole” dovrebbe avere:

1. Imparzialità: equità di trattamento di candidati e votanti;
2. Unanimità: se tutti decidono che un candidato è il migliore, allora dev'essere il vincitore;
3. Transitività: se A batte B e B batte C, allora A batte C;
4. Coerenza: è il criterio dell'indipendenza delle alternative irrilevanti di Arrow.

Secondo Arrow, se ci sono più di due candidati un solo metodo rispetta le ultime tre condizioni, ed è la dittatura: le preferenze di un solo elettore condizionano l'intera scelta collettiva; al contrario, nessun metodo soddisfa tutte e 4 le condizioni. Il metodo di decisione a maggioranza è limitato, anche quando si decida di ordinare i candidati in una lista nominale e non solo assegnando punteggi compresi in un range (da 0 a 10, da 0 a 20, da 0 a 100, ecc).

Viene fatto il seguente esempio. Si supponga che un gruppo di soggetti chiamati a decidere abbia la seguente distribuzione di opinioni in merito a due candidati, A e B, che possono essere valutati come “Excellent”, “Good” o “Poor”:

Tabella 11

	10%	31%	15%	16%	15%	13%
A	Excellent	Excellent	Good	Good	Poor	Poor
B	Good	Poor	Excellent	Poor	Excellent	Good

Per esempio, il 31% valuta A “excellent” e B “poor”: se fosse un'elezione uno contro uno col metodo “first-past-the-post”, si suppone che questi voteranno per A e non per B.

La distribuzione delle valutazioni per A e B è dunque la seguente:

Tabella 12

	Excellent	Good	Poor
A	41%	31%	28%
B	30%	23%	47%

A domina B stocasticamente: è valutato infatti “excellent” e “good” da più persone rispetto a B.

Partire dalle distribuzioni di opinioni, tuttavia, non basta per evitare intoppi, e rischia di far diventare il sistema fallace: ciò che conta sono solo le valutazioni. Infatti, lo stesso sistema di valutazioni può essere ottenuto da più distribuzioni di opinioni, che portano peraltro a risultati differenti. Se le opinioni fossero state così distribuite, infatti:

Tabella 13

	41%	25%	6%	5%	23%
A	Excellent	Good	Good	Poor	Poor
B	Poor	Excellent	Poor	Excellent	Good

la distribuzione delle valutazioni sarebbe la stessa, ma B risulterebbe vincitore col 53% dei voti. Pertanto, il sistema di votazione a maggioranza può fallire nell’eleggere il candidato che l’elettorato giudica come migliore. Si aggiunge alle altre dunque una ulteriore condizione: il metodo ricercato non solo dev’essere imparziale, unanime, decisivo, coerente, e monotono, ma deve tenere in considerazione solo le valutazioni, e non le opinioni di chi decide. Non conta chi dice cosa, ma solo il risultato finale.

3.2.3 “Majority judgement”

La metodologia proposta dunque è quella del giudizio di maggioranza, che non si pone come un vero metodo di rottura, ma piuttosto fa sue le caratteristiche ritenute migliori dei metodi che lo hanno preceduto, partendo dalle condizioni poste e cercando di soddisfarle tutte contemporaneamente. Il nuovo metodo presuppone sempre un posizionamento d’ordine dei candidati, che vengono valutati in una scala a in cui ad ogni punteggio

corrisponde un giudizio nominale. I giudizi tuttavia sono solamente ordinali: non ha senso sommare i giudizi per capire il vincitore, poiché sommare due giudizi nominali non ha nessun significato. Al contrario, viene calcolata la mediana dei giudizi assegnati a ciascuna opzione: il candidato che ha il voto mediano più alto risulta il vincitore; se la mediana cade tra due voti (perché il numero di voti è pari), si considera il più basso dei due. Se più candidati hanno lo stesso giudizio come preferenza mediana, vengono eliminate le altre opzioni e viene tolto dal calcolo il voto con cui i due candidati pareggiano. Viene poi ricalcolata la mediana, e in questo modo decretato il vincitore. Se la situazione fosse ancora un pareggio, il metodo si applica ad oltranza fino a quando il pareggio non fosse risolto.

Un esempio: 5 soggetti sono chiamati a decidere tra 4 alternative diverse, assegnando una scala di valori formata da “Eccellente”, “Buono”, “Discreto”, e “Sufficiente”.

Tabella 14

	Decisore 1	Decisore 2	Decisore 3	Decisore 4	Decisore 5
A	Eccellente	Sufficiente	Discreto	Discreto	Discreto
B	Sufficiente	Buono	Buono	Eccellente	Buono
C	Eccellente	Buono	Sufficiente	Sufficiente	Buono
D	Eccellente	Discreto	Eccellente	Eccellente	Discreto

Per applicare il metodo del giudizio maggioritario, vengono ordinati i valori dal più grande al più piccolo, per individuarne la mediana:

Tabella 15

A	Eccellente	Discreto	Discreto	Discreto	Sufficiente
B	Eccellente	Buono	Buono	Buono	Sufficiente
C	Eccellente	Buono	Buono	Sufficiente	Sufficiente
D	Eccellente	Eccellente	Eccellente	Discreto	Discreto

In questo caso, D vince la selezione, poiché la sua valutazione mediana è la più alta tra le 4 alternative.

Se la distribuzione di D fosse stata invece di questo tipo

Tabella 16

D	Eccellente	Discreto	Buono	Eccellente	Discreto
----------	------------	----------	-------	------------	----------

ci sarebbero state 3 alternative con un voto mediano di “Buono”: B, C e D. Dalla votazione, pertanto, sarebbe stata esclusa l’alternativa A, e sarebbero state ricalcolate le mediane togliendo “Buono”, ottenendo:

Tabella 17

Alternativa	Mediana
B	Buono
C	Sufficiente
D	Discreto

In questo caso, B vince l’elezione con una votazione mediana che si attesta su un giudizio di “Buono”, il più basso tra i due entro i quali la nuova mediana ricade.

3.2.4 Un’applicazione pratica: il giudizio di Parigi

Rida Laraki e Michel Balinski applicano il loro metodo ad un caso specifico: il cosiddetto giudizio di Parigi del 22 maggio 1976. L’antefatto: un famoso esperto inglese di vino, Steven Spurrier, organizzò per quel giorno a Parigi una sessione di assaggio di vini, con lo scopo di capire quali fossero, tra una rosa di 10 vini (di cui 4 francesi e 6 californiani), quelli migliori. Per l’occasione, vennero invitati 9 famosi sommelier francesi e una donna americana, Patricia Gallagher; ai giudici si aggiunse Spurrier stesso. La votazione era organizzata in modo piuttosto semplice: gli assaggi erano ciechi, ad ogni vino andava assegnato un punteggio in una scala da 0 a 20, e il vincitore sarebbe stato quello che avrebbe ottenuto il voto medio più alto. La rivista “Time” del 7 giugno dello stesso anno scrisse, in merito al risultato: “L’impensabile è accaduto: la California ha battuto la Gallia”. L’idea di Laraki e Balinski è la seguente: la California ha battuto la Gallia solo grazie al metodo utilizzato per l’aggregazione dei dati.

Vengono infatti proposti diversi metodi di aggregazione degli stessi, e viene provato che il risultato della competizione cambia in base al metodo utilizzato:

- **Metodo a somma di punti** (o a somma e media dei punteggi): si sommano i punteggi ottenuti (o se ne ricava la media), il vincitore è il vino con il punteggio più alto. In questo caso, un vino californiano è primo in classifica; tuttavia, i successivi 3 posti in classifica sono occupati da vini francesi, mentre gli ultimi 4 posti del ranking sono occupati da vini californiani;
- **Metodo a somma di punti troncata**: come il metodo precedente, con l'unica differenza che vengono eliminati il voto più alto e quello più basso (o i due voti più alti e i due più bassi). Con questo metodo, nel giudizio di Parigi eliminando i due punteggi più alti e più bassi, un vino francese vince la competizione;
- **Metodo di Quandt**: ad ogni vino viene assegnato un punteggio, che corrisponde alla media della sua possibile posizione nel ranking di ogni singolo giudice (si fa riferimento alla media poiché nel caso in cui ci siano pareggi, viene calcolata la media della posizione). Per esempio, dato questo sistema di punteggio del primo giudice (i vini segnati con "*" sono i vini francesi):

Tabella 18

	A	B*	C*	D*	E	F*	G	H	I	J
P. Brejoux	14	16	12	17	13	10	12	14	5	7

Il ranking secondo Quandt per il primo giudice sarà:

Tabella 19

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
3.5	2	6.5	1	5	8	6.5	3.5	10	9

Sommando i punteggi ottenuti per ogni giudice, il vino col punteggio inferiore vince. In questo caso, il vincitore risulta essere un vino californiano, con alle spalle di nuovo 3 vini francesi.

