



Università
Ca' Foscari
Venezia

Corso di Laurea magistrale (ordinamento ex D.M. 270/2004) in

Economia e finanza

Tesi di Laurea

—

Ca' Foscari
Dorsoduro 3246
30123 Venezia

CREDIT DERIVATIVES

Relatore

Ch. Prof.ssa Antonella Basso

Laureando

Claudio Castiglione, 839949

Anno Accademico

2013/2014

INDICE

INTRODUZIONE	5
1 - IL RISCHIO DI CREDITO	9
1.1 Definizione del rischio di credito	9
1.2 Fonti del rischio di credito	12
1.3 Componenti del rischio di credito	14
1.3.1 <i>La probabilità di default</i>	14
1.3.2 <i>Orizzonte temporale</i>	21
1.3.3 <i>Loss given default</i>	23
1.3.4 <i>Esposizione al rischio d'insolvenza</i>	30
1.4 Perdita attesa e perdita inattesa della singola esposizione	32
1.5 Perdita attesa e perdita inattesa del portafoglio	35
1.6 Principali modelli di credit risk management.....	37
1.6.1 <i>KMV</i>	39
1.6.2 <i>Credit Metrics</i>	43
1.6.3 <i>Credit Risk+</i>	50
1.6.4 <i>Credit Portfolio View</i>	55
2 - I DERIVATI CREDITIZI	59
2.1 Introduzione	59
2.2 Definizione di derivato creditizio ed elementi chiave.....	61
2.3 Mercato e operatori principali dei derivati creditizi	65
2.3.1 <i>Operatori del mercato dei derivati creditizi</i>	68
2.4 Principali derivati creditizi	70
2.4.1 <i>Credit default products (swap o opzioni)</i>	71
2.4.2 <i>Credit spread products</i>	75
2.4.3 <i>Total rate of return swap</i>	78
2.4.4 <i>Credit linked notes</i>	82
2.4.5 <i>Basket products</i>	86
2.4.6 <i>Altri derivati creditizi</i>	89

3 - MODELLI DI PRICING	91
3.1 Introduzione	91
3.2 Risk-neutral pricing.....	93
3.3 Modelli strutturali	94
3.3.1 <i>Modello di Merton (Firm value model)</i>	95
3.3.2 <i>First passage time models</i>	103
3.4 Modelli in forma ridotta.....	109
3.4.1 <i>Il processo di Poisson</i>	110
3.4.2 <i>Il modello di Jarrow e Turnbull (1995)</i>	113
3.4.3 <i>Il modello di Duffie e Singleton (1999)</i>	117
4 - MODELLO PER LA VALUTAZIONE DI UN CREDIT DEFAULT SWAP	123
4.1 Introduzione	123
4.2 Modello per la valutazione del premium leg e del protection leg	125
4.2.1 <i>Valutazione del premium leg</i>	127
4.2.2 <i>Valutazione del protection leg</i>	130
4.2.3 <i>Il breakeven default swap spread</i>	132
4.3 Input necessari per l'implementazione del modello.....	133
4.3.1 <i>Calibrazione del recovery rate</i>	133
4.3.2 <i>Struttura a termine delle probabilità di default</i>	134
4.4 Esempio di valutazione di un CDS.....	139
CONCLUSIONE.....	143
BIBLIOGRAFIA.....	147
SITI INTERNET E MATERIALI CONSULTATI	151

INTRODUZIONE

La storia degli ultimi decenni ha reso più evidente il ruolo essenziale che ha assunto il sistema bancario per l'economia reale a livello mondiale. Il sistema di erogazione dei crediti rende possibile all'economia reale di compiere il proprio ciclo vitale che è decisivo per le sorti di una nazione. Non appena l'accesso al credito diventa più difficoltoso o il sistema bancario attraversa una crisi, le conseguenze sull'economia reale sono immediate.

A partire dagli anni '90 si sono susseguite diverse crisi rilevanti nel sistema bancario, che hanno danneggiato le economie di diversi Paesi. La maggior parte di queste crisi sono accumulate dagli stessi fattori scatenanti, che sostanzialmente possono essere individuati nella scarsa diversificazione dei portafogli creditizi e in una politica di rilascio dei crediti troppo permissiva.

Queste crisi, che hanno avuto conseguenze pesanti per diverse economie mondiali, hanno focalizzato l'attenzione del mondo bancario ed accademico sui concetti relativi alla gestione dei rischi, ed in particolare sulla gestione del rischio di credito.

Il forte interesse per il rischio di credito ha dato il via a nuove forme di misurazione, gestione e controllo di questo aspetto da tre punti di vista: lo studio di modelli con lo scopo di determinare il rischio associato alle esposizioni creditizie o a un portafoglio creditizio, la creazione di diversi strumenti finanziari che consentono il trasferimento del rischio di credito e la revisione regolamentare da parte delle autorità di vigilanza.

Per quanto riguarda il primo aspetto, diversi istituti bancari hanno sviluppato internamente procedure con lo scopo di misurare il rischio di credito legato ad una certa esposizione creditizia o ad un dato portafoglio creditizio. Sostanzialmente, il fine ultimo di questi modelli è di riuscire ad estendere l'idea del "Value at Risk" (VaR), originariamente pensato per il rischio di mercato, al rischio di credito e consentirne la determinazione.

Risulta evidente il legame tra la necessità di una gestione attiva del rischio di credito e la creazione di operazioni e strumenti finanziari che rendono possibile la

negoziazione di tale rischio. In particolare hanno avuto, inizialmente, una grande diffusione i derivati creditizi che permettono il trasferimento del rischio di credito dall'istituto bancario ad un terzo soggetto disposto ad assumerselo. In passato le banche, una volta accordato il finanziamento, non avevano molte alternative se non quella di attendere il rimborso, con la speranza che il soggetto finanziato non fallisse; con la diffusione dei derivati creditizi ora le banche possono negoziare il rischio legato al mancato rimborso del finanziamento come se fosse una merce.

Infine, va sottolineato come anche dal punto di vista regolamentare ci sia stata una continua evoluzione, che ha visto l'introduzione di nuove regole prudenziali per evitare il realizzarsi di situazioni difficoltà per gli istituti finanziari. Si è partiti con l'introduzione del primo Accordo di Basilea da parte del Comitato di Basilea nel 1988, con lo scopo di introdurre dei sistemi di vigilanza prudenziale. Tale accordo è stato successivamente rivisto, fino a giungere al nuovo Accordo di Basilea (2004) dove si cerca di tenere maggiormente in considerazione i rischi legati all'attività bancaria e finanziaria. In realtà, il processo di revisione regolamentare è tuttora in atto, in quanto si sono verificate situazioni di gravi crisi sia nel 2007, culminate nel fallimento della banca d'affari americana Lehman, che a partire dal 2010, con la crisi debitoria di alcuni Paesi sovrani. Il Comitato di Basilea ha aggiornato ulteriormente la regolamentazione introducendo Basilea 3; tale riforma ha l'obiettivo di incrementare la tenuta delle banche nei confronti di shock derivanti da tensioni finanziarie ed economiche, con lo scopo di evitare che una eventuale crisi nel settore finanziario possa propagarsi all'economia reale.

Il lavoro vuole essere un excursus che parte dalla individuazione del rischio di credito fino alla descrizione di alcune tipologie contrattuali di derivati creditizi e dei modelli studiati per la loro valutazione.

Infatti nel primo capitolo si darà una definizione del rischio di credito che, come si vedrà, non va inteso semplicemente come il pericolo di default del soggetto finanziato, ma raccoglie più fonti di incertezza (aumento dello spread creditizio, rischio di recupero, quantificazione dell'esposizione). Si individueranno le componenti principali del rischio di credito, dando particolare rilevanza alla stima delle probabilità di default, alle difficoltà di misurazione del tasso di perdita nel caso si realizzi il default e all'incertezza dell'esposizione soggetta al rischio di

credito. Infine verranno descritte le caratteristiche principali dei modelli di credit risk management sviluppati da alcuni istituti finanziari, sottolineando le diversità dei fondamenti teorici su cui si basano e i diversi approcci di utilizzo dei fattori di rischio.

Nel secondo capitolo verrà fatta una panoramica dei principali derivati creditizi negoziati, specificandone il funzionamento e gli scopi che i diversi operatori del mercato possono perseguire affidandosi a tali strumenti finanziari. Infatti si potrà vedere come i derivati creditizi siano degli strumenti fondamentali per la mitigazione del rischio di credito, consentendo una gestione attiva di tale rischio.

Successivamente nel terzo capitolo verranno analizzati i principali modelli di pricing dei derivati creditizi, ideati da diversi studiosi, classificandoli in base alla classica distinzione in modelli strutturali e modelli in forma ridotta. Si darà rilievo alle diverse ipotesi teoriche sottostanti alle due classi di modelli, individuando i principali vantaggi e svantaggi che questi modelli incorporano. Infine nell'ultimo capitolo verrà descritto e approfondito un modello pratico, largamente utilizzato dai diversi operatori del mercato dei derivati creditizi, per la valutazione nello specifico di un credit default swap.

CAPITOLO I

IL RISCHIO DI CREDITO

1.1 Definizione del rischio di credito

Nell'ambito delle attività finanziarie si possono identificare differenti tipi di rischio a cui è esposto il possessore delle stesse; il seguente è un breve elenco non esaustivo:

- rischio di credito;
- rischio di mercato;
- rischio paese;
- rischio liquidità;
- rischio di cambio.

Per l'attività bancaria di intermediazione creditizia, il rischio di credito risulta essere l'aspetto più rilevante e critico da gestire. L'approccio utilizzato dalle banche nei confronti di tale rischio è variato molto nel corso del tempo, passando da un atteggiamento tradizionale che si limita a seguire logiche di tipo loan by loan volte ad identificare ed annullare il rischio del singolo prestito, a una gestione di questo fattore di rischio come una variabile da misurare e controllare mediante tecniche basate su approcci di portafoglio (credit risk oriented).

I motivi che hanno portato l'introduzione all'interno delle banche di aree gestionali di Credit Risk Management, oltre alla criticità del rischio di credito per le istituzioni finanziarie, sono la possibilità di creare valore per gli azionisti allocando in modo efficiente il capitale della banca. Si cerca di adoperare al meglio la capacità complessiva della banca di assumere rischi, in modo da poter incrementare la redditività patrimoniale.

Anche se il passaggio da un tipo di approccio all'altro risulta essere più o meno rapido a seconda delle singole banche, gli aspetti che caratterizzano il processo di credit risk management sono chiari e definiti: si cerca di misurare il rischio di credito associato alle attività finanziarie mediante metodologie che siano oggettive e non discrezionali. Le banche devono riuscire ad individuare e stimare

le diverse componenti del rischio e a stabilire la perdita massima che possono sopportare, il tutto attraverso lo sviluppo interno di sistemi di ratings che risultano essere fondamentali all'interno del credit risk management.

La conseguenza di tutto ciò è stata lo sviluppo di particolari operazioni finanziarie come la cartolarizzazione, e la creazione di mercati secondari per i prestiti bancari con successivo studio e ingegnerizzazione di strumenti derivati, per una più efficace gestione del rischio di credito.

I crediti sono titoli intrinsecamente illiquidi, quindi lo sviluppo di un mercato secondario permette un continuo monitoraggio del loro valore. Inoltre rende possibile alle banche liberare patrimonio per poter diversificare la propria attività, quindi si rende attuabile una gestione attiva del portafoglio creditizio.

Le stesse Autorità di Vigilanza a partire dalla fine degli anni ottanta, prima, e più recentemente in seguito alla crisi dei mutui subprime, hanno avviato un processo continuo di riforma degli accordi esistenti per indurre le banche a una migliore allocazione del capitale proprio rispetto ai rischi a cui sono effettivamente esposte¹ (normativa prudenziale).

Inoltre sono stati riconosciuti a livello regolamentare la validità dei giudizi riguardanti il merito di credito di soggetti richiedenti prestiti nelle varie forme, attraverso sistemi di ratings interni in grado di considerare le diverse variabili che vi incidono. Ossia le banche possono liberamente scegliere ed adoperare i modelli che ritengono più funzionali alla gestione dei crediti, purché siano approvati dalle Autorità di Vigilanza.

La modellistica per la misurazione e gestione del rischio di credito ha avuto sviluppi più lenti rispetto a quella del rischio di mercato a causa di difficoltà concettuali ed operative: tra queste la forma asimmetrica della distribuzione dei rendimenti delle operazioni creditizie, l'impossibilità di ottenere una completa conoscenza delle cause che concorrono alla realizzazione di un fenomeno posticipato nel tempo, fino alla mancanza di banche dati sufficientemente esaustive per un ampio arco temporale.

¹ Leone, Boido (2004)

Prima di proseguire nell'analisi del rischio di credito è necessario darne una definizione: per rischio di credito si intende la possibilità che un istituto finanziario, il quale ha aperta un'esposizione creditizia nei confronti di un altro soggetto, subisca un deterioramento del valore di mercato della posizione creditoria a causa di una variazione inattesa del merito di credito del debitore. Da questa definizione risulta evidente, quindi, che il rischio di credito non va inteso esclusivamente come la possibilità che la controparte vada incontro a default, ma si deve tener conto anche del deterioramento creditizio (rischio di migrazione)².

Ci sono ulteriori aspetti che vanno puntualizzati nella definizione di rischio di credito: un punto fondamentale è che la variazione del merito creditizio deve essere inattesa, quindi per poter parlare effettivamente di rischio è necessario che il deterioramento del credito non sia previsto e che di conseguenza non sia stato considerato nella fase di affidamento e in sede di determinazione del tasso di interesse da applicare. Il rischio risiede nella possibilità che le valutazioni effettuate nei confronti della controparte risultino essere a posteriori errate, in quanto gli eventi presi in considerazione, anche se sono stimabili, possono comunque risultare inattesi.

La definizione data di rischio di credito richiama, come conseguenza logica del peggioramento del merito di credito, una variazione del valore di mercato della esposizione creditizia. A questo punto bisogna considerare che, per un istituto bancario, la maggioranza delle esposizioni creditizie detenute sono legate ad attività illiquide, per le quali non esiste un mercato secondario che sia ben sviluppato e sufficientemente liquido. Ne segue che il valore di mercato di tali attività non può essere individuato basandosi sulle quotazioni ricavate dal mercato secondario, ma deve essere determinato attraverso appropriati modelli costruiti internamente l'istituto finanziario che riescano a cogliere le variazioni del valore economico delle attività bancarie³.