- **Metodo di Condorcet:** applicando il metodo già ampiamente analizzato, il giudizio di Parigi risulta avere un perdente di Condorcet, ma nessun vincitore di Condorcet: i primi 5 vini infatti formano un ciclo (o paradosso) di Condorcet, pertanto nessuno di essi figura come vincitore;
- **Metodo di Borda:** il risultato che si ottiene applicando il metodo di Borda è lo stesso che si ottiene con il metodo di Quandt, che vede in testa un vino californiano, seguito a ruota da 3 vini francesi;
- **Metodo di Llull:** utilizzando il metodo di Ramon Llull, cioè analizzando le competizioni testa a testa dei vari vini tra loro e sommando le volte in cui un vino vince contro gli altri, si ha come vincitore un vino francese, e nelle prime 4 posizioni, 3 dei vini sono vini francesi (e il vino californiano in seconda posizione pareggia col vino francese che è in terza posizione);
- **Metodo di Dasgupta – Maskin:** se nessun vino ottiene una maggioranza assoluta sugli altri, allora tra quelli che in giudizi testa a testa vincono contro il maggior numero di avversari va scelto come vincitore quello col punteggio di Borda più alto; se per caso due vini pareggiano, va scelto come superiore quello con il punteggio di Borda più alto. Nel caso specifico, come detto sopra i vini in terza e quarta posizione (rispettivamente il vino A e il vino D*) pareggiano: tuttavia, A ha un punteggio di Borda di 69, mentre D* di 62. La classifica finale vedrà il vino francese C in testa, con A e D* rispettivamente ad occupare la seconda e terza posizione del podio.

A questo punto, una domanda sorge spontanea: perché lo schema tradizionale di aggregazione fallisce? I due trovano una triplice spiegazione. Innanzitutto, il metodo pecca di significatività. La classificazione di tipo cardinale non si confà al contesto, poiché senza un'etichetta che indichi il significato dei numeri, essi sono solo numeri che da soli hanno una valenza limitata e limitante. Infatti, ogni giudice tra gli 11 avrà un proprio benchmark di riferimento che influenza la scala, se i numeri sono lasciati spogli e se non viene data loro un'indicazione. Inoltre, in una valutazione del genere non trova giustificazione la somma o la media dei punteggi, poiché

sommare due numeri di una scala è un'operazione priva di significato: considerando altre scale, sia nominali (per esempio i gruppi sanguigni) che ordinali (ad esempio la scala Richter dei terremoti), appare evidente che utilizzare i valori di queste scale all'interno di operazioni sia un lavoro senza alcun senso.

Da ultimo, la significatività viene a mancare nel momento in cui si passa da un valore all'altro: in ogni scala, è ragionevole pensare che più ci si trovi in basso nella scala, più sia semplice aumentare il valore di un punto. In altre parole, far passare una valutazione da 1 a 2, in una scala da 0 a 20, è ben più semplice che far aumentare un giudizio da 18 a 19, punteggi in cima alla scala in cui le sfumature fanno la differenza che fa raggiungere l'eccellenza. Il secondo punto che Balinski e Laraki contestano al metodo è la facilità di manipolazione del metodo stesso. Applicando il banale metodo della somma, infatti, più un voto diverge dal resto degli altri, più questo influenza (falsa) il risultato finale, dando adito in questo modo a voti tattici o voti dati apposta per favorire o penalizzare un candidato che al giudice sta particolarmente simpatico o antipatico. Per quanto concerne il giudizio di Parigi, si può fare una valutazione a posteriori: dal momento che nessuno dei giudici ha assegnato né un punteggio minimo (0) né un punteggio massimo (20), ogni giudice potenzialmente può manipolare la posizione di ciascuno dei vini, sia verso l'alto della classifica che verso il basso. Uno dei pochi vantaggi che questo tipo di metodi (a somma di punti) hanno rispetto agli altri è che rispettano il criterio della coerenza: l'ordine finale che due vini assumono non dipende dagli altri vini.

Proprio la coerenza è la terza obiezione mossa dai due studiosi. Se infatti i metodi a somma di punti sono manipolabili (e quindi poco efficaci), quelli che lavorano per confronti (Borda, Llull, ...) mancano di coerenza: la posizione superiore del vino X rispetto al vino Y dipende infatti da quali altri vini partecipano alla gara. Da qui, la formulazione di un teorema piuttosto semplice: qualunque metodo basato su confronti risulta essere incoerente.

Tutti questi limiti portano all'applicazione del metodo di giudizio maggioritario, tenendo la scala numerica ma assegnando ai numeri un significato specifico. Per evitare il paradosso di Condorcet e fare in modo

che il metodo sia coerente, l'unico modo è quello di non far competere i vini a coppie, ma di creare un ranking che dipenda solo dal voto che prende il singolo vino, esulando dunque dai giudizi guadagnati dai concorrenti. Vengono dunque ordinati i giudizi dati a ciascun vino, e come indica il metodo del giudizio di maggioranza, viene scelto il vino con il giudizio mediano più alto. In caso di pareggio, si applica il procedimento descritto nel paragrafo precedente: eliminando il giudizio di pareggio, viene calcolata la nuova mediana e vengono giudicati i candidati in base a quella; il procedimento va applicato ad oltranza: due vini pareggiano in modo assoluto solo se hanno la stessa distribuzione di preferenze.

Questo metodo, nell'opinione di Laraki e Balinski, è a conti fatti il migliore, poiché è significativo, è il meno manipolabile (i voti che si discostano dal resto degli altri influiscono poco nel risultato finale) e il meno soggetto a strategie di voto, pertanto i giudici sono incentivati a votare in modo sincero, è coerente, dal momento che i vini non sono giudicati a coppie ma singolarmente.

4. Applicazioni della teoria delle scelte sociali

Dopo aver analizzato i diversi approcci con cui è trattata la disciplina riguardante i dati e le modalità esistenti di trattarli e aggregarli, in quest'ultima parte dell'elaborato verranno analizzate alcune applicazioni pratiche, per mostrare, così come fatto da Laraki e Balinski con il giudizio di Parigi, che le classifiche possono cambiare (anche sensibilmente) in base al modo in cui i dati vengono aggregati.

L'ambito che verrà considerato è l'ambito sportivo, con due particolari riferimenti:

- Il ranking UEFA per club;
- L'assegnazione del premio "Ballon d'Or" da parte della FIFA.

4.1 L'ambito sportivo

In generale, le classifiche sono l'elemento che dà significato alle prestazioni sportive degli atleti. Che si tratti di calcio, basket, atletica leggera, sport di squadra, di coppia o individuali, che si tratti di sport amatoriale, dilettantistico o professionistico, tutto si basa su classifiche e ranking: vince chi arriva per primo al traguardo, chi segna più gol, chi compie un giro in meno tempo, chi lancia il giavellotto più lontano.

Nella maggior parte degli sport, la valutazione della performance sportiva è basata su dati inopinabili, criteri oggettivi che si basano su conteggi (quanti canestri la squadra fa in una partita), misurazioni (quanto lontano l'atleta ha lanciato il disco), tempistiche, che dunque sono fatti, non discutibili; esistono altresì situazioni in cui i risultati non sono palesi, ma passano attraverso dei giudizi: è questo il caso, per esempio, del pattinaggio artistico, o dei tuffi. Il singolo tuffo o la singola esibizione vengono valutati da dei giudici che, partendo dal proprio background di esperienze, danno dei punteggi: in una seconda fase, questi vengono aggregati attraverso sistemi più o meno complicati, e viene fornito come output il ranking degli atleti, decretando in questo modo il vincitore della gara.

Esistono poi in ambito sportivo delle classifiche "secondarie", che possono essere definite come "classifiche di secondo livello", derivate dalle

prestazioni sportive delle squadre o degli atleti ma non sempre direttamente connesse alle stesse, o che presuppongono in ogni caso una scelta del criterio di aggregazione dei dati che vengono raccolti. Per fare un esempio di classifica di secondo livello, un riferimento è quello del tennis: è inopinabile che un tennista vinca una finale con un certo punteggio guadagnato ad ogni set e ad ogni game, e per quella competizione, la sua vittoria rappresenta il risultato cosiddetto “di primo livello”. Tuttavia, il circuito tennistico professionistico internazionale prevede un ranking globale dei tennisti (quella che è stata chiamata “classifica di secondo livello”), denominato ranking ATP, che ordina i giocatori in ordine decrescente dal più capace al meno capace in base ad un sistema di punteggi che gli atleti guadagnano partecipando ai tornei internazionali, e che dipendono dal prestigio del torneo stesso e da quale fase del torneo riescono a raggiungere. Guadagnati questi punti, la decisione di sommarli al fine di formare la classifica finale è una decisione puramente arbitraria, poiché come abbiamo visto non sempre la mera somma dei punti risulta essere la scelta migliore quando si tratta di amalgamare dati: molti valori in gioco (il percorso di un atleta nel tempo, per esempio), infatti, vengono appiattiti e ignorati nella formazione del ranking.