² Sirioni (2001)

³ Sirioni (2001)

1.2 Fonti del rischio di credito

Dopo aver definito il rischio di credito, si può procedere a una classificazione delle fonti di questa categoria di rischio, cioè le cause che espongono l'istituzione finanziaria a questa incognita.

Il concetto più palese è il rischio di insolvenza della controparte nei confronti della quale la banca ha aperta una esposizione creditizia; nel caso in cui si realizzi il default la banca andrebbe incontro a una perdita economica pari al mancato rimborso del capitale e alla mancata riscossione degli interessi. Inoltre ci sarebbero ulteriori riflessi negativi sul conto economico a causa dei costi che la banca deve sostenere per avviare le procedure di recupero del credito e le riscossioni delle garanzie.

Come ben specificato nella definizione di rischio di credito, bisogna considerare anche il rischio di deterioramento del merito di credito (rischio di migrazione), a cui solitamente segue il declassamento della classe di rating di appartenenza del debitore ad opera delle maggiori agenzie di ratings (ad esempio Moody's o Standard & Poor's) oppure da parte degli analisti interni all'istituto di credito.

Generalmente il peggioramento del merito di credito non comporta una perdita economica istantanea, tranne che non derivi da un'attività negoziata in un mercato secondario liquido che non risulterà più prontamente ed economicamente vendibile (ad esempio nel caso di un corporate bond). Ciò non di meno gli istituti di credito non possono trascurare questo evento, tanto più che spesso il fallimento della controparte non si realizza improvvisamente, ma è preceduta da un costante peggioramento del merito di credito. Ne segue che il rischio di credito, proprio per la sua complessità, non potrebbe essere analizzato riferendosi esclusivamente a una distribuzione binomiale (default/non default), anche se ci sono modelli che effettivamente non considerano il rischio di migrazione, ma avvalendosi di una distribuzione multinomiale nella quale l'insolvenza della controparte è solo l'evento finale che si può realizzare⁴.

⁴ Sirioni (2001)

Altra fonte di incertezza per la banca è il rischio di recupero, cioè la possibilità che il tasso di recupero stimato inizialmente dalla banca possa rilevarsi inferiore. Questa circostanza può essere dovuta a diversi fattori, come ad esempio l'allungamento dei tempi per le procedure giudiziali oppure una diminuzione del valore delle garanzie⁵.

Ulteriore fonte di rischio è la quantificazione esatta del valore dell'esposizione nei confronti della controparte. In generale si osserva che le esposizioni del banking book⁶ hanno origine dall'erogazioni di prestiti alle imprese/famiglie o dall'acquisizione di diversi tipi di titoli emessi dalle imprese per poter ottenere dei finanziamenti. Per determinati "crediti" è individuato fin dall'inizio il valore dell'esposizione, in altri il debitore gode di una certa discrezionalità nell'utilizzo del finanziamento (ad esempio nelle aperture di credito) e spesso la dimensione dell'esposizione tende ad aumentare in corrispondenza del periodo precedente al default. In conclusione, questa fonte di rischio deve essere tenuta in massima considerazione da parte della banca, che può ritrovarsi esposta per quantità elevate in caso di insolvenza del debitore⁷.

Infine va considerato il rischio di spread, che rappresenta la possibilità di un aumento del premio per il rischio (spread), richiesto dal mercato dei capitali. L'allargamento dello spread di un'attività finanziaria nei confronti di un titolo privo di rischio è la conseguenza di un peggioramento della qualità creditizia; a causa di questo peggioramento il mercato richiede all'emittente un rendimento maggiore.

Va osservato che l'incidenza di ogni singola fonte di rischio può aumentare nel caso in cui il portafoglio della banca sia poco differenziato, da cui ne consegue il rischio di concentrazione. Oppure nel caso in cui i soggetti verso cui la banca ha

⁵ Sirioni (2001)

⁶ Il banking book consiste nel portafoglio detenuto dall'istituto di credito nel quale rientrano le partecipazioni di natura strategica o verso controparti con le quali vi è una relazione a lungo termine. Si oppone al trading book nel quale rientrano gli strumenti finanziari detenuti per la negoziazione.

⁷ Sirioni (2001)

delle esposizioni abbiano sede legale in paesi con un elevato profilo di rischio, da cui deriva il rischio paese⁸.

1.3 Componenti del rischio di credito

Una volta individuate le fonti del rischio di credito si può procedere con la determinazione delle sue componenti, che essenzialmente possono essere identificate in: la perdita attesa (expected loss) e la perdita inattesa (unexpected loss).

La perdita attesa rappresenta l'ammontare che mediamente la banca si attende di perdere a fronte di un credito o di un portafoglio di crediti, che viene individuata dal valore medio della distribuzione delle perdite. La sua stima richiede a sua volta l'individuazione dei suoi driver che verranno trattati singolarmente nei paragrafi successivi: una distribuzione di probabilità di insolvenza della controparte (default probability - PD), il tasso di perdita in caso di default (loss given default - LGD) e, infine, l'esposizione attesa in caso di insolvenza (expected exposure at default - EAD)⁹.

La perdita inattesa esprime una misura della variabilità della perdita attesa, cioè quanto si può discostare la perdita attesa dal proprio valore atteso. A parità di expected loss una esposizione creditizia che presenta una maggiore variabilità, espone la banca a un rischio di credito maggiore, in quanto la perdita può assumere valori nettamente superiori rispetto a quelli attesi¹⁰.

1.3.1 La probabilità di default

Un sistema per la misurazione e il controllo del rischio di credito richiede necessariamente una valutazione della probabilità di default, in modo da poter costruire una misura che si il più possibile attendibile.

Prima di proseguire è necessario dare una definizione del concetto di insolvenza della controparte, che può risultare non di così semplice intuizione e che può assumere sfumature diverse per ogni singolo istituto creditizio. Infatti, potrebbe non essere chiaro se un debitore risulta insolvente sono nel momento in

⁸ Sirioni (2001)

⁹ Sirioni (2001)

¹⁰ Sirioni (2001)

cui c'è una richiesta di fallimento, con il conseguente avvio delle procedure concorsuali, oppure se sia sufficiente verificare che la controparte dia prova della sua inadeguatezza di rimborsare il debito.

In generale si ha insolvenza in ogni circostanza in cui il debitore risulta essere inadempiente oppure incapace di onorare le proprie obbligazioni contrattuali; facendo riferimento alla definizione adoperata dall'agenzia di ratings Standard & Poor's (S&P), "si ha default quando vengono meno la capacità o la volontà del debitore di tener fede ai suoi impegni finanziari relativi a un'obbligazione, rispettandone i termini originari. Più precisamente, si ha default:

- ✓ quando un pagamento di interessi e/o capitale è dovuto e non viene effettuato;
- ✓ in caso di richiesta spontanea di accesso a una procedura concorsuale;
- ✓ a seguito di un'offerta di ristrutturazione del debito che ne riduce chiaramente il valore totale."¹¹

Ogni istituzione può adoperare specifiche diverse per definire lo stato d'insolvenza, l'importante è che non si arrivi ad adottare una definizione che sia troppo generica, che ne pregiudica un'applicazione omogenea nelle diverse aree gestionali della banca, o troppo restrittiva, che porta ad un rischio di individuare in ritardo fenomeni di dissesto finanziario, nonostante ci siano i primi segnali di crisi finanziaria. In ogni caso ci si riferisce ad un evento inarrestabile che rende necessario il ricorso alle garanzie poste dal prestatore e che rende molto probabile una perdita rilevante per l'istituzione finanziaria¹².

La capacità della controparte di rispettare le obbligazioni assunte è legata a una serie di condizioni di natura endogena ed esogena al debitore stesso. Nella prima categoria rientra la capacità del prestatore di originare profitti, attraverso la propria attività, per poter rimborsare il debito nelle scadenze stabilite; nella seconda si comprendono l'andamento attuale e futuro del settore economico in cui opera l'impresa. Allo scopo di poter formalizzare gli eventi futuri, che risultano

¹¹ Resti (2001)

¹² Resti (2001)

essere incerti per la banca, si procede con l'assegnazione di una distribuzione di probabilità.

La valutazione oggettiva di tali eventi ha reso possibile il passaggio da approcci dicotomici, in cui si considerano solo gli stati di fallimento/non fallimento in cui il debitore può rientrare, all'utilizzo di modelli cardinali o ordinali, mediante i quali la controparte viene fatta rientrare in una classificazione che esprime il livello di rischiosità.

Tornando all'approccio dicotomico, la sua applicazione prevedeva lo studio soggettivo, da parte degli analisti della banca, di alcune caratteristiche dell'obbligato che costituiscono le quattro C del credito¹³:

- la reputazione dell'obbligato (character);
- il capitale e il livello di indebitamento (capital);
- la capacità di servire il debito (capacity);
- la presenza di garanzie collaterali (collateral).

Questo tipo di metodo risulta essere fortemente soggettivo riguardo alla valutazione del merito di credito della controparte, alcuni studi hanno dimostrato come nell'assegnare dei ratings a degli investitori istituzionali le banche risultavano essere esageratamente pessimiste sul rischio di credito ed inoltre i metodi di credit-scoring multivariati basati sui dati contabili hanno ottenuto dei risultati migliori rispetto ai sistemi dicotomici.

Per quanto riguarda gli approcci ordinali e cardinali, il primo raggruppa le metodologie che assegnano al prestatore una classe qualitativa che raggruppa tutti i debitori con caratteristiche simili e predefinite; mentre il secondo comprende i metodi diretti all'ottenimento di una stima quantitativa della potenziale rischiosità della controparte¹⁴.

Invece concentrandosi sui dati necessari per lo sviluppo dei modelli, si possono distinguere tra i modelli che sfruttano i dati di bilancio (accounting-based) e modelli basati su quotazioni di mercato (market-based).

¹³Leone, Boido (2004); Altman, Saunders (1999)

¹⁴ Leone, Boido (2004)

I modelli accounting-based sfruttano metodologie statistiche di analisi multivariata, dove le variabili contabili principali, ricavabili dai bilanci aziendali, vengono pesate e combinate per poter ottenere un valore numerico che esprime: o una probabilità della misura di insolvenza o un punteggio (credit-score) che faccia rientrare il debitore in una determinata classe in base a una classificazione predefinita¹⁵. Di questi sistemi è possibile individuare diversi filoni metodologici¹⁶:

- modelli basati su tecniche di analisi discriminante;
- modelli logit;
- modelli probit;
- modelli di probabilità lineare;
- modelli di duration.

Tali modelli, anche se hanno fornito risultati positivi ed empiricamente validi in corrispondenza di diversi cicli economici ed aree geografiche, hanno evidenziato alcuni punti di debolezza.

Si è rilevato che, basandosi esclusivamente sui dati contabili di bilancio, questi modelli fanno riferimento a dati raccolti a intervalli di tempo discreti e rivolti al passato. In questo modo potrebbero risultare poco efficaci nel cogliere le variazioni più repentine e meno evidenti delle condizioni delle controparti, al contrario dei modelli basati sui dati di mercato, che sono più reattivi nel cogliere le variazioni future e sintetizzano le aspettative degli operatori.

Inoltre le formulazioni analitiche adottano funzioni lineari dei dati utilizzati in un contesto che è riconosciuto come non lineare, con il rischio di arrivare a dei risultati che possono essere poco accurati.

Infine l'ultimo aspetto che può indebolire la validità di questa tipologia di modelli è che non hanno una base teorica forte su cui poggiare, in quanto non sono basati su modelli teorici di riferimento che leghino le variabili utilizzate a specifiche relazioni funzionali¹⁷.

¹⁵ Leone, Boido (2004)

¹⁶ Altman, Saunders (1999)

¹⁷ Leone, Boido (2004)

I modelli market-based si sono sviluppati avendo come obiettivo la creazione di sistemi di analisi del processo di default attraverso due approcci: strutturale, di cui si parlerà dell'approccio basato sulla teoria delle opzioni, e in forma ridotta, di cui si tratterà dell'approccio basato sulla struttura a termine degli spread creditizi¹⁸.

L'approccio strutturale ha come base i lavori Option Pricing Model (OPM) di Black e Scholes (1973) e Merton (1974), in cui l'evento default viene legato all'andamento della struttura patrimoniale dell'impresa. Nello specifico le azioni di un'impresa vengono assimilate ad una opzione call scritta sul valore dell'attivo aziendale, quindi, gli azionisti vengono considerati come acquirenti di un'opzione. L'opzione ha come prezzo di esercizio (strike) il valore nominale del debito, ed è di tipo europeo con maturity pari alla scadenza del debito stesso.

Come si vedrà nel paragrafo riguardante il modello KMV, per poter giungere alla determinazione del valore di mercato degli asset aziendali e della volatilità di tale valore, si sfruttano le ipotesi poste dall'option pricing theory e il legame tra la volatilità osservabile del capitale per le imprese quotate e la volatilità implicita dell'attivo aziendale. In particolare avendo a disposizione il valore del capitale azionario e la relativa volatilità, sarà possibile dedurre il valore di mercato dell'attivo aziendale e la sua volatilità.

La probabilità di fallire dipende dal valore di mercato del rapporto tra gli asset aziendali e il debito dell'impresa e dalla volatilità implicita degli asset. La default probability viene definita come la probabilità che il valore dell'attivo scenda sotto il valore nominale del debito¹⁹.

Anche questo modello presenta punti di debolezza: il dover utilizzare la volatilità del prezzo delle azioni come proxy per stimare la variabilità implicita degli asset, sicuramente indebolisce la validità di tale approccio; inoltre, i modelli strutturali sono limitati nell'utilizzo dai dati di input necessari, che sono sostanzialmente disponibili solo per le imprese quotate²⁰.

¹⁸ Caputo Nasseti, Fabbri (2000); Leone, Boido (2004)

¹⁹ Caputo Nasseti, Fabbri (2000); Leone, Boido (2004); Delzio, Maggiori (2004)

²⁰ Leone, Boido (2004)

I modelli in forma ridotta cercano di derivare le probabilità di default dalla struttura a termine del differenziale (spread) di rendimento tra i titoli privi del rischio di insolvenza e i titoli rischiosi delle imprese, assumendo che lo spread applicato risulti essere il compenso che gli operatori del mercato richiedono per il rischio di default dell'emittente. Questi modelli si basano sul presupposto che la determinazione del tasso di perdita atteso sia direttamente estraibile dalla struttura a termine degli spread creditizi, in modo da poter cogliere le aspettative di insolvenza espresse dai mercati nell'ipotesi che gli investitori siano neutrali al rischio²¹.

Quindi questo tipo di approccio ipotizza alcune assunzioni che sono: la validità della teoria delle aspettative²²; che i costi di transazione siano assenti o trascurabili; che le curve dei rendimenti delle obbligazioni esistano o siano estraibili dalle curve dei rendimenti di titoli con cedola.

Pertanto il punto di partenza è la costruzione della curva dei rendimenti zero coupon dei titoli non rischiosi e dei titoli rischiosi rientranti in una certa classe di rating, da cui determinare le rispettive curve dei tassi forward. Per determinare la curva dei tassi forward è necessario utilizzare la seguente espressione²³:

$$R_{t_1,t_2} = \left[\frac{(1 + R_{t_2})^{t_2}}{(1 + R_{t_1})^{t_1}} \right]^{\frac{1}{(t_2-t_1)}} - 1$$

dove:

- R_{t_1,t_2} è il tasso di rendimento forward per il periodo $[t_1, t_2]$;
- R_{t_2} è il tasso di rendimento zero coupon con scadenza t_2 ;
- R_{t_1} è il tasso di rendimento zero coupon con scadenza t_1 ;
- $[t_1, t_2]$ è l'arco temporale di riferimento.

²¹ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

²² Secondo la teoria delle aspettative i tassi di rendimento forward coincidono con i tassi di rendimento spot attesi, per il medesimo periodo di riferimento. Quindi la teoria delle aspettative ipotizza che i tassi a lungo termine dovrebbero riflettere i tassi di rendimento a breve termine attesi. (Caputo Nasseti, Fabbri (2000))

²³ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

Assumendo valida la condizione di neutralità verso il rischio²⁴, affinché l'investimento rischioso sia equivalente all'investimento privo di rischio è necessario che il montante del secondo sia uguale al valore atteso del montante del primo.

Ponendo che la differenza tra i due rendimenti sia dovuta alla probabilità di perdita attesa nel titolo rischioso, per avere che i due investimenti siano equivalenti deve essere verificata la seguente relazione²⁵:

$$(1 + Rf_{t1,t2}) = (1 - El_{t1,t2}) * (1 + Rr_{t1,t2})$$

dove:

- $El_{t1,t2}$ è il tasso di perdita atteso implicito nel titolo rischioso, per il periodo [t1, t2];
- $Rf_{t1,t2}$ è il tasso di rendimento forward del titolo privo di rischio;
- $Rr_{t1,t2}$ è il tasso di rendimento forward del titolo rischioso.

Dalla precedente espressione è possibile ricavare il tasso di perdita atteso che scaturisce implicitamente dagli spread creditizi del periodo preso in considerazione²⁶:

$$El_{t1,t2} = \left[1 - \frac{(1 + Rf_{t1,t2})}{(1 + Rr_{t1,t2})} \right]$$

Dal tasso di perdita attesa è desumibile la probabilità di default per il titolo rischioso preso in considerazione, relativa al periodo [t1, t2] indicata da $p_{t1,t2}$, in quanto:

$$El_{t1,t2} = p_{t1,t2} * LGD = p_{t1,t2} * (1 - RR)$$

dove RR indica il recovery rate, e di conseguenza si ha²⁷:

²⁴ La condizione di neutralità verso il rischio assume che tutti gli operatori del mercato siano neutrali verso il rischio, cioè non richiedono di essere compensati per il rischio. Quindi il rendimento di un'attività rischiosa si discosta dal rendimento di un'attività considerata priva di rischio a causa della probabilità di perdita attesa implicita nel titolo rischioso. (Caputo Nasseti, Fabbri (2000))

²⁵ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

²⁶ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

²⁷ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

$$p_{t_1, t_2} = \frac{El_{t_1, t_2}}{1 - RR}$$

Da tale funzione è possibile ricavare la probabilità marginale che il titolo non vada in default, cioè il complemento a uno della probabilità di default:

$$s_t = 1 - p_{t_1, t_2}$$

dove s_t è la probabilità che il titolo rischioso non fallisca nel periodo $[t_1, t_2]$. Ne segue che la probabilità cumulata di sopravvivenza relativa al T-esimo periodo è paria a:

$$S_T = \prod_1^T (1 - p_{t_1, t_2})$$

Il limite di tale approccio risiede proprio nell'assunzione che gli investitori siano neutrali al rischio; tale ipotesi impone che il mercato non richieda un premio per l'investimento in un titolo rischioso. Di conseguenza la remunerazione richiesta deriva dalla perdita attesa e non dalla sua variabilità; in questo modo si crea una sovrastima del tasso di perdita attesa scontato dal mercato.

1.3.2 Orizzonte temporale

Tendenzialmente si può osservare empiricamente che al crescere dell'orizzonte temporale di riferimento si ha un conseguente aumento della probabilità di default, ma con intensità diverse e non inevitabilmente in maniera lineare. Sostanzialmente non è possibile stabilire una linearità diretta tra il periodo temporale considerato e il relativo tasso di insolvenza. Per poter procedere con la costruzione di un sistema di trading coerente è necessario decidere, preliminarmente, quale sarà l'orizzonte temporale di riferimento.

Generalmente la scelta dell'orizzonte temporale in un modello per la misurazione del rischio deve essere presa tenendo in considerazione il livello di liquidità del mercato di riferimento, le esposizioni che la banca ha nei confronti del rischio di credito e il periodo di detenzione delle singole posizioni nei confronti dei diversi debitori²⁸.

²⁸ Leone, Boido (2004)

In realtà l'assenza di un vero mercato secondario sufficientemente liquido per il portafoglio crediti delle banche non permette l'applicazione di un criterio oggettivo, né di determinare facilmente una legge che preveda le variazioni delle probabilità di default in base all'orizzonte temporale stabilito. Le alternative tra cui la banca può scegliere sono: di optare per un arco temporale comune a tutte le esposizioni, oppure, di scegliere un orizzonte temporale pari alla specifica maturità dell'esposizione oggetto di analisi (hold to maturity)²⁹.

Sembrerebbe più corretto scegliere un arco temporale che sia pari al holding period dei crediti, ma questo renderebbe molto complicata la stima della distribuzione delle probabilità d'insolvenza, dato che le singole posizioni hanno scadenze molto diverse tra loro.

Ne consegue che molti modelli hanno come riferimento temporale un anno; in quanto è un arco temporale superiore rispetto ai termini ristretti applicati nella gestione del rischio di mercato, perché considera l'aspetto tipico dei crediti di essere poco liquidi e quindi non facilmente e velocemente smobilizzabili o rinegoziabili. In più la scelta di un anno corrisponde alla frequenza con cui, di solito, le banche procedono alla rinegoziazione delle condizioni applicate ai diversi crediti o procedono con i rinnovi³⁰.

In realtà questa soluzione non è esente da critiche; in particolare può risultare poco idonea per gli impieghi che hanno una durata superiore all'anno e che non hanno un mercato secondario liquido. Per questo tipo di attività non è sufficiente verificare che al termine dell'orizzonte temporale la controparte sia in default o meno, ma, come già detto precedentemente, bisogna considerare una pluralità di stati in cui il debitore può ritrovarsi, che non si limita solo all'accertamento del default.

La scelta di adoperare un orizzonte temporale che coincida con l'holding period delle esposizioni è più idonea per un'ottica d'investimento, se la banca

²⁹ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

³⁰ Caputo Nasseti, Fabbri (2000); Resti (2001)

decide di detenere in portafoglio le esposizioni fino alla scadenza o se non c'è un mercato secondario sufficientemente liquido³¹.

1.3.3 Loss given default

Il tasso di perdita in caso di default (loss given default – LGD) è la parte di credito che con certezza non potrà essere recuperata in caso si realizzi l'insolvenza del debitore; sostanzialmente è la perdita che l'istituto finanziario subisce su una certa esposizione creditizia. Concetto complementare è il tasso di recupero (recovery rate – RR) che indica la frazione di credito che si riesce a recuperare dal debitore nonostante si sia verificato il default.

Analiticamente si ha³²:

$$LGD = \frac{\textit{perdite}}{\textit{esposizione}} = 1 - \frac{\textit{valore recuperato}}{\textit{esposizione}} = 1 - RR$$

Il concetto di tasso di recupero assume peculiarità rilevante nella misurazione del rischio di credito: prima di tutto è un elemento fondamentale della perdita attesa, in quanto risulta essere uno dei suoi elementi insieme alla probabilità di default e all'esposizione al rischio insolvenza.

Inoltre assume rilevanza anche per la perdita inattesa, più precisamente la sua variabilità incide su questo particolare aspetto. Infatti il recovery rate risulta essere una variabile aleatoria per la quale la banca può elaborare solo delle aspettative e cercare, attraverso varie modalità, di effettuarne una stima. Questo può comportare dei possibili errori di valutazione del valore atteso del tasso di recupero, risultando essere una fonte di incertezza e di rischio sull'ammontare delle perdite inattese che la banca può subire³³.

Infine bisogna considerare che le variazioni inattese del tasso di recupero possono incidere sulle perdite inattese di portafoglio, non solo come fattore a se stante, ma anche in correlazione con altri fattori di rischio andando ad incrementare ulteriormente il rischio.

³¹ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

³² Leone, Boido (2004)

³³ Sirioni (2001)

I fattori che incidono sulla distribuzione LGD possono essere riassunti nei seguenti³⁴:

- le caratteristiche del debito e il grado di seniority;
- le caratteristiche del soggetto finanziato e i fattori legati ai settori industriali;
- i fattori macroeconomici;
- i collaterali.

Gli aspetti che hanno un'influenza maggiore sulla distribuzione del recovery rate sono sicuramente le caratteristiche tecniche del debito e la presenza di forme di seniority o di subordinazione nei confronti di altri creditori. Diversi studi sull'argomento hanno portato a risultati in cui si dimostra che la distribuzione dei tassi di recupero risulta essere fortemente bimodale, in sostanza si sono manifestate frequenze elevate in presenza di recovery rate alti (70%-80%) e di recovery rate bassi (20%-30%)³⁵.

Tra le caratteristiche del soggetto finanziato che possono influenzare il livello della LGD rientra il paese o l'area geografica in cui il debitore opera o ha sede legale. Ma risulta di maggiore impatto il settore industriale in cui svolge la propria attività il debitore; generalmente, risulta che il settore operativo ha una maggiore influenza sul livello dei tassi di recupero delle obbligazioni, piuttosto che per l'area prestiti.

L'utilizzo degli indicatori macroeconomici permette di considerare come il ciclo economico possa influenzare la stima della LGD. Empiricamente è stato dimostrato che in presenza di una fase economica recessiva si ha una forte ricaduta dei tassi di recupero rispetto alla media di lungo periodo. In realtà questo particolare comportamento dei tassi di recupero non è sempre verificato, infatti, per quanto riguarda il mercato delle obbligazioni, si è visto che il ciclo economico

³⁴ Sirioni (2001)

³⁵ Leone, Boido (2004)

ha un impatto minore per le imprese che rientrano nelle classe di rating investment grade³⁶.

Infine, altro aspetto basilare che incide considerevolmente sul recovery rate è la presenza di collateral a garanzia del credito. L'incidenza che le garanzie hanno sui tassi di recupero dipende, sostanzialmente, dal valore che hanno rispetto all'esposizione creditizia e dal loro grado di liquidità.

Gli strumenti che forniscono una parziale protezione al creditore verso il rischio di credito possono essere raggruppati in tre categorie: le garanzie reali/personali, le clausole contrattuali (covenants) e i derivati creditizi.

Con i covenants l'istituto finanziario regola contrattualmente il rapporto creditizio con la controparte; alcuni esempi sono la possibilità per la banca di limitare l'utilizzo del fido o di variare le condizioni di tasso al mutuare del merito di credito del prenditore. Invece i derivati possono essere assimilati a delle garanzie personali per come effettivamente operano nella copertura dal rischio di credito, infatti, come si vedrà nei capitoli successivi, consentono alla banca di coprirsi nel momento in cui si realizzano determinati eventi creditizi³⁷.

In ogni caso, in presenza di strumenti che garantiscono un certo livello di protezione dal rischio di credito per l'istituto finanziario, c'è un aspetto che deve essere tenuto in considerazione: le conseguenze che può causare un default congiunto del garantito e del garante.

Bisogna tenere in considerazione che, se per determinati fattori di rischio comuni l'insolvenza del garante e correlata con l'insolvenza del prenditore, allora la copertura offerta dalle garanzie è indebolita a causa dell'aumento delle probabilità di default congiunto³⁸.

³⁶ Leone, Boido (2004). Le imprese sottoposte alla valutazione del merito di credito possono essere classificate in due sottoinsiemi: investment grade e speculative grade. Nel primo gruppo rientrano i soggetti che hanno ottenuto una valutazione medio-alta del merito di credito, solitamente vi rientrano le imprese che hanno ottenuto un rating compreso tra il livello più alto della scala di rating dato da AAA e il livello BBB. Nel secondo gruppo rientrano tutte le imprese che hanno ottenuto un rating minore di BBB, considerate meno stabili e più facilmente soggette al default, a cui viene applicato uno spread maggiore per compensare il rischio di insolvenza.

³⁷ Leone, Boido (2004)

³⁸ Leone, Boido (2004)

Nel caso in cui la correlazione tra i due soggetti sia positiva allora le due parti hanno la medesima risposta ai cambiamenti macroeconomici, e in questo modo si ha un incremento della probabilità di fallimento congiunto. Al contrario, in caso di correlazione negativa il garante e il garantito hanno un andamento opposto e questo porta a valori minori di probabilità congiunta di default.

Per la stima di LGD è possibile individuare tre metodologie³⁹:

- Market LGD, nel quale il tasso di perdita viene stimato direttamente dai prezzi di mercato dei titoli emessi da soggetti divenuti insolventi. Il vantaggio nell'applicare tale approccio consiste nel non essere soggettivo, in quanto i prezzi utilizzati derivano dalle transazioni di mercato e rispecchiano le aspettative degli investitori sul recovery rate.
- Implied market LGD, in questo caso la stima viene effettuata mediante i prezzi dei titoli di soggetti per i quali non si è realizzata l'insolvenza, utilizzando un idoneo modello di pricing. In questo metodo si fa riferimento al differenziale rispetto al tasso risk free, che è funzione della probabilità di default e della LGD, corrispondente al premio richiesto dagli investitori per il rischio di default stimato sul titolo.
- Workout LGD, dove il tasso di perdita viene stimato individuando l'ammontare e i tempi dei cash flow conseguenti alle procedure concorsuali avviate in caso di insolvenza della controparte. La difficoltà nell'attuare tale metodo sta nel fatto che non è ben chiaro con quale tasso i cash flow debbano essere attualizzati; teoricamente dovrebbe essere utilizzato il tasso di un'attività che ha lo stesso livello di rischio.