In questo elaborato non verrà analizzato il caso tennistico, ma verranno analizzati due casi inerenti al mondo del calcio: la formazione del ranking UEFA per club, e l’assegnazione del premio annuale “Pallone d’Oro” al giocatore più meritevole nella stagione precedente.

4.1.1 L’UEFA e il sistema calcio europeo

Prima di addentrarci nel cuore del problema, risulta utile a beneficio di chi non ne fosse a conoscenza un piccolo excursus sulle modalità di organizzazione del calcio mondiale, nonché alcuni brevi cenni su come questo tipo di ranking che verrà analizzato sia cambiato nel corso degli ultimi anni.

L’organismo che “governa” il calcio mondiale (includendo calcio a 11, calcio a 5 e beach soccer) è la FIFA, acronimo di “Fédération Internationale de Football Association”, una federazione internazionale con sede a Zurigo e

fondata nel 1904 a Parigi. La FIFA si occupa della gestione e organizzazione di tutti gli eventi sportivi calcistici intercontinentali, che trovano massima espressione nel Campionato del Mondo di calcio, disputato ogni 4 anni e la cui ultima edizione si è svolta in Brasile nel 2014. Come detto, la federazione si impegna direttamente nell'organizzazione degli eventi che coinvolgono tutti i diversi continenti: per quanto concerne invece le manifestazioni organizzate in ogni singolo continente, la FIFA delega il compito alle confederazioni continentali, organi affiliati alla sede di Zurigo ma che possiedono un'indipendenza piuttosto marcata l'uno dall'altro e rispetto all'organismo centrale, e che rappresentano l'organo calcistico di più alto livello per ognuno dei 5 continenti. Gli organi confederali continentali sono:

- Per l'Europa, la UEFA (Union of European Football Associations);
- Per l'Asia, l'AFC (Asian Football Confederation);
- Per l'Africa, la CAF (Confédération Africaine de Football);
- Per l'America latina, la CONMEBOL (Confederación sudamericana de Fútbol);
- Per l'America centrale e settentrionale, la CONCACAF (Confederation of North, Central American and Caribbean Association Football);
- Per l'Oceania, l'OFC (Oceania Football Confederation).

Per l'Europa, dunque, l'organo che sovrintende il calcio è l'UEFA, fondata nel 1954 e con sede a Nyon, in Svizzera. Così come la FIFA organizza i campionati e le competizioni intercontinentali, all'UEFA è deputato il compito di organizzare le manifestazioni continentali, sia quelle che coinvolgono i club, sia quelle che coinvolgono le nazionali: per i club, le due competizioni massime europee sono la UEFA Champions League e la UEFA Europa League; per le nazionali, i Campionati Europei di calcio (di recente svolgimento).

Per entrambi gli ambiti (club e nazionali), la UEFA stila una classifica, un ranking europeo che non ha solo valenza "nominale":

- La posizione di una nazionale nella classifica, infatti, determina quante delle squadre che partecipano al massimo campionato

nazionale di uno specifico paese (la Serie A per l'Italia, la Premier League per l'Inghilterra, e così via) potranno avere accesso alle due competizioni europee sopracitate, e se l'accesso sarà diretto (senza dunque turni eliminatori) o se vincolato a dei turni preliminari. Risulta chiaro dunque che la classifica nazionale abbia una valenza non da poco: dal momento che l'accesso o meno alle competizioni europee è direttamente correlato, per i club, a maggiori o minori entrate economiche, avere più "slot" e con ciò avere più possibilità di partecipare a Champions League ed Europa League va nell'interesse delle squadre, e pertanto essere in cima o meno a questa classifica marca una differenza notevole;

- Per quanto concerne i club, invece, la posizione più in alto o più in basso nel ranking ha un diretto effetto sui sorteggi che vengono effettuati per definire la fase a gironi delle due competizioni europee. Essere più in alto nel ranking, perciò, consente di essere posizionati nella stessa fascia di altre squadre competitive (esclusa la prima fascia, dove dopo una recente riforma sono collocate di diritto le 7 squadre vincitrici dei campionati nazionali delle prime 7 nazioni del ranking nazionale), e quindi di aumentare le possibilità di passaggio del turno e di avanzamento nella competizione.

Entrambi i ranking, pertanto, hanno una valenza importante e sono tenuti fortemente in considerazione dalle federazioni nazionali e dai club.

4.1.2 Il calcolo dei ranking

Il sistema di calcolo dei due ranking risulta di comprensione piuttosto semplice. Un aspetto curioso risiede nel fatto che, come vedremo tra poco, i due ranking si influenzano a vicenda, e dipendono reciprocamente l'uno dall'altro; uno degli elementi che li accomuna è che il punteggio che determina il ranking è ottenuto considerando le prestazioni della squadra non del singolo anno, ma delle ultime 5 stagioni sportive.

Tra i due, quello da cui parte il calcolo è il ranking per club. Ogni squadra, infatti, guadagna annualmente dei punti, calcolati in base all'avanzamento

della stessa nelle coppe europee, e ai risultati conseguiti in ogni fase del torneo (esclusa la finale, il cui risultato non influisce sul conteggio). Le prestazioni sportive, dunque, sono il fulcro delle due classifiche, e influenzano la posizione tanto dei singoli club quanto delle nazioni di appartenenza.

I punti sono così calcolati:

UEFA Champions League

- 0,5 punti nel caso di eliminazione al primo turno di preliminari;
- 1 punto nel caso di eliminazione al secondo turno di preliminari;
- 4 punti per l'accesso alla fase a gironi;
- 4 punti per la partecipazione agli ottavi di finale;
- 1 punto bonus per ogni fase ulteriore raggiunta, dagli ottavi di finale fino alla finale;
- Per le eliminatorie, vengono assegnati 1 punto in caso di vittoria del match, 0,5 in caso di pareggio, 0 in caso di sconfitta; in caso di passaggio alla fase a gironi, tuttavia, per il calcolo del ranking vengono considerati solo i risultati ottenuti dai gironi in poi: i punteggi prima dei gironi servono solamente per assegnare un punteggio alle squadre eliminate, per il conteggio del ranking finale;
- Dalla fase a gironi in poi, ogni vittoria vale 2 punti, ogni pareggio 1 punto, ogni sconfitta sempre 0 punti. Il risultato della finale non è compreso nel calcolo totale, dunque al vincitore non andranno i 2 punti per la vittoria.

UEFA Europa League

- 0,25 punti nel caso di eliminazione al primo turno di preliminari;
- 0,5 punti nel caso di eliminazione al secondo turno di preliminari;
- 1 punto nel caso di eliminazione al terzo turno di preliminari;
- 1,5 punti nel caso di eliminazione agli spareggi per l'accesso ai gironi. Come per la Champions League, anche in questo caso questi punteggi sono meramente strumentali ad assegnare punti alle squadre che non dovessero accedere ai gironi;
- 2 punti nel caso di eliminazione nella fase a gironi, ma solo nel caso in cui in questa si totalizzino 0 o 1 punto (cosicché chi viene eliminato

ai gironi abbia comunque più punti di chi ai gironi non riesca ad approdare);

- Dai gironi in avanti: 2 punti per ogni vittoria, 1 punto per ogni pareggio, 0 punti per ogni sconfitta;
- I bonus di avanzamento, in questa competizione, sono di 1 punto per ogni turno raggiunto dopo i quarti di finale (compresi).

Tutti questi criteri definiscono il punteggio annuale di una squadra, ma non è tutto. Questo punteggio annuale, infatti, non basta da solo a definire la posizione nel ranking per club, posizione che è derivata e dipende anche, come già anticipato, dal ranking delle nazionali.

Quest'ultimo, in particolare, si calcola per l'anno corrente sommando i singoli punteggi ottenuti dalle squadre coi i bonus di cui sopra, e dividendo tale valore per il numero di squadre partecipanti alle due competizioni; il punteggio finale si ottiene sommando i punteggi annuali delle ultime 5 stagioni sportive. In questo modo, allo stato attuale delle cose, la Spagna è prima in classifica con 105,142 punti, seguita a debita distanza da Germania (80,177), Inghilterra (76,284) e Italia (70,439).