In generale la procedura per la stima della LGD dovrebbe prevedere: l'individuazione di una serie di fattori X_1, X_2, \dots, X_n che ne influenzano l'andamento, per i quali bisogna cercare di capire il tipo di relazione che sussiste con la LGD.

³⁹ Leone, Boido (2004)

Assumendo che la LGD sia una variabile casuale distribuita secondo una certa funzione di densità, il problema può essere visto come⁴⁰:

$$LGD = f(a_1, a_1, \dots, a_n),$$

dove f è la funzione di densità e a_1, a_1, \dots, a_n sono i parametri che la caratterizzano e che dipendono dal modo in cui i fattori influenzano la LGD.

Da tenere presente che il recovery rate può variare in un range compreso tra 0 e 1; qui il valore 0 rappresenta il caso in cui a seguito dell'insolvenza la perdita corrisponde all'intero valore dell'attività, mentre il valore 1 indica il caso in cui si riesce a recuperare l'intero ammontare del credito nonostante si sia verificata l'insolvenza della controparte. Quindi risulta necessario utilizzare una funzione che possa esprimere diversi andamenti della distribuzione attraverso la variazione dei suoi parametri. Per questo motivo può essere utilizzata la funzione Beta, che riesce a modellare con più coerenza la variabilità del tasso di recupero attraverso opportune modificazioni dei suoi parametri.

La funzione dei densità della distribuzione Beta è definita come⁴¹:

$$X \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$$

$$f_X(x; \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta} \quad \text{con } 0 \leq x \leq 1$$

dove Γ rappresenta la funzione Gamma definita da: $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$.

Come si può osservare, tale funzione non presenta tra i suoi parametri la media e la varianza, che sono calcolabili rispettivamente come segue⁴²:

$$\mu = \int_0^1 x f(x; \alpha; \beta) dx = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$$

$$\sigma^2 = \int_0^1 x^2 f(x; \alpha; \beta) dx - \mu^2 = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)}$$

⁴⁰ Leone, Boido (2004)

⁴¹ Leone, Boido (2004)

⁴² Leone, Boido (2004)

La forma della distribuzione dipende dai parametri α e β . La funzione può assumere una forma “a campana” o a “U”, come si può vedere dai grafici 1.1 e 1.2. Nel caso della distribuzione a forma di “campana”, la funzione risulta simmetrica rispetto al valore medio della distribuzione, che nel caso del RR risulta essere un valore poco rappresentativo, infatti, come precedentemente sottolineato, spesso il recovery rate si concentra maggiormente nei valori estremi della distribuzione⁴³.

Ne consegue che sarebbe più idonea una forma a “U” della distribuzione come riportata nel grafico 1.2. In questo caso, pur non variando il valore medio, si ha una maggiore concentrazione nelle code della distribuzione; in questo modo si ha una distribuzione che rispecchia maggiormente l’andamento del recovery rate⁴⁴.

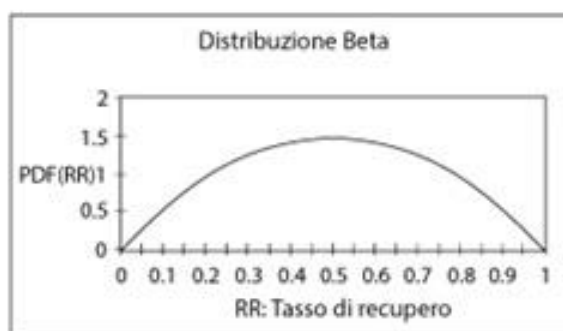


Figura 1.1 - Esempio di elaborazione distribuzione Beta forma "a campana". Fonte: Leone, Boido (2004)

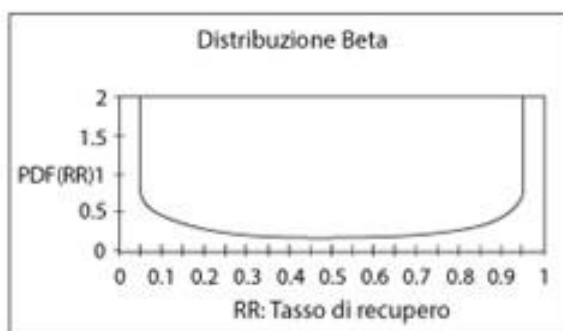


Figura 1.2 - Esempio di elaborazione distribuzione Beta forma a "U". Fonte: Leone, Boido (2004)

⁴³ Leone, Boido (2004)

⁴⁴ Leone, Boido (2004)

Una difficoltà che si può riscontrare quando si ricorre alla funzione Beta è che i parametri non sono direttamente osservabili su un campione statistico, e risulta necessario esprimere gli stessi sulla base dei valori di media e varianza. Attraverso opportuni calcoli risulta che⁴⁵:

$$\alpha = \frac{\mu(\mu - \mu^2 - \sigma^2)}{\sigma^2}$$

$$\beta = \frac{\frac{(1 - \mu)\mu^2 - \mu\sigma^2}{\sigma^2} (1 - \mu)}{\mu}$$

dove μ e σ^2 sono rispettivamente la media e la varianza della LGD.

Bisogna sottolineare a riguardo del tasso di recupero che la banca è esposta anche al rischio di recupero, che va inteso come il rischio che il recovery rate stimato risulti essere diverso da quello effettivamente conseguito. Del rischio di recupero ci sono due aspetti da considerare; il primo dei quali è riuscire a cogliere il legame tra le variazioni dei tassi di recupero delle diverse esposizioni.

Nel caso in cui le variazioni dei tassi di recupero siano indipendenti tra loro, allora il rischio di recupero risulta essere marginale all'interno di un portafoglio, in quanto può essere ridotto attraverso la diversificazione delle attività. Nel caso in cui le variazioni risultano essere dipendenti tra loro, il rischio assume natura sistemica e non può essere ridotto attraverso la diversificazione del portafoglio⁴⁶.

Il secondo aspetto di cui tener conto è il tipo di correlazione esistente tra il recovery rate e la probabilità di default: se la correlazione è negativa si ha che in seguito ad un aumento della probabilità di insolvenza, segue una riduzione del tasso di recupero, e il rischio di recupero avrebbe un impatto maggiore; mentre se la correlazione è nulla le due varianze risultano essere indipendenti⁴⁷.

In molti modelli si assume che il tasso di recupero e il tasso d'insolvenza siano stocasticamente indipendenti, in realtà ci sono molti fattori economici che

⁴⁵ Leone, Boido (2004)

⁴⁶ Sirioni (2001)

⁴⁷ Sirioni (2001)

condizionano entrambe le variabili (ed esempio l'andamento del ciclo economico, i tassi cambio, i tassi interesse).

1.3.4 Esposizione al rischio d'insolvenza

Nella misurazione del rischio di credito assume rilevanza il valore dell'esposizione nei confronti della controparte al momento del default. Con specifico riferimento al banking book, cioè le esposizioni conseguenti ai finanziamenti verso le imprese/famiglie e l'acquisizione dei titoli emessi dalle imprese per raccogliere il capitale di cui necessitano, il valore dell'esposizione può risultare certo oppure di dubbia determinazione.

Nel primo caso rientrano quelle attività che hanno un importo e un piano di rimborso ben definito, ad esempio lo sono: i prestiti con caratteristiche simili alle obbligazioni zero coupon, i prestiti concessi sotto forma di sconto o anticipazione, prestiti utilizzabili subito per l'importo massimo accordato.

Per queste forme tecniche di finanziamento bisogna tener conto se ci sia la possibilità per il debitore di rimborsare anticipatamente il capitale, senza rispettare le scadenze pattuite nel piano ammortamento del finanziamento. Questa facoltà del cliente può essere vista come la possibilità di esercitare un'opzione di tipo americano, che ha come attività sottostante l'insieme di rate non ancora scadute e prezzo d'esercizio il valore residuo del finanziamento⁴⁸.

Nella secondo gruppo rientrano le esposizioni in cui il debitore della banca può godere di una certa discrezionalità nell'utilizzo del finanziamento; normalmente le imprese ne fanno un uso graduale a seconda delle proprie necessità. Il classico esempio è l'apertura di credito in conto corrente, dove la banca si obbliga a tenere a disposizione dell'altra parte una somma di denaro per un dato periodo di tempo o a tempo indeterminato, mentre l'accreditato può utilizzare la disponibilità di denaro secondo le sue esigenze, con prelievi unici o frazionati nel tempo e con la possibilità di ripristinare la provvista con successivi versamenti.

⁴⁸ Leone, Boido (2004)

Quindi il finanziamento massimo accordato può essere scomposto in due parti: quella utilizzata e quella non utilizzata. In questo tipo di finanziamenti è fondamentale stimare la parte che effettivamente è soggetta al rischio di insolvenza (denominata adjusted exposure – AE); cioè la quota di finanziamento effettivamente utilizzata dal prenditore più una frazione del residuo ancora disponibile, che varia a seconda delle esigenze del singolo debitore (usage at default – UAD)⁴⁹.

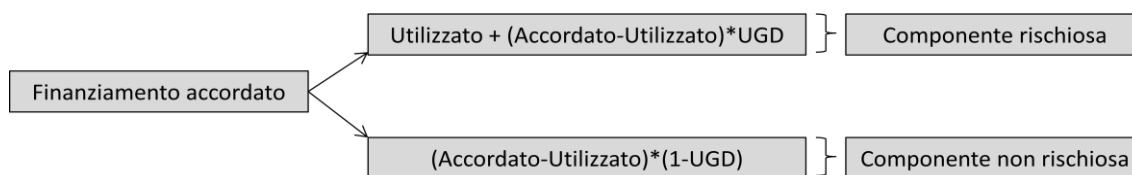


Figura 1.3 - Componente rischio e non rischiosa di un'esposizione variabile. Fonte: Zazzara (2001)

La UAD può essere vista come un diritto di opzione che l'istituto finanziario cede al prenditore che ha come premio una commissione di impegno, calcolata in percentuale sulla parte non utilizzata del finanziamento per remunerare l'impegno della banca a rendere disponibili i fondi richiesti dal debitore. Per l'affidato la UAD rappresenta una forma di assicurazione per tutelarsi dall'eventualità di non poter più finanziare le proprie attività⁵⁰.

La stima della UAD risulta particolarmente complicata in considerazione del fatto che ogni apertura di credito presenta clausole e tecnicismi che, di fatto, rendono la variabile unica per ogni singolo affidamento. Risulta necessario riuscire a fare delle previsioni il più precise possibile del tasso di utilizzo del finanziamento in caso di insolvenza, anche perché con l'aumento delle difficoltà economiche/finanziarie del debitore, e quindi con l'approssimarsi del possibile default, solitamente il prenditore tende ad incrementare l'utilizzo dell'apertura di credito.

Inoltre anche il monitoraggio della UAD riscontra delle complicità derivanti dalla pratica diffusa dei fidi multipli, che rende difficile cogliere le variazioni della UAD al mutare delle condizioni del debitore.

⁴⁹ Leone, Boido (2004); Zazzara (2001)

⁵⁰ Leone, Boido (2004)

Tuttavia il metodo più semplice per giungere a una stima della UAD è di far ricorso alle informazioni riguardanti l'effettivo utilizzo, da parte delle controparti, delle linee di credito. Tali informazioni possono essere rinvenute all'interno di ogni singola banca, però c'è da considerare che spesso questo tipo di finanziamenti prevedono la possibilità della revoca anticipata che ne impedisce il pieno utilizzo.

1.4 Perdita attesa e perdita inattesa della singola esposizione

Nei prossimi due paragrafi si presenterà un modello semplificato nel quale si utilizzeranno gli elementi costitutivi del rischio di credito precedentemente descritti, per giungere alla misurazione della perdita attesa e della perdita inattesa sia di una singola esposizione che di un portafoglio.

Una volta individuato tutte le componenti del rischio di credito (PD, LGD, EAD) e ipotizzando di porre come orizzonte temporale l'anno, è possibile proseguire nell'analisi del rischio di credito e determinare le perdite attese e le perdite inattese per la singola esposizione.

Adoperando come orizzonte temporale un anno può risultare sufficientemente ragionevole accettare una visione della solvibilità del debitore che comprenda solo due possibili stadi: default e non default. Questo approccio può essere facilmente modellizzato adottando una variabile casuale Bernoulliana, spesso utilizzata per studiare fenomeni che prevedono esclusivamente due eventi tra loro incompatibili, che possa assumere valore 1 in caso di default della controparte con probabilità PD e valore 0 in caso di solvibilità con probabilità $1-PD$ ⁵¹.

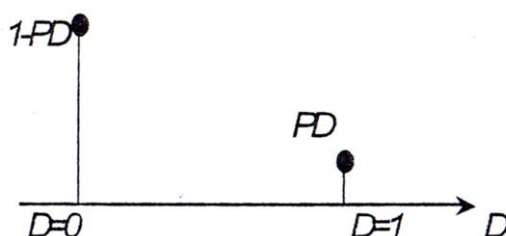


Figura 1.4 - Istogramma della bernoulliana. Fonte: Leone, Boido (2004)

⁵¹ Leone, Boido (2004)

Per determinare la perdita della posizione creditoria nei due possibili casi si può procedere con la moltiplicazione tra la LGD e la variabile Bernoulliana (denominata D), in questo modo si ottiene una trasformazione lineare di quest'ultima variabile che individua le possibili perdite tenendo conto delle rispettive probabilità. Ne consegue che in caso di default la perdita risulterà essere pari a LGD con probabilità PD, oppure, se il debitore rimane solvibile, la perdita sarà 0 con probabilità 1-PD. Il valore atteso della variabile casuale ottenuta moltiplicando tra loro LGD e D è definito come tasso di perdita attesa (expected loss rate - ELR) e individua la frazione di credito che verrà persa in caso di fallimento⁵²:

$$ELR = LGD * PD$$

Per giungere alla determinazione della perdita attesa sarà sufficiente moltiplicare il tasso di perdita atteso per l'esposizione creditizia, in questo modo si determinerà in termini assoluti l'ordine di grandezza della possibile perdita⁵³:

$$EL = EAD * ELR = EAD * LGD * PD$$

Questa può essere considerata come una forma di misurazione del livello di rischio associato alla singola esposizione in un contesto "default mode", dove le perdite possono realizzarsi esclusivamente in seguito al manifestarsi dell'insolvenza senza considerare le variazioni del merito di credito del debitore.

Dal momento che la perdita attesa è una media ponderata in base alle probabilità dei due possibili eventi, risulta essere un valore intermedio tra $EAD*LGD$, cioè la perdita effettiva in caso di insolvenza, e 0, nel caso in cui non si manifesta il default e conseguentemente non si realizzano perdite. Quindi la perdita attesa è, da un punto di vista probabilistico, una misura di una distribuzione, che fornisce la vicinanza della perdita a un valore o all'altro tenuto conto delle probabilità.

Oltre alla perdita attesa bisogna considerare anche la sua variabilità, cioè bisogna dare una misura di quanto la perdita effettiva può discostarsi dalla perdita

⁵² Leone, Boido (2004)

⁵³ Leone, Boido (2004)

attesa. Solitamente come misura viene utilizzato lo scarto quadratico medio, che va ad indicare il tasso di perdita inatteso (unexpected loss rate – ULR), espresso come la somma degli scarti al quadrato della perdita effettiva dal valore atteso (EL) ponderati per le probabilità⁵⁴:

$$ULR = \sqrt{(EL - 0)^2(1 - PD) + (EL - EAD * LGD)^2 PD}$$

Sostituendo ad EL il valore precedentemente trovato e dopo opportuni calcoli si ha⁵⁵:

$$\begin{aligned} ULR &= \sqrt{(EAD * LGD * PD)^2(1 - PD) + (EAD * LGD * PD - EAD * LGD)^2 PD} \\ &= EAD * LGD \sqrt{PD - PD^2} \end{aligned}$$

Se si assume che l'esposizione sia unitaria si ottiene:

$$ULR = LGD \sqrt{PD - PD^2}$$

Si può notare come il tasso di perdita inatteso cresca al crescere di LGD, infatti all'aumento di quest'ultimo si ha un incremento della differenza tra la perdita effettiva e il valore atteso di tale perdita. Allo stesso modo si ha l'incremento del tasso di perdita inattesa al crescere di PD, in quanto si ha l'aumento del peso attribuito alla differenza tra la perdita effettiva e il suo valore atteso.

Il prodotto tra il tasso di perdita inatteso e l'esposizione in caso di default individua la perdita inattesa, che esprime in termini assoluti la variabilità dell'esposizione⁵⁶:

$$UL = EAD * ULR = EAD * LGD \sqrt{PD(1 - PD)}$$

Risulta chiaro che quanto maggiore è il tasso di perdita inatteso, tanto maggiore è il livello di incertezza associato all'esposizione e il rischio legato a tale esposizione risulta più rilevante.

⁵⁴ Leone, Boido (2004)

⁵⁵ Leone, Boido (2004)

⁵⁶ Leone, Boido (2004)

Ultimo aspetto da considerare è che qualora si voglia tener conto della volatilità del tasso di recupero allora il tasso di perdita inatteso risulta⁵⁷:

$$ULR = \sqrt{PD(1 - PD)(1 - LGD)^2 + PD\sigma_{LGD}^2}$$

dove σ_{LGD}^2 indica la volatilità del tasso di recupero.

1.5 Perdita attesa e perdita inattesa del portafoglio

I concetti esposti nel paragrafo precedente possono essere estesi ed integrati allo scopo di determinare il rischio che caratterizza l'intero portafoglio detenuto dalla banca.

Considerando un portafoglio composto da N esposizioni per le quali si conoscono i tre elementi PD_i , LGD_i , EAD_i con $i=1,2,\dots,N$, è possibile determinare la perdita attesa del portafoglio semplicemente sommando le perdite attese delle singole esposizioni⁵⁸:

$$EL_P = \sum_{i=1}^N PD_i * LGD_i * EAD_i = \sum_i^N EL_i$$

Per ottenere il tasso di perdita attesa è sufficiente dividere la perdita attesa del portafoglio per il totale delle esposizioni in caso di default⁵⁹:

$$ELR_P = \frac{EL_P}{\sum_{i=1}^N EAD_i} = \sum_{i=1}^N w_i * LGD_i * PD_i$$

dove $w_i = EAD_i / \sum_{i=1}^N EAD_i$ indica il peso della singola esposizione rispetto all'intero portafoglio.

Anche per l'intero portafoglio la perdita attesa è una misura che indica dove tende a localizzarsi la perdita nella distribuzione di perdita, tuttavia, la perdita effettiva rimane un evento incerto che potrà discostarsi da quella attesa. Per questo motivo anche per il portafoglio è necessario misurare la variabilità della perdita attesa, cioè misurare attraverso lo scarto quadratico medio la perdita

⁵⁷ Leone, Boido (2004)

⁵⁸ Leone, Boido (2004)

⁵⁹ Leone, Boido (2004)

inattesa del portafoglio. Ma in questo caso c'è un altro elemento che ha un peso fondamentale sull'incertezza della perdita e che influenza notevolmente la variabilità complessiva: la correlazione fra le varie esposizioni.

Deve essere valutato se il default di una controparte può influenzare l'insolvenza di altri debitori rientranti nel medesimo portafoglio; solitamente viene utilizzato il coefficiente di correlazione lineare. In assenza di correlazione le esposizioni sono linearmente indipendenti e un eventuale default di una di queste non va ad influenzare le altre. In caso di correlazione positiva, invece risulterà che le esposizioni all'interno del portafoglio tendono a muoversi nella stessa direzione, cioè tendono ad andare in default o a rimanere solvibili contemporaneamente. Infine, c'è il caso in cui la correlazione è negativa, che implica che le varie esposizioni tendono a muoversi in direzioni opposte e quindi il default di una esposizione riduce le probabilità di default delle altre.

Quindi, ipotizzando per semplicità che il portafoglio sia composto da solo due esposizioni (A, B), la perdita inattesa del portafoglio può essere determinata nel seguente modo⁶⁰:

$$UL_P = \sqrt{w_A^2 * UL_A^2 + w_B^2 * UL_B^2 + 2 * w_A * w_B * UL_A * UL_B * Corr(D_A, D_B)}$$

Come spiegato precedentemente, una correlazione positiva andrà ad incrementare la perdita inattesa del portafoglio, e conseguentemente ne aumenta la variabilità; mentre una correlazione negativa riduce la variabilità complessiva, perché la tendenza delle singole esposizioni a muoversi in direzioni opposte compensa le singole variabilità.

Estendendo questi concetti ad un portafoglio composto da N esposizioni si ottiene⁶¹:

$$UL_P = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \rho_{i,j} UL_i UL_j}$$

⁶⁰ Leone, Boido (2004)

⁶¹ Leone, Boido (2004)

quindi il contributo che ogni singola esposizione ha sulla rischiosità dell'intero portafoglio dipende da tre elementi:

- il livello della singola perdita attesa;
- il peso di ciascuna attività sull'esposizione totale del portafoglio;
- la correlazione tra le varie esposizioni ($\rho_{i,j}$).

Per una concreta gestione del portafoglio potrebbe essere utile riuscire a misurare il contributo marginale che una singola esposizione ha nei confronti della rischiosità totale del portafoglio. Analiticamente si deve calcolare la derivata parziale della perdita inattesa del portafoglio rispetto alla perdita inattesa della singola esposizione⁶²:

$$\begin{aligned} UL_{CM_i} &= \frac{\partial(UL_p)}{\partial UL_i} = \frac{\partial(UL_p^2)^{\frac{1}{2}}}{\partial UL_i} = \left(\frac{1}{2}\right) (UL_p^2)^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial(UL_p^2)}{\partial UL_i} \\ &= \left(\frac{1}{2UL_p}\right) \frac{\partial(\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N UL_j UL_k \rho_{jk})}{\partial UL_i} = \frac{\sum_{j=1}^N \rho_{ij}}{UL_p} \end{aligned}$$

Dalla formula si evince come il contributo marginale di ciascun prestito alla volatilità del portafoglio dipenda dall'incidenza percentuale della perdita inattesa dei singoli prestiti caratterizzanti il portafoglio.

1.6 Principali modelli di credit risk management

In questo paragrafo si cercherà di presentare una descrizione degli aspetti più rilevanti dei principali modelli di credit risk management utilizzati dagli istituti finanziari per la misurazione e la gestione del rischio di credito. Questi particolari modelli sono stati sviluppati all'interno di alcuni istituti finanziari per poter attuare una gestione attiva del portafoglio creditizio, così da ottenere un profilo di rischio/rendimento ottimale. Inoltre, permettono la determinazione del capitale economico che è necessario detenere per fronteggiare i rischi legati alle diverse esposizioni.

Quindi lo scopo di tali modelli è di determinare il valore a rischio (VAR), cioè la massima perdita probabile dato un certo livello di confidenza, implicita nella

⁶² Leone, Boido (2004)

struttura dei crediti della banca. Si mira a determinare le perdite attese, la volatilità di quest'ultima e, infine, a calcolare il capitale economico per fronteggiare uno scenario di portafoglio negativo.

I modelli analizzati in questo paragrafo possono essere ripartiti in tre gruppi che si diversificano tra loro in base al tipo di approccio adottato:

- approccio alla Merton: vi rientrano il modello Credit Metrics (ideato dalla J.P. Morgan) e KMV (ideato dalla KMV Corporation). Entrambi hanno come fondamento teorico di base per la stima delle probabilità di default il lavoro di Merton (1974) sulla struttura di capitale dell'impresa, ed ambedue possono essere classificati come modelli mark-to-market perché analizzano la variazione della qualità creditizia del prestatore attraverso la stima della probabilità di migrazione da una classe di rating ad un'altra;
- approccio econometrico: il modello di cui si tratterà è il Credit Portfolio View (sviluppato dalla società di consulenza MCKinsey), che ricorre all'utilizzo di modelli multifattoriali nei quali si tiene in considerazione l'impatto che i cicli economici hanno sulle probabilità di default delle imprese. Questi tipi di modelli, che sfruttano anche informazioni esterne all'ambito della qualità creditizia, e che considerano aspetti come lo "stato di salute" economica di un Paese o di uno specifico settore, sono denominati anche modelli conditional;
- approccio attuariale: per questa tipologia di modelli faremo riferimento al Credit Risk+ (elaborato dal Credit Suisse Group), che sfrutta algoritmi utilizzati tipicamente da compagnie assicurative per la gestione del loro portafoglio di polizze vita. Questo particolare modello adotta un approccio default mode, in cui la perdita per la banca si ha solo in caso di default del debitore, senza considerare (in maniera diretta) la variazione del merito di credito.

1.6.1 KMV

Come detto precedentemente il modello, KMV ha come fondamento il lavoro sulla teoria delle opzioni sviluppata da Black e Scholes e applicata parallelamente da Merton per l'analisi del rischio d'insolvenza. L'intuizione principale consiste nel considerare gli azionisti come acquirenti di opzioni call sul valore di mercato delle attività aziendali, con prezzo di esercizio pari al valore nominale del debito.

Il payoff a scadenza dell'opzione call per gli azionisti risulta positivo nel caso in cui il valore di mercato degli asset aziendali sia maggiore del valore nominale del debito, quindi in tale caso l'opzione call viene esercitata e gli azionisti ricevono la differenza tra il valore delle attività e il valore del debito. Nel caso opposto, in cui il valore di mercato delle attività della società risulti essere minore del valore contabile del debito, si avrà un payoff nullo, in tale caso l'opzione call non sarebbe esercitata e gli azionisti riporterebbero una perdita che ammonta al premio pagato inizialmente, pari al valore del capitale azionario⁶³.

Tabella 1.1 - Payoff degli azionisti a scadenza. Fonte: Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

Scenari alternativi	Payoff opzione call
$S_T > B$	$S_T - B$
$S_T < B$	0

dove:
 S_T = valore di mercato a scadenza delle attività della società
B = valore contabile del debito

Quindi relativamente alla option pricing theory le variabili rilevanti per giungere alla stima della probabilità di default sono essenzialmente tre: il valore di mercato degli asset aziendali, la volatilità di tale valore ed, infine, il valore nominale del debito dell'impresa.

⁶³ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

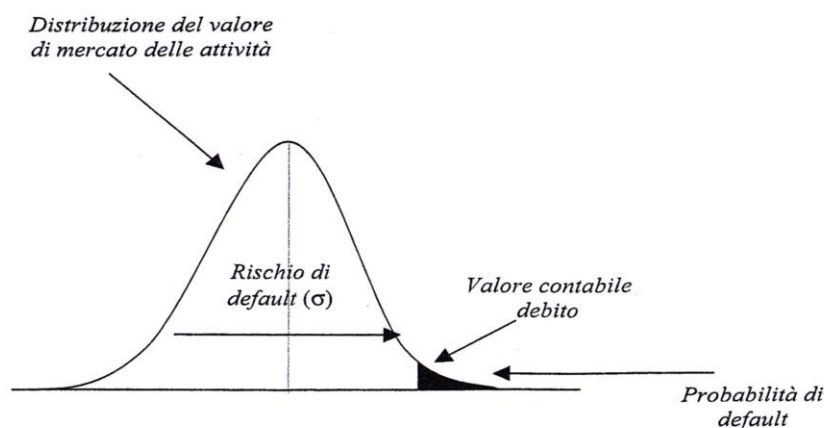


Figura 1.5 - Probabilità di default nell'option pricing theory. Fonte: Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

Questo particolare tipo di approccio presenta dei limiti, dovuti all'individuazione di un limite minimo che non coincida con il valore nominale del debito, oltre il quale una diminuzione delle attività porta al dissesto dell'impresa; e alla struttura del debito, che nella realtà è composto da diverse tipologie di finanziamenti con caratteristiche tecniche e scadenze non omogenee⁶⁴.

Lo sviluppo del modello KMV parte da questo contesto teorico, apportando alcune modifiche per poter aggirare in parte i limiti precedentemente esposti della teoria sulle opzioni. Infatti, considerando che generalmente il default di un'impresa non avviene esclusivamente nel momento in cui il valore delle attività scende al di sotto del valore contabile del debito, nel modello KMV viene individuato il "punto di default" (default point) che consiste in una soglia che sposta il fallimento dell'impresa ad un livello minore rispetto al valore nominale del debito.