In che modo questo influenza il primo ranking? Lo fa nella misura in cui, nel ranking per singolo club, non contano solo le prestazioni sportive ma anche un modificatore detto "coefficiente nazione", che altro non è che una quota del 20% del coefficiente della nazione di appartenenza (dello stesso anno, non del totale) della squadra, che si va a sommare al punteggio ottenuto dal calcolo effettuato partendo dalle prestazioni sportive.

Così, per fare un esempio, la squadra Real Madrid otterrebbe un punteggio di 32 punti considerando solo l'avanzamento e i risultati ottenuti nella UEFA Champions League (che, tra l'altro, la vede come squadra vincitrice): a questi 32 punti vanno sommati i 4,671 del coefficiente nazione, che porta la squadra ad avere un ranking per la stagione 2015/16 di 36,671 punti totali. Il calcolo dei ranking ha subito recentemente una riforma, anche complice la riorganizzazione delle competizioni europee da parte dell'UEFA. Le modifiche principali sono state apportate ai bonus ottenibili dalle squadre mediante avanzamento nelle competizioni: prima della riforma (attuata a partire dalla stagione 2009/2010), una squadra che arrivava in finale di

UEFA Champions League otteneva bonus per avanzamento fino ad un massimo di 7 punti, mentre una squadra che arrivava in finale di Coppa UEFA (la competizione che poi sarebbe diventata l'UEFA Europa League) otteneva bonus per avanzamento di massimo 3 punti. Dopo la riforma, come visto, i punti di bonus aumentano considerevolmente per quanto riguarda la competizione Champions League arrivando ad un massimo di 12 (4 per la partecipazione ai gironi, 4 per l'avanzamento agli ottavi, più 1 punto per fase dagli ottavi alla finale), mentre restano 3 i punti massimi ottenibili tramite avanzamento in Europa League. Tale disparità di trattamento contribuisce ad acuire il divario tra le due competizioni, con la seconda che viene tenuta sempre meno in considerazione dai vari club europei, in quanto considerata quasi inutile nella contribuzione del ranking nazionale (e ultimo ma non ultimo per una questione di minori introiti economici, aspetto che non verrà considerato in questo elaborato).

4.1.3 Il ranking UEFA per club

Tra i due ranking, dunque, quello tra i club è considerabile come il ranking principale, da cui deriva (e che definisce) il secondo. Pertanto, la decisione è stata quella di lavorare su questa classifica.

Come anticipato con riferimento al ranking tennistico "ATP", è possibile fare una considerazione sul ranking UEFA per club: la decisione di sommare i risultati sportivi ottenuti nelle 5 stagioni è una decisione puramente arbitraria. Mentre il singolo risultato annuale è scarsamente opinabile, in quanto risultante da risultati di tipo sportivo (dati oggettivi) ottenuti nell'arco di una stagione, nulla impone di utilizzare come discriminante per la formazione dell'output la somma di questi singoli risultati. Tutt'altro, questo metodo può risultare limitante: se per quanto riguarda la stagione sportiva (un periodo di tempo tutto sommato limitato e con oscillazioni prestazionali che ben si riflettono nel punteggio finale) la somma dei singoli modificatori trova giustificazione e dipinge correttamente l'andamento di un club nell'arco dell'anno, effettuare il calcolo sui 5 anni meramente sommando i risultati può non essere l'idea migliore, poiché non tiene in considerazione un'ampia forbice di valori che si ritrovano appiattiti in un numero che quindi,

da solo, ha poco significato se rapportato a quanto delle prestazioni sul medio periodo potrebbero raccontare altre tipologie di valori (com'è stato l'andamento della squadra? Si è mantenuta costante sui propri livelli? Ci sono stati miglioramenti o peggioramenti? La posizione in classifica è dovuta all'exploit casuale di un anno, oppure viceversa ad un'annata particolarmente negativa che ha penalizzato la squadra?).

Similmente a quanto operato da Rida Laraki e Michel Balinski, lo scopo di questa analisi è perciò rispondere alla seguente domanda: può il corrente metodo di aggregazione dei dati e la formazione del conseguente ranking dirsi completo, oppure l'applicazione di diversi e alternativi metodi porta a risultati differenti? Esistono metodi più "equi"?

4.1.4 Il ranking attuale

La classifica attuale UEFA per i club conta attualmente 456 club. L'analisi compiuta si restringe alle prime 20 posizioni, per due principali motivazioni: la prima riguarda la mole di dati da trattare, che risultava particolarmente imponente; la seconda riguarda il fatto che molte delle squadre sono nel ranking poiché sono le uniche rappresentanti della propria nazione, ma di fatto non hanno mai preso parte ad alcuna competizione europea: la parte bassa della classifica, infatti, vede presenti solo squadre con punteggio appena al di sopra dello zero, rappresentanti nazioni minori dal punto di vista calcistico (Galles, San Marino, ecc) e il cui punteggio è determinato solo dal 20% della quota del coefficiente nazione, troppo poco per essere considerate utili ai fini dell'elaborato.

Il ranking aggiornato alla stagione 2015/2016 vede la squadra Real Madrid in testa, con 175,028 punti, seguita da Bayern Monaco e Barcellona, rispettivamente con 163,033 e 159,026 punti. Il motivo del primato della squadra spagnola è presto detto: in tutte le ultime 5 stagioni sportive ha raggiunto la semifinale della UEFA Champions League (vincendo anche molte partite, sia nella fase a gironi che in quella ad eliminazione diretta), e in 2 casi su 5 la squadra è approdata anche in finale, vincendo la competizione entrambe le volte (la qual cosa tuttavia, come detto, non influisce sul computo della classifica).

Tabella 20: il ranking attuale

	Squadra	Nazionalità	11/12	12/13	13/14	14/15	15/16	Totale
1	Real Madrid CF	ESP	36,171	29,542	39,600	33,042	36,671	175,026
2	FC Bayern München	GER	33,050	36,585	29,942	31,171	32,285	163,033
3	FC Barcelona	ESP	34,171	27,542	28,600	38,042	30,671	159,026
4	Club Atlético de Madrid	ESP	34,171	13,542	37,600	26,042	31,671	143,026
5	Chelsea FC	ENG	33,050	30,285	28,357	23,714	20,850	136,256
6	SL Benfica	POR	23,366	28,350	30,983	9,816	24,100	116,615
7	Paris Saint-Germain	FRA	9,100	27,350	26,700	23,183	26,216	112,549
8	Borussia Dortmund	GER	10,050	33,585	24,942	21,171	20,285	110,033
9	Juventus	ITA	2,271	25,883	25,833	32,800	20,300	107,087
10	Arsenal FC	ENG	22,050	21,285	21,357	22,714	17,850	105,256
11	Manchester City FC	ENG	20,050	10,285	22,357	17,714	28,850	99,256
12	Valencia CF	ESP	25,171	22,542	26,600	4,042	18,671	97,026
13	FC Schalke 04	GER	20,050	22,585	18,942	20,171	14,285	96,033
14	Sevilla FC	ESP	5,671	3,542	26,600	32,042	25,671	93,526
15	FC Zenit	RUS	19,950	14,950	18,083	18,933	21,300	93,216
16	FC Porto	POR	12,366	22,350	17,983	26,816	13,100	92,615
17	SSC Napoli	ITA	21,271	8,883	18,833	25,800	15,300	90,087
18	Bayer 04 Leverkusen	GER	19,050	12,585	18,942	21,171	17,285	89,033
19	FC Basel 1893	SUI	20,200	17,675	20,440	16,380	13,060	87,755
20	Manchester United FC	ENG	16,050	21,285	26,357	2,714	15,850	82,256

Si analizzerà ora come cambiano le posizioni applicando diversi metodi di aggregazione dei dati.

Somma troncata

Invece della mera somma, un'alternativa è quella di eliminare il valore più basso e il valore più alto, e calcolare l'output sommando i 3 valori rimanenti. In questo modo, la presenza di un valore eccessivamente distante dagli altri (in positivo o in negativo) viene mitigata, e pertanto dalla misurazione vengono tolte eventuali stagioni di exploit e/o annate particolarmente negative. Il risultato è il seguente:

Tabella 21: ranking con il metodo della somma troncata

1	Real Madrid CF	105,884
2	FC Bayern München	96,506
3	FC Barcelona	93,442
4	Club Atlético de Madrid	91,884
5	Chelsea FC	82,356
6	Paris Saint-Germain	75,816
7	SL Benfica	76,099
8	Juventus	66,398
9	Borussia Dortmund	72,016
10	Valencia CF	64,692
11	Arsenal FC	60,121
12	Manchester City FC	66,384
13	FC Schalke 04	59,163
14	Sevilla FC	57,942
15	FC Zenit	56,966
16	SSC Napoli	53,433
17	Bayer 04 Leverkusen	55,404
18	FC Basel 1893	55,277
19	FC Porto	54,255
20	Manchester United FC	53,185

Le prime 5 posizioni restano invariate; dalla sesta alla dodicesima posizione vi è un parziale cambiamento, con alcune squadre (Paris Saint-Germain, Juventus e Valencia) che guadagnano 1 o 2 posizioni, al contrario delle restanti che perdono terreno. Fanalino di coda resta in questo caso il Manchester United, preceduto in diciannovesima posizione dal Porto, la squadra più penalizzata da questo criterio che perde ben 3 posizioni. La squadra al contrario che più trae beneficio dalla somma troncata è il Valencia, che passa dalla dodicesima alla decima posizione.