Questa modifica viene apportata in quanto la struttura delle passività dell'impresa non può essere considerata come un'unica forma di finanziamento con un'unica scadenza, ma deve essere scomposta per lo meno in debito a breve termine e debito a lungo termine. La presenza delle passività a lunga scadenza crea una sorta di protezione per l'impresa in caso di difficoltà economica, che gli permette di continuare a svolgere la propria attività anche nell'eventualità che il

⁶⁴ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

valore di mercato degli asset aziendali scenda al di sotto del valore complessivo del debito⁶⁵.

Solitamente il default point si colloca tra il valore totale delle passività e il valore del debito a breve termine e corrisponde ad un valore netto dell'impresa pari a zero, cioè⁶⁶:

$$\text{Valore di mercato netto} = \text{valore mercato asset} - \text{default point} = 0$$

Ne segue che un'impresa viene dichiarata fallita nel momento in cui il suo valore di mercato netto è pari a zero e quindi il valore di mercato dell'attivo coincide con il punto di insolvenza.

Per determinare il valore e la volatilità di mercato dell'attivo si fa ricorso al valore di mercato del capitale azionario e alla sua volatilità: "essendo la natura del capitale azionario quella di un'opzione, è possibile derivare un valore del bene sottostante (l'attivo dell'impresa) e della volatilità implicita nel valore di mercato del capitale proprio come incognite del problema di pricing"⁶⁷.

Infatti il valore del capitale azionario può essere considerato come il premio pagato per l'acquisto della opzione call sul valore di mercato dell'attività, ed è funzione del valore dell'attivo, della sua volatilità, della struttura del capitale e del tasso privo di rischio. Allo stesso modo la volatilità del capitale azionario è funzione delle medesime variabili e, per entrambi i valori, le uniche incognite sono il valore e la volatilità dell'attivo, quindi ci si ritrova nella situazione di un sistema con due equazioni e due incognite⁶⁸:

$$\text{Valore azionario} = f(\text{valore dell'attivo, volatilità dell'attivo,} \\ \text{struttura del capitale, tasso privo di rischio})$$

$$\text{Volatilità capitale azionario} = f(\text{valore dell'attivo, volatilità dell'attivo,} \\ \text{struttura del capitale, tasso privo di rischio})$$

⁶⁵ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

⁶⁶ Bellucci, Micocci, Resti, Scoccia (1999)

⁶⁷ Bellucci, Micocci, Resti, Scoccia (1999)

⁶⁸ Bellucci, Micocci, Resti, Scoccia (1999)

Quindi considerando congiuntamente le due funzioni e risolvendo il sistema si può giungere alla determinazione del valore degli asset aziendali e della loro volatilità; questo ovviamente risulta possibile solo per le società quotate di cui si hanno a disposizione i dati relativi ai prezzi e alla volatilità del capitale azionario.

Determinate le variabili necessarie si procede alla costruzione di un indice di sintesi che esprime una misura di rischio che “lega il valore netto dell’impresa al movimento unitario della volatilità del valore di mercato dell’attivo”⁶⁹, in particolare “rappresenta il numero di deviazioni standard relative al valore delle attività che fanno arrivare l’impresa al punto di default”⁷⁰. Tale misura è denominata distanza dal default (distance do default) ed è espressa dalla seguente formula⁷¹:

$$\text{Distanza dal default} = \frac{\text{Valore di mercato delle attività} - \text{Punto di default}}{\text{Valore di mercato delle attività} * \text{Volatilità attività}}$$

dove al numeratore si ha la differenza tra il valore atteso delle attività dell’impresa e il punto di default, questa differenza è espressiva della distanza del default e va rapportata al prodotto tra il valore degli asset (ai fini di omogeneizzare i dati) e un fattore di rischio espresso dalla volatilità dell’asset.

Una volta ottenuta la distanza dal default, il modello KMV utilizza dati empirici storici relativi ai fallimenti di imprese che hanno ottenuto la medesima misura, in modo da poter associare ad ogni livello di distance to default un determinato tasso di default (expected default frequency). Quindi il modello KMV non utilizza ipotesi teoriche sulla distribuzione di probabilità del default (ad esempio non impone di utilizzare una distribuzione normale dei tassi di default), ma semplicemente ottiene una stima della probabilità di insolvenza attraverso una serie storica di dati sul default osservabili sul mercato finanziario.

⁶⁹ Bellucci, Micocci, Resti, Scoccia (1999)

⁷⁰ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

⁷¹ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

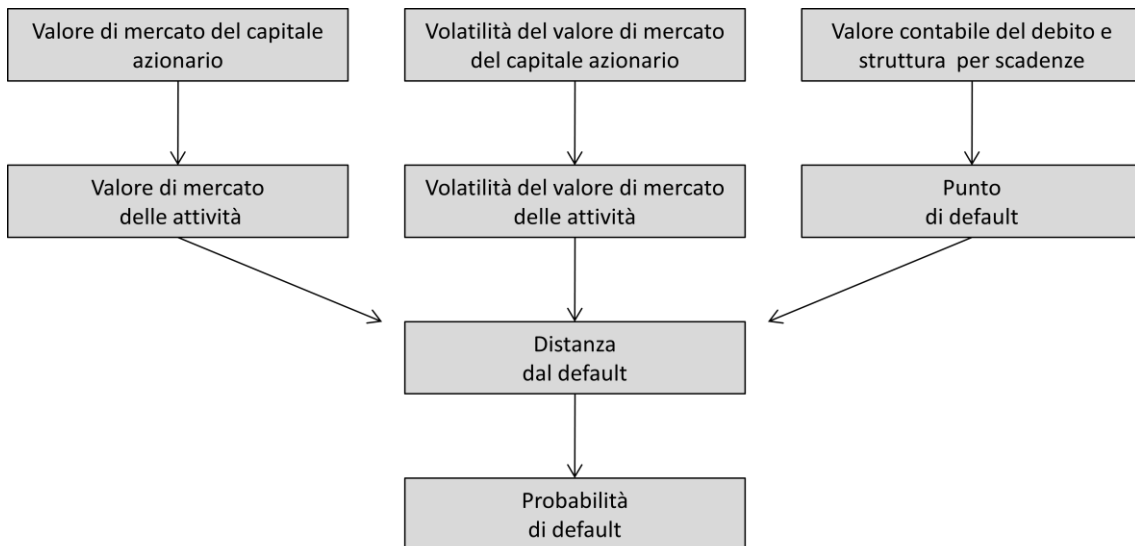


Figura 1.6 - Dati e risultati dell'approccio KMV. Fonte: Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

1.6.2 Credit Metrics

Il modello Credit Metrics mira a stimare l'impatto che ha il deterioramento del merito di credito sul valore del portafoglio creditizio detenuto e, conseguentemente, determina il capitale economico necessario per far fronte a possibili variazioni sfavorevoli.

La metodologia Credit Metrics rientra nella classe di modelli che applicano un approccio del tipo mark to market (modelli di tipo ridotto) perché, come si vedrà, permette una valutazione del rischio sulla base della curva dei tassi forward aggiustati per il rischio (associati alle classi di rating). Quindi il tasso di rendimento legato ad ogni classe di rating è una delle variabili fondamentali del modello; deve essere determinato lo spread creditizio rispetto al tasso privo di rischio, in modo da poter procedere alla valorizzazione di mercato delle esposizioni.

Il modello ipotizza che sia possibile classificare le diverse esposizioni in classi di rating (interne alla banca o di qualche agenzia di ratings), in modo da poter considerare la migrazione da una classe di merito di credito ad un'altra in un determinato arco di tempo, che può essere annuale o corrispondente alla scadenza del prestito.

La probabilità di migrazione da una classe di rating ad un'altra viene stimata attraverso le matrici di transizione⁷², ottenute dall'analisi dei dati storici relativi ai ratings attribuiti a diversi prenditori. Questo strumento risulta necessario per stimare la probabilità che la valutazione del merito di credito possa variare in un determinato periodo di tempo. Una carenza di queste matrici è che non considerano gli effetti che il ciclo economico può avere sulla valutazione del debitore; in sostanza, le probabilità sono stimate senza distinguere tra fasi di espansione economica e fasi di recessione⁷³.

Un altro aspetto fondamentale alla base di questo modello consiste nell'ipotizzare che le imprese che rientrano nella stessa classe di rating abbiano il medesimo comportamento, cioè abbiano le stesse probabilità di migrare di classe (anche se formalmente ciò può non essere vero)⁷⁴.

Nel modello Credit Metrics il default dell'impresa viene considerato come l'evento finale a cui si giunge dal rating iniziale associato all'esposizione, il valore finale dell'esposizione al momento del default viene determinato applicando al valore nominale il tasso di recupero desunto dalle esperienze passate (considerando il livello di seniority).

Considerando una singola esposizione, per poter determinare la distribuzione del valore del prestito per ogni qualità di merito creditizio, il modello Credit Metrics procede con la stima del valore del credito relativo ad ogni classe di rating di cui si conosce la probabilità associata (mediante le matrici di transizione). Il valore del credito viene determinato attualizzando i flussi di cassa futuri con i tassi forward, diversificati per classe di rating, in modo da considerare il credit spread rispetto al tasso privo di rischio; nel caso specifico in cui si vuole

⁷² Le matrici di transizione sono fornite dalle agenzie di rating e forniscono le probabilità che un emittente possa passare da una classe di rating ad un'altra in un predeterminato arco temporale. Queste matrici hanno sulle righe le classi di rating iniziali e sulle colonne quelle finali a cui può giungere l'emittente, e in ogni cella si trovano le probabilità di transizione relative. Una proprietà riscontrata nelle matrici di transizione è che la somma delle probabilità di ogni riga dà 1 e che le probabilità di rimanere fermi nella stessa classe di rating sono le più elevate. (Delzio, Maggiori (2004))

⁷³ Leone, Boido (2004)

⁷⁴ Leone, Boido (2004)

determinare il valore dell'attività che alla fine dell'arco temporale considerato si colloca nella classe di rating AAA, la formula è data da⁷⁵:

$$V_{AAA} = \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1 + Rf_t)^t} + CF_0$$

dove:

- CF_t indicano la serie di cash flow generati dall'attività, CF_0 è il flusso di cassa generato nel momento della valutazione;
- Rf_t individua i tassi di interesse forward ottenuti dalla curva dei tassi forward e relativi ad ogni classe di merito;
- V_{AAA} è il valore del titolo relativo alla classe di rating AAA.

Quindi risulta necessario costruire le curve dei tassi forward associate ad ogni classe di rating, a partire dalla data di valutazione fino al termine dell'holding period considerato, a partire dalla struttura dei tassi spot. Sostanzialmente si ottiene la struttura dei tassi validi oggi per operazioni con decorrenza in una data futura di riferimento.

Una volta ottenuta la distribuzione dei possibili valori dell'esposizione, si procede con il calcolo del valore atteso del prestito sfruttando le probabilità della matrice di transizione relativa all'holding period. Il valore atteso è dato dalla media ponderata dei valori associati ad ogni classe di rating, per i quali i pesi corrispondono alla probabilità di migrazione dalla classe di rating iniziale ad un determinato rating finale⁷⁶:

$$EV = \sum_{g=1}^S p_g V_g$$

dove:

- p_g è la probabilità di transizione per ogni classe di rating;
- $g = [1, \dots, S]$ è il contatore delle diverse classi di rating della matrice di transizione;

⁷⁵ Leone, Boido (2004); Delzio, Maggiori (2004)

⁷⁶ Leone, Boido (2004); Delzio, Maggiori (2004)

- V_g indica la sequenza di valori che l'attività assume relativamente ad ogni classe di rating finale;
- EV è il valore atteso dell'attività.

Come detto precedentemente il valore, del credito in caso di default viene determinato applicando il recovery rate all'esposizione sottoposta a rischio di credito, che viene ricavato dalle serie storiche in possesso della banca.

In un ottica di portafoglio non è possibile pensare che ogni esposizione sia indipendente dalle altre e che non ci sia presenza di correlazione nelle variazioni dei meriti di credito dei prenditori, perché nella realtà ci sono diversi fattori di rischio comune che rendono le correlazioni significative, e che influenzano l'intero portafoglio crediti. Di conseguenza non risulta sufficiente sommare i valori attesi a scadenza delle diverse esposizioni.

Il modello Credit Matrics ai fini della stima della correlazione tra gli asset dei debitori utilizza come proxy la correlazione tra i titoli azionari, facilmente osservabile per le società quotate sul mercato azionario.

L'idea di base consiste nel rientrare in un'ottica "à la Merton", dove è possibile individuare delle soglie che, se vengono oltrepassate dai rendimenti delle azioni, comportano una variazione del merito creditizio. A differenza del modello di Merton, che utilizza il valore assoluto delle attività dell'impresa, il modello Credit Metrics utilizza il rendimento delle attività, rispetto al quale vengono definite, per ogni stato di credito iniziale, dei livelli in funzione dei quali si genera l'eventuale migrazione verso altri classi di rating oppure la permanenza in quella iniziale⁷⁷.

Le diverse classi di ratings e l'alto numero di esposizioni all'interno di un portafoglio comporta che lo stesso possa assumere un numero di valori possibili molto elevato (pari al numero di classi di ratings elevato al numero di esposizioni del portafoglio); per ovviare a questo problema il modello utilizza la tecnica di simulazione Monte Carlo. "L'idea sottostante alla simulazione Monte Carlo è quella di produrre un numero elevato ma ancora gestibile di possibili valori di portafoglio

⁷⁷ Leone, Boido (2004)

a un dato orizzonte temporale e poi, sulla base di questi, costruire la distribuzione di probabilità (come approssimazione) del valore futuro del portafoglio”⁷⁸. Successivamente potranno essere calcolati il valore atteso e i diversi indici di rischio relativi alla distribuzione ottenuta.

Come primo passo si procede con la simulazione dei possibili rendimenti relativi alle azioni delle imprese emittenti dei titoli inclusi nel portafoglio. I rendimenti azionari possono essere utilizzati come proxy per i rendimenti delle attività aziendali, che non sono direttamente osservabili, e attraverso il modello di Merton si crea una corrispondenza tra i valori degli asset e le variazioni delle classi di rating, attraverso la determinazione di soglie che fanno da limite per il passaggio da una classe a un'altra⁷⁹.