Commento: il metodo della somma troncata potrebbe risultare maggiormente utile nel caso in cui nel computo del ranking comparissero più stagioni, e non solo 5. A parere di chi scrive, togliere 2 valori da un totale di 5 (vale a dire il 40% del totale dei dati su cui viene calcolata la classifica)

potrebbe sì essere una mossa vincente da un punto di vista “logico” (eliminando eventuali stagioni eccezionalmente positive o negative), ma limiterebbe l’efficacia del metodo da un punto di vista matematico, basando la classifica su 3 soli valori.

Metodo di Borda

Un altro metodo di calcolo possibile è l’applicazione del metodo di Borda: considerando come riferimento la singola stagione, e dato un numero di input n (in questo caso, con n pari a 20), viene assegnato un punteggio pari ad n a chi in quella stagione ha totalizzato più punti, $n-1$ al secondo, $n-2$ al terzo ecc, fino all’ultimo classificato, che riceverà $n-(n-1)$ punti, vale a dire un solo punto. Tenendo sempre il metro di riferimento delle 5 stagioni, l’output sarà calcolato in ordine decrescente in base a chi, in questo arco di tempo, avrà totalizzato il punteggio più alto. In questo caso, diversamente dai metodi a somma (troncata e semplice), è rilevante anche la posizione occupata da un club considerata la singola stagione sportiva. Nel caso in cui ci siano pareggi tra due club, che quindi abbiano totalizzato lo stesso punteggio, è stato utilizzato il criterio (verosimilmente, non ci sono fonti a riguardo) scelto dall’UEFA: vengono posizionate in ragione del punteggio totale sui 5 anni. Benché discutibile, sembra questa essere la soluzione più semplice per dirimere i casi di pareggio.

Con il metodo di Borda, la classifica è la seguente:

Tabella 22: ranking con il metodo di Borda

1	Real Madrid CF	99
2	Club Atlético de Madrid	74
3	FC Bayern München	88
4	FC Barcelona	87
5	Chelsea FC	71
6	SL Benfica	64
7	Paris Saint-Germain	57
8	Sevilla FC	46
9	Valencia CF	49

10	Juventus	52
11	Borussia Dortmund	49
12	Arsenal FC	46
13	Manchester City FC	42
14	FC Schalke 04	36
15	FC Zenit	34
16	Manchester United FC	31
17	Bayer 04 Leverkusen	29
18	FC Basel 1893	29
19	FC Porto	33
20	SSC Napoli	34

Come per il metodo della somma troncata, le prime 7 posizioni restano invariate. Dall'ottava in poi e ad esclusione solo della quindicesima e diciannovesima posizione, le cose cambiano: molte squadre subiscono una variazione della propria posizione in classifica, variazione che oscilla da -2 (2 posizioni perse) a +3 (3 posizioni guadagnate). Le squadre che perdono più posizioni in classifica sono Arsenal, Manchester City e Bayer Leverkusen; il Siviglia, invece, guadagna in questo modo ben 3 posizioni.

Commento: a prescindere dalla rilevazione di metodo fatta in precedenza, il metodo di Borda risulta in questo caso un buon metodo di calcolo, poiché parte dalla posizione che occupano le squadre nelle varie classifiche "provvisorie" stagionali: questo fa sì che l'oscillazione delle prestazioni della squadra nei 5 anni sia un elemento di cui viene tenuto conto, e che non viene appiattito nella somma generale dei punteggi.

Una variante al metodo di Borda tradizionale è quella per cui i punteggi ottenuti in ogni stagione non vengono sommati, ma ne viene calcolata la mediana e il punteggio mediano viene considerato ai fini dell'output (in sostanza, un metodo a metà tra Borda e il giudizio di maggioranza di Laraki e Balinski). In questo caso la classifica cambia nuovamente:

Tabella 23: ranking con il metodo di Borda modificato

1	Real Madrid CF	20
2	Club Atlético de Madrid	18

3	FC Bayern München	17
4	FC Barcelona	17
5	Chelsea FC	15
6	SL Benfica	14
7	Paris Saint-Germain	14
8	Sevilla FC	12
9	Valencia CF	11
10	Juventus	10
11	Borussia Dortmund	9
12	Arsenal FC	9
13	Manchester City FC	8
14	FC Schalke 04	7
15	FC Zenit	6
16	Manchester United FC	6
17	Bayer 04 Leverkusen	6
18	FC Basel 1893	6
19	FC Porto	5
20	SSC Napoli	4

Per la prima volta, il podio subisce un cambiamento, guadagnando l'Atletico Madrid la seconda posizione e facendo scivolare Bayern Monaco e Barcellona di una posizione ciascuno. Nel fondo della classifica, il Napoli perde ben 4 posizioni rispetto al suo attuale piazzamento, arrivando ad essere la ventesima classificata.

Metodo di Quandt

Vagamente simile al metodo di Borda, anche il metodo di Quandt tiene conto delle prestazioni per singola stagione sportiva: per ogni annata, infatti, viene calcolata la media della possibile posizione nel ranking di ogni squadra, e viene poi fatta la somma di questi valori. La squadra che occupa la prima posizione, ovviamente, sarà quella con il valore più basso. In questo caso, è stata operata una correzione alla classifica originale, in ragione del fatto che con il metodo di Quandt i pareggi sono importanti ai

fini della definizione dell'output, essendo il valore calcolato una media delle possibili posizioni occupate. Pertanto, la correzione di metodo che è stata operata è stata quella di depurare tutti i valori delle squadre dal coefficiente nazione per la specifica stagione, in modo da ottenere dei valori "tondi", che hanno riportato dunque anche diversi pareggi. Il risultato ottenuto è il seguente:

Tabella 24: ranking con il metodo di Quandt

1	Real Madrid CF	10,0
2	FC Bayern München	15,0
3	FC Barcelona	23,0
4	Chelsea FC	32,0
5	Club Atlético de Madrid	32,0
6	SL Benfica	39,0
7	Paris Saint-Germain	44,5
8	Juventus	49,5
9	Borussia Dortmund	54,5
10	Arsenal FC	60,5
11	Valencia CF	61,5
12	Sevilla FC	62,0
13	Manchester City FC	65,0
14	FC Zenit	67,5
15	FC Porto	68,5
16	SSC Napoli	70,0
17	FC Basel 1893	71,0
18	Manchester United FC	72,0
19	FC Schalke 04	75,0
20	Bayer 04 Leverkusen	76,0

Ancora una volta il podio è immune da cambiamenti, mentre le squadre al quarto e quinto posto si invertono di posizione. Scendendo nella classifica, molte squadre guadagnano una o due posizioni; emblematico il caso dello Schalke 04, che utilizzando questo criterio perde ben 6 posizioni, passando dal tredicesimo al diciannovesimo posto.

Commento: come detto, anche questo sistema riesce a tenere conto dell'andamento nell'arco delle stagioni delle diverse squadre. I risultati tra metodo di Quandt e metodo di Borda sono simili ma non identici, con i primi forse più approssimati rispetto ai secondi, in quanto viene considerata la media delle possibili posizioni e non la posizione vera e propria occupata nella classifica.

Metodo della mediana (giudizio di maggioranza)

Da ultimo, è stato applicato il metodo proposto da Balinski e Laraki, ossia il metodo del giudizio maggioritario. Sempre prendendo in considerazione le valutazioni degli ultimi 5 anni, queste sono state messe in ordine decrescente per ogni squadra, e come discriminante per la formazione dell'output è stato selezionato il punteggio mediano. Come suggerisce il metodo, nel caso di pareggi è stata applicata la procedura standard: per dirimere il pareggio vengono considerate solo le due (o più) unità che pareggiano; vengono eliminati i valori per i quali essi pareggiano, e viene calcolata la nuova mediana (arrotondata per difetto quando i valori da considerare sono pari); la squadra con la mediana di secondo livello più alta, vince ed è posizionata sopra la squadra con la mediana di secondo livello più bassa. Nel caso in cui questo porti ad un altro pareggio, si procede ad oltranza fino a trovare una mediana di livello inferiore che vinca sull'altra. Due squadre dunque pareggiano tra loro in senso assoluto solo se hanno tutti e 5 i valori perfettamente identici. Questa la classifica con il metodo "majority judgement":

Tabella 25: ranking con il metodo del giudizio di maggioranza (o metodo della mediana)

1	Real Madrid CF	36,171
2	FC Bayern München	32,285
3	Club Atlético de Madrid	31,671
4	FC Barcelona	30,671
5	Chelsea FC	28,357
6	Paris Saint-Germain	26,216

7	Juventus	25,833
8	Sevilla FC	25,671
9	SL Benfica	24,100
10	Valencia CF	22,542
11	Arsenal FC	21,357
12	Borussia Dortmund	21,171
13	Manchester City FC	20,050
14	FC Schalke 04	20,050
15	Bayer 04 Leverkusen	18,942
16	FC Zenit	18,933
17	SSC Napoli	18,833
18	FC Porto	17,983
19	FC Basel 1893	17,675
20	Manchester United FC	16,050

Ad esclusione del metodo di Borda modificato (che sfrutta peraltro lo stesso metodo della mediana), solo utilizzando questo criterio vi è un cambiamento nel podio, con l'Atletico Madrid che scala in terza posizione ai danni del Barcellona, che in questo ranking si classifica quarto. Alcuni cambiamenti di classifica sono sostanziosi: il Siviglia, che passa dal quattordicesimo all'ottavo posto, è indubbiamente la squadra che più beneficia di questo metodo, guadagnando ben 6 posizioni; Benfica e Borussia Dortmund sono invece le squadre che più hanno da perdere tramite l'applicazione di questa metodologia, perdendo rispettivamente 3 e 4 posizioni nel ranking.

Commento: in generale, solo 6 squadre su 20 mantengono la loro posizione originale, le restanti 14 cambiano invece posizione (statistica che il metodo condivide con il ranking calcolato secondo Quandt, con la differenza che in quel caso i cambiamenti non interessavano le prime 3 posizioni), indice di un criterio con fondamenta diverse da quello originario della somma. Anche il metodo della mediana riflette correttamente l'andamento nei 5 anni delle squadre, essendo la mediana un indicatore affidabile del trend di un club nel tempo.

4.1.5 Considerazioni finali

Le classifiche e i dati così elaborati offrono diversi spunti di riflessione. In primis, sono state calcolate le “posizioni medie” di tutte le squadre, ottenute sommando le posizioni della singola squadra conseguite con i diversi metodi e dividendo il numero per il numero di metodi utilizzati. Lo scopo di questo dato è quello di stimare, con un grado di approssimazione non troppo elevato, se la squadra “merita” il posto che occupa, ovvero, matematicamente, se e di quanto la posizione occupata tramite il metodo della somma si distacca da quelle che potrebbe occupare tramite l'utilizzo di altre modalità di calcolo.

Tabella 26: posizione attuale e posizione media

Squadra	Posizione attuale	Posizione media
Real Madrid CF	1	1,0
FC Bayern München	2	2,0
FC Barcelona	3	3,2
Club Atlético de Madrid	4	4,0
Chelsea FC	5	4,8
SL Benfica	6	6,3
Paris Saint-Germain	7	6,8
Borussia Dortmund	8	8,8
Juventus	9	8,3
Arsenal FC	10	10,8
Manchester City FC	11	12,3
Valencia CF	12	10,8
FC Schalke 04	13	14,6
Sevilla FC	14	11,8
FC Zenit	15	15,0
FC Porto	16	16,8
SSC Napoli	17	16,3
Bayer 04 Leverkusen	18	18,8
FC Basel 1893	19	18,3
Manchester United FC	20	19,2

Come si può notare, le prime due posizioni non sono minimamente in discussione, considerato che i primi due posti non vengono intaccati da nessun tipo di metodo di aggregazione. Solo altre due squadre (Atletico Madrid e Zenit di San Pietroburgo, rispettivamente quarto e quindicesimo in classifica) ottengono un punteggio tondo e pari alla propria attuale posizione, segno che qualunque sia il modo in cui si calcola, la posizione che occupano è anche quella che effettivamente si sono meritati sportivamente.

Per quanto riguarda il resto della classifica, i valori sono da interpretare in questo modo: quanto più il valore si discosta dalla posizione attuale, quanto più la stessa non è “equa” rispetto alla posizione che il club meriterebbe di occupare; i valori dopo la virgola, tuttavia, sono importanti: indicano di quanto il valore “meritato” si discosta rispetto all’intero più vicino. Per esempio, la squadra Manchester City ottiene una posizione media di 12,3, a fronte di una posizione attuale di 11 (1,3 di variazione in valore assoluto). Ciò significa che, nel ranking, la squadra andrebbe posizionata una posizione al di sotto della attuale, con un trend (in questo caso poco marcato) più verso il tredicesimo posto che verso l’undicesimo.

In generale, la squadra che risulta più penalizzata dall’attuale sistema di calcolo è il Siviglia. Attualmente al quattordicesimo posto, la sua posizione media indica che dovrebbe occupare almeno il dodicesimo posto, con tendenza (debole) verso l’undicesimo: solo la somma troncata infatti la posiziona quattordicesima, utilizzando altri metodi di aggregazione la squadra andalusa finirebbe dodicesima, undicesima o addirittura ottava (con il metodo di Laraki e Balinski). La squadra che più ottiene benefici, invece, è lo Schalke 04: il bilancio per la squadra tedesca è di solo un punto, ma è il club con punteggio dopo la virgola più alto, che dunque la mette al primo posto delle squadre che traggono vantaggio dal sistema di calcolo a somma semplice.

Un’ultima considerazione riguarda il criterio stagionale di conteggio del ranking. Se da un lato, infatti, la scelta di associare un punteggio che si incrementi in base ai risultati risulta la più naturale e l’opzione migliore, dall’altro, a parere di chi scrive, esistono due tipi di limiti:

- Il primo riguarda la disparità di trattamento esistente tra le due massime competizioni UEFA, la Champions League e l'Europa League. Considerando solo i bonus, ovvero i punteggi che si ottengono tramite avanzamento e dunque senza tener conto dei risultati delle partite, il numero massimo di punti ottenibili arrivando fino alla finale della Champions League è 12, contro i miseri 3 punti di bonus che regala l'approdo alla finale di Europa League. Se una discriminante di punteggio è naturale che ci sia, stante il diverso prestigio dei due tornei, dall'altro i 9 punti di differenza sembrano essere decisamente troppi, e creano un gap non trascurabile tra le squadre che partecipano ad una o all'altra competizione. Il Siviglia, per esempio, è la squadra che negli ultimi 3 anni ha vinto l'UEFA Europa League, e nonostante ciò è solo al quattordicesimo posto, al di sotto di squadre come Valencia e Arsenal che nelle ultime equivalenti stagioni hanno decisamente sfigurato nella competizione maggiore;
- Il secondo riguarda l'interdipendenza tra i due ranking. La formazione del ranking per le nazionali come classifica derivata è una buona intuizione, che delinea bene la situazione e i rapporti di forza che esistono tra le varie federazioni nazionali; al contrario, la contro-dipendenza con il ranking per club (ossia l'aggiunta del 20% del coefficiente nazione al punteggio stagionale) risulta una scelta francamente poco spiegabile, alla luce del fatto che se una determinata nazione è in alto nel ranking è perché le squadre che la rappresentano hanno ben figurato nelle competizioni continentali, e non vi è pertanto necessità di ribadire il concetto aggiungendo ulteriori punti legati proprio a questa superiorità, che appare quindi ridondante. In secondo luogo, questo sistema rischia di premiare in misura eccessiva squadre che, di fatto, hanno un apporto risibile al ranking nazionale: squadre che dunque, in questo modo, scavalcheranno in classifica club che potenzialmente potrebbero aver meglio figurato sul campo, ma che godono di coefficienti nazione più bassi.

4.2 Il Pallone d'Oro FIFA

Il secondo ambito considerato è quello dell'assegnazione del premio denominato "Pallone d'Oro" da parte della FIFA, un premio consegnato al giocatore ritenuto il migliore dell'anno solare e votato da una giuria composta da capitani e allenatori di tutte le squadre nazionali del mondo (appartenenti a nazioni affiliate alla FIFA), nonché da un gruppo di giornalisti, uno per ogni nazione mondiale affiliata alla FIFA.