Per poter procedere con il calcolo delle soglie il modello Credit Metrics assume che la distribuzione dei rendimenti delle attività aziendali sia di tipo normale; inoltre, risultano nuovamente necessarie le matrici di transizione per ottenere le probabilità di transizione.

Dopo questi passaggi è possibile far corrispondere a ogni classe di rating i valori dei titoli contenuti nel portafoglio, ottenuti sommando i cash flow futuri scontati per i tassi ottenuti dalla curva degli spread forward relativi a ogni classe⁸⁰.

Si possono riassumere i diversi passaggi come segue⁸¹:

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ r_i \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_i \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} AAA \\ BBB \\ \cdot \\ \cdot \\ AA \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ v_i \end{pmatrix}$$

dove r_i individua il vettore dei rendimenti delle azioni; a_i indica il vettore simulato del rendimento delle attività aziendali in corrispondenza del quale si ricavano le diverse soglie (indicate da v_i).

⁷⁸ Delzio, Maggiori (2004)

⁷⁹ Delzio, Maggiori (2004)

⁸⁰ Delzio, Maggiori (2004)

⁸¹ Delzio, Maggiori (2004)

Sommando i valori dei diversi titoli si determina il valore del portafoglio, mediante più simulazioni si ottiene un insieme di valori finali del portafoglio che formano la distribuzione simulata del valore del portafoglio, dalla quale è possibile definire le misure di rischio e i percentili.

Le soglie determinate attraverso il processo di simulazione devono risultare coerenti con la matrice di transizione dei ratings, devono essere modellate in modo che se il rendimento normalizzato a scadenza di una esposizione sarà inferiore ad una di queste, il suo rating sarà quello relativo a quella determinata soglia.

In conclusione si avrà una sequenza di valori possibili di portafoglio che possono essere utilizzati per effettuare misure di sintesi (momenti distribuzione, determinato livello di percentile) con lo scopo di descrivere la distribuzione del portafoglio considerato.

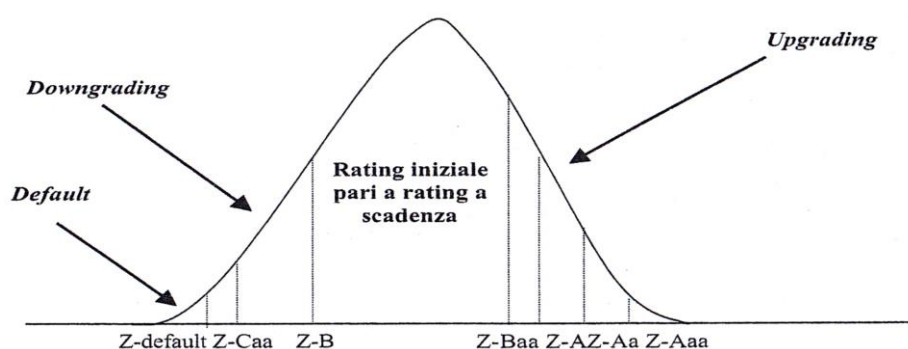


Figura 1.7 - Distribuzione del rendimento delle esposizioni a scadenza. Fonte: Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

La stima delle correlazioni tra le esposizioni del portafoglio presenta alcune difficoltà dovute alla carenza di dati storici e alla difficoltà computazionale; per questo motivo, come detto in precedenza, viene utilizzata una variabile proxy che consiste nella correlazione tra il rendimento delle azioni delle controparti.

Nella pratica vengono utilizzati degli indici settoriali azionari come input per la realizzazione di una matrice di correlazione tra i settori economici dei differenti paesi; successivamente ogni esposizione viene riclassificata in base ai pesi stabiliti secondo l'appartenenza ai diversi settori economici.

Infine si esprimono i rendimenti normali standardizzati delle diverse controparti, come somma dei rendimenti degli indici settoriali di appartenenza più una componente idiosincratca (assunta indipendente dai fattori e dalle componenti specifiche delle altre aziende). Nel caso di due controparti (A, B) si ha⁸²:

$$R_A = w_{1,A}I_1 + w_{2,A}I_2 + w_{3,A}R'_A$$

$$R_B = w_{1,B}I_3 + w_{2,B}R'_B$$

dove: R_A e R_B sono i rendimenti, supposti distribuiti in modo normale standardizzato, delle controparti; I_1, I_2, I_3 sono i rendimenti degli indici settoriali; w_1, w_2, w_3 sono i pesi attribuiti in base all'appartenenza ai diversi settori economici; R'_A, R'_B sono i rendimenti attribuiti alla componente di rischio specifico delle due controparti.

La correlazione tra le due controparti può essere espressa come segue⁸³:

$$\rho = w_{1,A}w_{1,B}\rho_{I_1,I_3} + w_{2,A}w_{2,B}\rho_{I_2,I_3}$$

Il modello CreditMetrics presenta alcune debolezze che possono essere riassunte nei seguenti punti:

- vengono assunte omogeneità nei comportamenti delle imprese rientranti nella stessa classe di rating;
- si utilizzano delle matrici di transizione che non tengono in considerazione la fase economica in cui ci si ritrova al momento della valutazione dei crediti;
- in realtà la distribuzione dei payoff dei prodotti creditizi è caratterizzata dalla presenza di asimmetria e di "code grosse", quindi da una maggiore probabilità per gli eventi estremi rispetto a una distribuzione normale;

⁸² Leone, Boido (2004)

⁸³ Leone, Boido (2004)

- si utilizza la correlazione tra i titoli azionari per ottenere una proxy della correlazione tra i rendimenti delle attività delle diverse controparti.

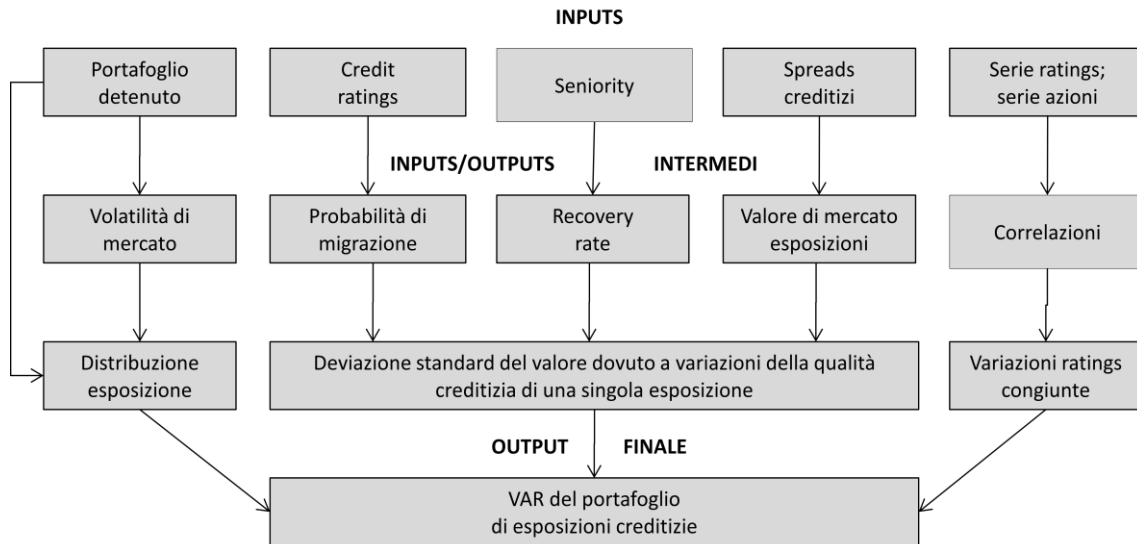


Figura 1.8 - Dati e risultati relativi al modello Credit Matrix. Fonte: Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

1.6.3 Credit Risk+

Il modello Credit Risk+ mira a stimare l'ammontare del capitale economico necessario per far fronte al rischio di credito derivante dalla detenzione di un portafoglio di esposizioni creditizie.

Questo modello viene fatto rientrare nella tipologia default mode, in quanto considera solo il rischio dovuto al default della controparte senza tener conto della migrazione del merito di credito. Quest'ultimo aspetto viene preso in considerazione in maniera indiretta, perché gli eventuali upgrading/downgrading si ripercuotono sul valore delle esposizioni attraverso l'influenza che esercitano sui tassi di default.

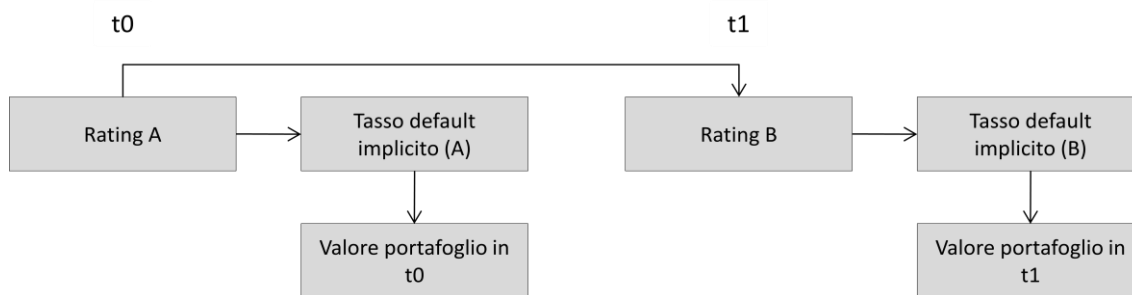


Figura 1.9 - Valutazione implicita del rischio di migrazione del merito di credito. Fonte: Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

Quindi i tassi di insolvenza dei debitori e la volatilità ad essi relativi, rappresentano gli input principali del modello; inoltre, si devono classificare i debitori in classi di rating per stabilire le probabilità di default.

Ai fini del calcolo della correlazione tra i tassi di default il modello non tiene esplicitamente conto delle correlazioni esistenti tra le esposizioni del portafoglio, ma viene assunto che questa derivi dagli effetti che il ciclo economico ha sulle posizioni del portafoglio. In particolare la variabile proxy utilizzata nel modello è la volatilità dei tassi d'insolvenza che, in un'ottica di lungo periodo, incorpora gli effetti dell'alternarsi dei cicli economici. Infatti la volatilità dei tassi di default si ripercuote sul portafoglio lasciando invariata la perdita attesa, ma incrementando il livello di perdita inattesa (volatilità della perdita attesa) rispetto a una distribuzione normale, perché vengono considerati anche gli effetti della correlazione tra i tassi di default. Nel caso in cui nel modello non venisse considerata la volatilità dei tassi di default, supponendo la costanza nel tempo dei tassi di default, sarebbe possibile approssimare la distribuzione del numero di default attesi per un portafoglio mediante una distribuzione normale⁸⁴.

Inoltre il modello ipotizza che i fallimenti delle diverse controparti siano indipendenti tra loro nel senso che: dato un certo stato dell'economia come fattore comune alle esposizioni, il fallimento di una controparte non andrà ad incrementare la probabilità che ne fallisca un'altra. Tuttavia si assume l'esistenza di un tasso medio di default aleatorio, che aumenta o diminuisce a seconda del ciclo economico, contemporaneamente per tutte le esposizioni del portafoglio⁸⁵.

⁸⁴ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

⁸⁵ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

Altra variabile necessaria sono i tassi di recupero, che nel modello vengono ipotizzati fissi, determinati in base alla analisi delle serie storiche e al livello di seniority delle esposizioni.

Il modello permette di svolgere un'analisi riguardo al rischio di concentrazione, cioè permette la misurazione del rischio che nasce nel momento in cui un portafoglio è poco diversificato e, quindi, è soggetto a una serie di rischi comuni.

L'analisi avviene dividendo le varie controparti in settori composti da una serie di emittenti contraddistinti dall'essere soggetti alle stesse fonti di rischio sistematico⁸⁶, che influenzano in egual misura la volatilità dei tassi di default dei diversi emittenti appartenenti al settore. In sostanza per ogni settore è necessario che sussista perfetta correlazione tra i debitori nei confronti del rischio sistemico; inoltre, deve esserci indipendenza tra settori differenti. I fattori di rischio specifici della singola esposizione sono ipotizzati essere del tutto indipendenti rispetto ai fattori sistemici e rispetto alle fonti di rischio specifiche delle altre esposizioni⁸⁷.

Ne consegue che relativamente al rischio di concentrazione il modello consente di effettuare un'analisi mediante tre possibili scenari⁸⁸:

- valutazione di rischio prudenziale collocando tutti i debitori nello stesso settore; tutti i tassi di default sono influenzati da un unico fattore di rischio sistemico che ne determina la variabilità (nessuna diversificazione);
- le esposizioni vengono raggruppate in diversi settori classificati per le diverse fonti di rischio sistemico (ad esempio in base al settore economico di appartenenza); in questo modo la volatilità dei tassi d'insolvenza è influenzata da determinati fattori che si distinguono per ogni settore;

⁸⁶ I fattori di rischio sistemico sono variabili che influenzano tutte le esposizioni appartenenti a un portafoglio. Si oppongono ai fattori di rischio specifico che, invece, influenzano esclusivamente una singola esposizione e non hanno alcun legame con le componenti sistemiche.

⁸⁷ Bellucci, Micocci, Resti, Scoccia (1999)

⁸⁸ Bellucci, Micocci, Resti, Scoccia (1999)

- la singola esposizione viene scomposta e fatta rientrare in più settori, quindi il rispettivo tasso di insolvenza è influenzato da più fattori di rischio sistemici.

Il risultato principale che il modello riesce ad ottenere è di dimostrare (analiticamente e non solo come ipotesi) che il numero di default atteso per un portafoglio, entro un dato orizzonte temporale, si distribuisce secondo una variabile casuale di Poisson⁸⁹, che è un tipo di distribuzione che si caratterizza per la presenza di un unico parametro (denominato intensità) che misura sia il valore atteso che la varianza della variabile casuale.

Il punto di partenza per giungere a tale conclusione è la funzione generatrice della probabilità⁹⁰, che permette di trattare facilmente le somme aleatorie delle diverse esposizioni creditizie presenti in portafoglio..

Per poter costruire la distribuzione delle probabilità $P(n)$ in funzione di n si utilizza la funzione generatrice delle probabilità della variabile casuale di Poisson⁹¹, definita come segue⁹²:

$$F_D(z) = Ez^D = \sum_{n=0}^{\infty} P\{D = n\}z^n \quad z \in R$$

dove D indica la variabile casuale che determina il numero di default in portafoglio e F_D indica la funzione generatrice della probabilità di D .