L'assegnazione di questo premio ha subito una riforma nel recente passato: nel 2009, infatti, il trofeo individuale è diventato ufficialmente un premio FIFA, mentre prima era un trofeo sconnesso dal circuito ufficiale, benché comunque molto sentito e di grande prestigio. Prima del 2009, la gestione del premio era nelle mani di "France Football", una rivista sportiva francese, che autonomamente eleggeva il miglior calciatore dell'anno solare, basandosi sui giudizi di 96 giornalisti sportivi provenienti da tutto il mondo. Anche nel periodo di competenza autonoma della rivista il regolamento è cambiato in più occasioni, inserendo per esempio la possibilità di votare calciatori extra-europei a partire dal 1995, e la possibilità di eleggere giocatori militanti in squadre non UEFA dal 2006.

Con l'edizione 2010, il premio si fonde con un altro riconoscimento personale che veniva assegnato al giocatore migliore del mondo, che però faceva parte del circuito ufficiale essendo un premio FIFA: il FIFA World Player of the Year. Da quell'anno, il Pallone d'Oro diventa "Pallone d'Oro FIFA", e cambiano i criteri di assegnazione e di premiazione:

- In un primo step, la rivista France Football (che dunque è stata mantenuta all'interno dell'organizzazione, per non snaturarne completamente lo spirito) stila una classifica di 23 giocatori meritevoli del premio, in base alle prestazioni nell'anno solare. Questa classifica, ad onor del vero, è piuttosto arbitraria, e non manca di generare polemiche per esclusioni eccellenti;
- In una seconda fase, vengono votati i giocatori, da un gruppo formato da allenatori, capitani e giornalisti delle varie nazioni del mondo affiliate FIFA. In base alle loro preferenze, viene eletto il giocatore che verrà insignito del trofeo.

4.2.1 Il calcolo del punteggio e la classifica attuale

Per la formazione di questa speciale classifica, viene utilizzato un metodo di Borda leggermente modificato, per esigenze numeriche: ciascuno dei votanti designa i 3 giocatori che preferisce scelti tra i 23 decisi da France Football, che ordina in una propria classifica personale assegnando al primo classificato 5 punti, al secondo 3 punti e al terzo 1 punto (ne deriva che ogni giocatore non nominato guadagna 0 punti). Fatta la somma dei punteggi si decide il vincitore, che ovviamente sarà il calciatore che avrà totalizzato più punti. In caso di pareggio, viene giudicato vincitore il giocatore che è stato più volte scelto come primo classificato nelle singole classifiche; se sono ancora in parità, vengono contate le seconde scelte; in caso di ulteriore pareggio, vengono contate le terze scelte. Se i giocatori pareggiano ancora, il premio viene assegnato ex-aequo ad entrambi gli atleti.

L'ultima edizione del premio ha visto trionfare Lionel Messi, calciatore argentino del Barcellona, con un punteggio totale di 1857. Questa la situazione generale dell'ultima classifica:

Tabella 27: classifica del Pallone d'Oro FIFA 2015

Giocatore	Prima preferenza	Seconda preferenza	Terza preferenza	Nessuna preferenza	Punteggio finale
Messi Lionel	319	78	28	73	1857
Cristiano Ronaldo	100	229	57	112	1244
Neymar	15	52	122	309	353
Lewandowski Robert	14	24	45	415	187
Suárez Luis	7	23	48	420	152
Müller Thomas	3	15	38	442	98
Neuer Manuel	8	11	14	465	87
Hazard Eden	1	12	18	467	59
Iniesta Andrés	6	4	13	475	55
Sánchez Alexis	2	10	13	473	53
Ibrahimovic Zlatan	3	8	11	476	50
Touré Yaya	5	1	12	480	40
Agüero Sergio	1	7	12	478	38
Mascherano Javier	5	2	4	487	35
Pogba Paul	1	4	15	478	32
Bale Gareth	4	1	6	487	29
Vidal Arturo	0	5	11	482	26
De Bruyne Kevin	2	2	5	489	21

Rodríguez James	0	4	8	486	20
Benzema Karim	1	4	1	492	18
Robben Arjen	1	0	8	489	13
Kroos Toni	0	2	7	489	13
Rakitic Ivan	0	0	2	496	2
	498	498	498		

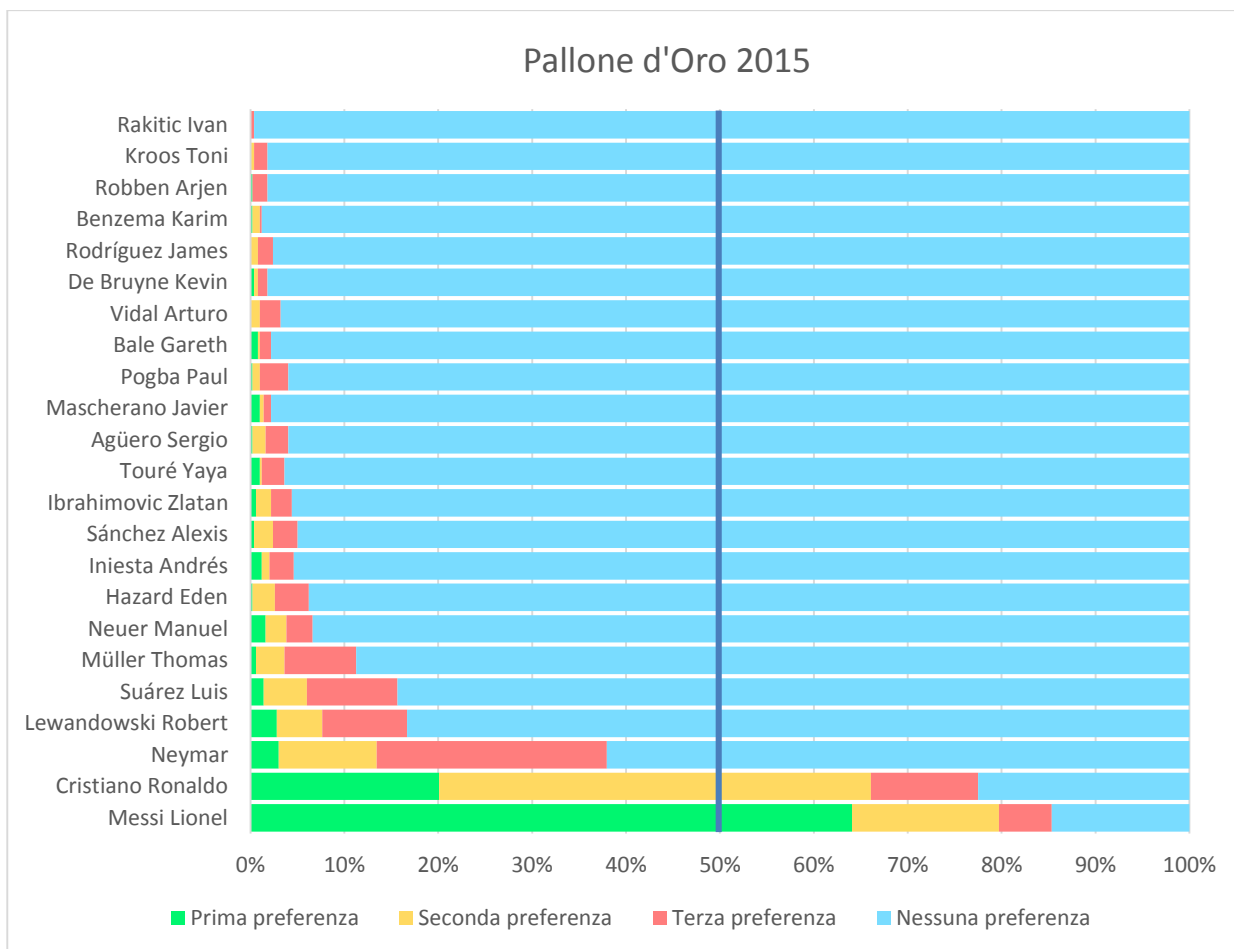
Come per il ranking UEFA per club, lo scopo è capire se, utilizzando altri metodi di aggregazione, il risultato totale può cambiare.

Metodo della mediana (giudizio di maggioranza)

Una delle strade seguite è quella dell'applicazione del "majority judgment", il metodo di Laraki e Balinski che si basa sul giudizio mediano dato ad un singolo soggetto in gara.

Tramite un foglio di calcolo, sono stati contati i singoli voti come prima, seconda o terza preferenza assegnati a ciascun giocatore; da questi, si è poi ricavato il numero di volte in cui il giocatore non ha ottenuto nessuna preferenza.

Il seguente grafico rappresenta la situazione dei singoli giocatori: in verde è evidenziata la percentuale di voti presi come prima preferenza; in giallo, i voti ottenuti come seconda preferenza; in rosso, la percentuale di voti come terza preferenza; in blu, la percentuale di volte in cui il giocatore non è stato nominato tra le 3 preferenze. La percentuale di ogni posizione (prima, seconda, terza o nulla) è stata calcolata come rapporto tra il numero di preferenze ottenute per la specifica posizione e il numero totale di votanti.



La linea blu segna la mediana dei giudizi, e in base al colore che incrocia è possibile definire in quale dei 4 intervalli si posiziona la mediana di ciascun calciatore.

Com'è possibile intuire dal grafico, il punteggio di Lionel Messi anche con questo metodo non è minimamente messo in discussione dal secondo classificato, Cristiano Ronaldo: il giudizio mediano di Messi ricade nell'area verde, mentre quello di Ronaldo ben all'interno (e quasi alla fine) dell'area gialla.

In generale, questi due metodi di classificazione uniti al fatto che solo il primo classificato risulta vincitore (e dunque non c'è un vero e proprio podio, se non a livello puramente di cronaca) fanno propendere per l'ipotesi che, in questo specifico caso e con questo sistema di preferenze, non c'è alcun metodo che possa cambiare l'esito della votazione, in quanto la maggioranza ottenuta da Lionel Messi non può essere messa in discussione con qualsivoglia metodo (similmente a quanto accade per i primi due posti del ranking UEFA occupati da Real Madrid e Bayern Monaco).

Conclusioni

L'obiettivo di questo elaborato era analizzare la disciplina delle scelte sociali attraverso diverse lenti e diversi punti di vista: in primis, facendo un riepilogo di alcuni degli studiosi che, con il loro contributo, hanno definito e formalizzato la materia, ponendo il problema dell'aggregazione dei dati e di come metodi diversi di aggregazione degli stessi dati portino a esiti differenti. Analizzando il lavoro di Condorcet e Borda, si è visto come i due metodi proposti nel 1700 presentassero pregi e difetti, e che pertanto è difficoltoso tra i due individuare quale sia il migliore, ammesso che questo esista; anche i metodi di Llull e Black non sono esenti da critiche, per quanto comunque il metodo di quest'ultimo sia quello che più si avvicina agli studi di Balinski e Laraki, che propongono il metodo della mediana come alternativa vincente per risolvere questo tipo di problemi. Il loro lavoro ha permesso non solo di cambiare gli esiti del giudizio di Parigi, ma ha evidenziato come la questione del metodo sia un problema cruciale ogni qualvolta si tratti di aggregare diversi tipi di dati, siano essi giudizi, punteggi o voti. Non sempre il metodo utilizzato è quello corretto, o, per meglio dire, quello che meglio risponde alle esigenze della classifica che si sta andando a formare: ogni metodo è valido, ma ne possono esistere di più aderenti alle necessità di ogni singola fattispecie.

Seguendo questo spirito, è stato messo l'accento su un ambito in particolare, quello sportivo, e su due questioni in particolare: il criterio di formazione del ranking UEFA per club e l'assegnazione del premio FIFA "Pallone d'Oro" al giocatore più meritevole. Come Balinski e Laraki avevano fatto con la gara enologica, la questione posta era la seguente: può il metodo attuale di calcolo delle due classifiche dirsi corretto e completo, o l'applicazione di modalità di conteggio differenti (che esprimono dunque valori diversi) può portare a risultati che più si avvicinano alla realtà dei fatti? Per quanto concerne questo ultimo tema, la risposta alla domanda fatta non è la stessa per le due classifiche analizzate.

Da un lato, per il "Pallone d'Oro FIFA" il metodo di conteggio attuale sembra corretto: analizzando la classifica 2015, nessun metodo alternativo avrebbe potuto cambiare i risultati della votazione, stante che il vincitore (Lionel

Messi, giocatore argentino del Barcellona) presenta una maggioranza troppo marcata rispetto ai suoi concorrenti. In valore assoluto, in ogni caso, il metodo è ben congegnato: il conteggio avviene tramite un conteggio di Borda leggermente modificato, e tenendo salda l'organizzazione attuale del premio, sembra essere coerente con i valori e le preferenze espresse dalla giuria.

La situazione è invece diversa parlando del ranking UEFA per i club. L'analisi condotta dimostra che l'attuale metodologia di calcolo del ranking dipinge poco e male le attuali differenze che si riscontrano tra le squadre in classifica, poiché, essendo questa calcolata in un arco di tempo di 5 stagioni sportive, il solo sommare i valori annuali tende a livellare molte (se non tutte) delle componenti che, in una classifica di questo tipo, potrebbero fare la differenza e far guadagnare a ciascuna squadra più di qualche posizione (l'andamento nel tempo, per esempio). L'applicazione di altri metodi di conteggio, pertanto, risulta più in linea con lo strumento, che in questo modo acquisirebbe più veridicità e maggior corrispondenza con i reali rapporti di forza che esistono tra le squadre di club europee.

Inoltre, a margine del calcolo totale della classifica, è stato evidenziato come il metodo di formazione del punteggio stagionale non sia completamente corretto e sfoci in una eccessiva distanza tra le squadre che partecipano alle due massime competizioni europee per club (UEFA Champions League e UEFA Europa League). Una riforma in tal senso, dunque, aiuterebbe a livellare la classifica e ad esaltare al meglio il secondo torneo, che allo stato attuale delle cose è tenuto poco in considerazione dalle squadre europee.

Bibliografia

King, R. (2009), *Governing universities globally: organizations, regulation and rankings*, Elgar, Cheltenham

Lyon, A. e Pacuit E. (2013), "The wisdom of crowds: methods of human judgement aggregation", in *Handbook of human computation*, a cura di Pietro Michelucci.

Dietrich, F. e List C. (2014), *Probabilistic Opinion Pooling*, Biblioteca dell'università di Monaco, Working Paper 54806

Mossel, E., "Condorcet's theorem", in *Social networks and social choice*, Conferenza del 31/08/2010

Mueller, D.C. (2003), *Public Choice III*, Cambridge University Press

McLean, I. e London J. (1992), "Ramon Llull and the theory of voting", *Studia Lulliana* **32**:21 – 37

Laraki, R. e Balinski M. (2010), *Majority judgment: measuring, ranking and electing*, Cambridge, MIT Press

Arrow, K. J. (1973), *Social choice and individual values*, Londra, Yale University Press

Laraki, R. e Balinski M. (2014), "What should "majority decision" mean?", in Elster, J. e Novak S. (2014) *Majority decisions*, Cambridge University Press

Laraki, R. e Balinski M. (2014), "Judge: don't vote!", *Operation research* **28**:483 – 511

Laraki, R. e Balinski M. (2012), "How best to rank wines", in Giraud-Héraud, E. e Pichery M.-C. (2012), *Wine economics: quantitative studies and empirical observations*, Londra, Palgrave

Geanakoplos, J. (1996), *Three brief proofs of Arrow's impossibility theorem*, Yale University, Working Paper 1123RRR

Yu, N. N., *A one-shot proof of Arrow's impossibility theorem*, Stanford University, manoscritto non pubblicato

Morreau, M. (2014), *Arrow's Theorem*, Stanford Encyclopedia of Philosophy

List, C. (2013), *Social choice theory*, Stanford Encyclopedia of Philosophy

Sitografia

Statistical Consultants Ltd (2010), "Condorcet's jury theorem". (Ultimo accesso: 10/06/2016)
<http://www.statisticalconsultants.co.nz/blog/condorcets-jury-theorem.html>

Wikipedia (2016), "Nicolas de Condorcet". (Ultima modifica: 7 maggio)
https://it.wikipedia.org/wiki/Nicolas_de_Condorcet

Wikipedia (2016), "Jean-Charles de Borda". (Ultima modifica: 11 maggio)
https://it.wikipedia.org/wiki/Jean-Charles_de_Borda

Wikipedia (2016), "Kenneth Arrow". (Ultima modifica: 30 maggio)
https://it.wikipedia.org/wiki/Kenneth_Arrow

Wikipedia (2016), "Duncan Black". (Ultima modifica: 10 giugno)
https://en.wikipedia.org/wiki/Duncan_Black

Wikipedia (2016), "Michel Balinski". (Ultima modifica: 5 giugno)
https://en.wikipedia.org/wiki/Michel_Balinski

UEFA (2016), "Ranking UEFA competizioni per club". (Ultima modifica: 1 giugno)

<http://it.uefa.com/memberassociations/uefarankings/club/index.html>

Stanford Encyclopedia of Philosophy (2013), "Social choice theory". (Ultimo accesso: 13/06/2016).

<http://plato.stanford.edu//entries/social-choice/>

FIFA, "Fifa Balon d'Or 2015".

http://resources.fifa.com/mm/document/ballon-dor/playeroftheyear-men/02/75/49/91/fboaward_menplayer2015_neutral.pdf