Sfruttando le proprietà delle funzioni generatrice delle probabilità si riesce a dimostrare che⁹³:

⁸⁹ Peculiarità della distribuzione di Poisson è di avere un unico parametro, denominato "intensità" (λ), che individua contestualmente il valore atteso e la varianza della variabile casuale. La funzione di densità della distribuzione di Poisson è:

$$P(n) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!}$$

dove λ è il numero medio di eventi per intervallo di tempo, mentre n è il numero di eventi per intervallo di tempo di cui si vuole la probabilità.

⁹⁰ L'idea all'origine della funzione generatrice della probabilità è quella di concentrare in un'unica funzione tutte le informazioni relative alla legge di probabilità. "La funzione generatrice delle probabilità consente di ottenere, opportunamente derivata, la probabilità che una variabile casuale assuma un determinato valore n (intero), da cui risalire alla densità (Leone, Boido (2004)).

⁹² Leone, Boido (2004)

$$F_D(z) = \prod_{a=0}^N (1 + (z-1)p_a)$$

dove p_a individua la probabilità di default della singola controparte a appartenente al portafoglio, mentre $(1 + (z-1)p_a)$ indica la funzione generatrice dei momenti⁹⁴ per la singola esposizione (imponendo che il numero di default per il singolo debitore sia zero o uno).

Quest'ultima espressione consente di specificare analiticamente la funzione generatrice della probabilità dell'intero portafoglio, mediante le probabilità di default della singole esposizioni (p_a).

A questo punto attraverso uno sviluppo in serie di Taylor è possibile riscrivere l'ultima equazione in forma diversa⁹⁵:

$$\ln F_D(z) = \sum_{a=0}^N \ln(1 + (z-1)p_a) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1} ((z-1)p_a)^k}{k}$$

Se le probabilità d'insolvenza sono sufficientemente piccole, è possibile arrestare la serie al primo termine $K=1$, in quanto i valori successivi possono essere trascurati. Ne segue che⁹⁶:

$$\ln F_D(z) \cong \sum_{a=0}^N (z-1)p_a = (z-1) \left(\sum_{a=0}^N p_a \right) = (z-1)\mu$$

quindi

$$F_D(z) \cong e^{(\mu(z-1))}$$

dove μ esprime il numero medio di default attesi per il portafoglio.

⁹³ Per maggiori approfondimenti sui vari passaggi analitici si può consultare Leone, Boido (2004)

⁹⁴ Per una variabile aleatoria Y distribuita come una Poisson la funzione generatrice dei momenti è data da:

$$g(t, Y) = E[e^{tY}] = e^{-\lambda} \sum \frac{\lambda^n e^{tn}}{n!} = e^{-\lambda} e^{\lambda e^t} = e^{\lambda(e^t-1)}$$

Per maggiori approfondimenti sui vari passaggi analitici consultare Leone, Boido (2004)

⁹⁵ Per maggiori approfondimenti sui vari passaggi analitici si può consultare Leone, Boido (2004)

⁹⁶ Leone, Boido (2004)

Si può osservare come la F_D può essere vista come una funzione generatrice dei momenti di una Poisson con intensità μ e si ha che⁹⁷:

$$D \sim P(\mu) \leftrightarrow P[D = n] = \begin{cases} e^{-\mu} \frac{\mu^n}{n!} \\ 0 \end{cases}$$

in cui la variabile casuale D esprime il numero di default che si verificano nell'arco di tempo stabilito e si distribuisce come una variabile casuale di Poisson.

PASSO 1

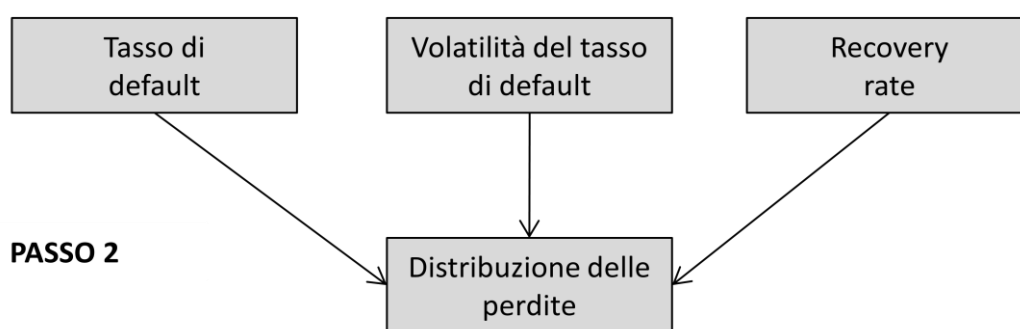


Figura 1.10 - Dati e risultati relativi al modello Credit Risk+. Fonte: Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

1.6.4 Credit Portfolio View

Il modello Credit Portfolio View è un modello di tipo econometrico multifattoriale e rientra nella categoria della modellistica conditional. Infatti, il presupposto teorico di tale modello è che il rischio di default e il rischio di migrazione delle esposizioni di un certo portafoglio creditizio siano influenzati direttamente dall'andamento dell'economia di un determinato paese/settore.

Lo scopo del modello è di stimare per le diverse classi di rating la distribuzione congiunta delle probabilità di default e di migrazione, condizionate a dei valori delle variabili macroeconomiche (ad esempio tra gli altri il tasso di disoccupazione, il livello crescita del PIL, i tassi di cambio). In questo modo si cerca di ovviare al problema legato alle matrici di transizione che, generalmente, sono

⁹⁷ Leone, Boido (2004)

rivolte a una visione del passato, che non considera la situazione economica in cui versa il sistema nel momento della valutazione delle esposizioni creditizie⁹⁸.

Infatti è empiricamente dimostrato che nelle fasi di recessione economica si ha un incremento del numero delle insolvenze e una maggiore probabilità di migrazione verso classi di ratings medio-basse (speculative grade), al contrario di quello che accade in una fase espansiva dell'economia, che vede generalmente un sensibile miglioramento della qualità creditizia delle imprese.

Il modello è studiato principalmente per la stima dei tassi di default relativi a esposizioni rientranti nelle categorie di ratings speculative grades, perché sono maggiormente sensibili agli effetti conseguenti ai periodi di recessione economica.

Il modello Credit Portfolio View specifica la distribuzione delle probabilità, con riferimento al tempo t e per il settore j , secondo una forma funzionale di tipo logit⁹⁹, che in termini analitici è data da¹⁰⁰:

$$P_{j,t} = \frac{1}{1 + e^{-Y_{j,t}}}$$

dove $P_{j,t}$ è la probabilità di insolvenza condizionata all'indice macroeconomico, indicato da $Y_{j,t}$ ricavato dalle variabili macroeconomiche.

L'indice macroeconomico viene costruito considerando i livelli storici ed attuali delle più importanti variabili macroeconomiche, secondo la regressione multifattoriale seguente¹⁰¹:

$$Y_{j,t} = \beta_{j,0} + \beta_{j,1}X_{j,1,t} + \beta_{j,2}X_{j,2,t} + \dots + \beta_{j,m,t} + \varepsilon_{j,t}$$

in cui le $X_{j,t}$ rappresentano le variabili macroeconomiche, con i rispettivi coefficienti di regressione indicati dai parametri $\beta_{j,m}$.

⁹⁸ Bellucci, Micocci, Resti, Scoccia (1999)

⁹⁹ "La forma funzionale di tipo logit descrive una relazione statistica tra la probabilità del verificarsi di un evento (successo) e una o più variabili che spiegano il verificarsi dell'evento stesso. Trova applicazione nelle situazioni in cui la variabile dipendente è binomiale e la probabilità di successo è legata alla variabile indipendente da una relazione logistica del tipo:

$$Y = \frac{K}{1 + ce^{-hx}}$$

dove k, c, h sono delle costanti" (Bellucci, Micocci, Resti, Scoccia (1999))

¹⁰⁰ Leone, Boido (2004)

¹⁰¹ Leone, Boido (2004)

A loro volta le variabili macroeconomiche seguono un processo auto regressivo del secondo ordine (AR 2), dove il valore corrente della variabile è influenzato dai valori ritardati di due periodi. In termini analitici si ha¹⁰²:

$$X_{j,i,t} = \gamma_{j,i,0} + \gamma_{j,i,1}X_{j,1,t-1} + \gamma_{j,i,2}X_{j,2,t-2} + z_{j,i,t}$$

dove $X_{j,1,t-1}$ e $X_{j,2,t-2}$ sono i valori della variabile nei due periodi precedenti, mentre, $\gamma_{j,i}$ sono i coefficienti di regressione che devono essere stimati.

Per giungere alla stima della probabilità condizionata è necessario risolvere il seguente sistema¹⁰³:

$$\begin{cases} P_{j,t} = \frac{1}{1 + e^{-Y_{j,t}}} \\ Y_{j,t} = \beta_{j,0} + \beta_{j,1}X_{j,1,t} + \beta_{j,2}X_{j,2,t} + \dots + \varepsilon_{j,t} \\ X_{j,i,t} = \gamma_{j,i,0} + \gamma_{j,i,1}X_{j,1,t-1} + \gamma_{j,i,2}X_{j,2,t-2} + z_{j,i,t} \end{cases}$$

Dopo la simulazione dei tassi di default relativi a un determinato settore, il modello procede con la costruzione di una matrice di migrazione, che risulterà essere condizionata allo stato in cui verte il sistema economico, nel contesto del periodo di osservazione.

Viene costruito un indice composto dal rapporto tra il tasso di insolvenza relativo a un determinato paese/settore ed il tasso di default medio osservato nel lungo periodo; in particolare si ha¹⁰⁴:

- se $\frac{p_{j,t}}{p_{medio}} < 1$ aumentano le probabilità di upgrading
- se $\frac{p_{j,t}}{p_{medio}} > 1$ aumentano le probabilità di downgrading

Questi indici vengono impiegati nelle matrici di transizione incondizionate (M_t) per poterle rendere condizionate al ciclo economico mediante la seguente trasformazione¹⁰⁵:

¹⁰² Leone, Boido (2004)

¹⁰³ Leone, Boido (2004)

¹⁰⁴ Bellucci, Micocci, Resti, Scoccia (1999)

$$M_t = M \left(\frac{p_{i,j}}{p_{medio}} \right)$$

se il rapporto è maggiore di 1 si avrà uno spostamento di tutte le probabilità verso classi di ratings di merito di credito peggiori.

Applicando lo stesso procedimento su probabilità calcolate per intervalli di tempo diversi si ottiene una matrice di migrazione multiperiodale, che reiterata mediante simulazioni di tipo Monte Carlo, permette di ottenere una distribuzione cumulata delle probabilità di insolvenza per ogni livello di rating.

In conclusione questo modello permette la valutazione del rischio relativo a un portafoglio attraverso due componenti: “quella sistematica catturata dalla ponderazione stimata del modello delle variabili macroeconomiche rilevanti, e quella non sistematica registrata da una componente casuale relativa alle specifiche caratteristiche del settore economico in cui operano le controparti”¹⁰⁶.

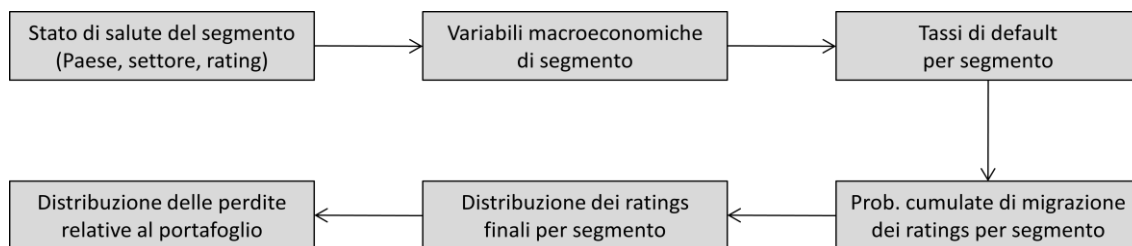


Figura 1.11 - Dati e risultati relativi al modello Credit Portfolio View. Fonte: Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹⁰⁵ Bellucci, Micocci, Resti, Scoccia (1999)

¹⁰⁶ Bellucci, Micocci, Resti, Scoccia (1999)

CAPITOLO II

I DERIVATI CREDITIZI

2.1 Introduzione

Il rischio di credito, analizzato nel precedente capitolo, è uno dei rischi più studiati a cui sono sottoposti gli istituti finanziari. Nonostante ciò, lo sviluppo di strumenti finanziari adeguati per la gestione di tale rischio ha avuto notevoli ritardi rispetto allo studio e allo sviluppo dei mezzi per gestire altri tipi di rischio.

Possono essere individuati vari motivi di questo ritardo, in ogni caso bisogna osservare che qualsiasi attività finanziaria non è soggetta esclusivamente a una tipologia di rischio, ma il titolare di tale attività si espone a un serie di rischi di diversa natura.

Riuscire a valutare e gestire strumenti finanziari che presentano complessi profili di rischio richiede lo sviluppo di modelli statistici complessi, oltre a un progresso tecnologico di calcolo che permetta il trattamento di una elevata quantità di dati. Oltre tutto bisogna considerare che lo sviluppo di queste nuove conoscenze e tecnologie ha come conseguenza il sostenimento, da parte degli istituti finanziari, di elevati costi.

Altra motivazione che rende complicato il trattamento del rischio di credito risiede nel aspetto che il fallimento è un evento che si verifica raramente e in forma discreta, rendendo complicato, diversamente dagli altri tipi di rischi finanziari, il trattamento di tale fenomeno attraverso distribuzioni continue, il cui studio è più avanzato¹⁰⁷.

In realtà la ragione principale di questo ritardo nello sviluppo di strumenti per la gestione del rischio di credito risiede nel fatto che gli operatori di mercato, in precedenza, si concentravano maggiormente su altre fonti di rischio; conseguentemente lo sviluppo dei mercati ha seguito le esigenze dei diversi operatori. Ecco perché i derivati sui tassi d'interesse e di cambio hanno iniziato ad

¹⁰⁷ Zullo (1999)

essere immessi sul mercato a partire dagli anni settanta, periodo in cui queste variabili avevano assunto livelli di volatilità molto elevata¹⁰⁸.

La diffusione dei primi derivati creditizi viene fatta risalire all'inizio degli anni '90, periodo in cui il sistema bancario giapponese, per diversi motivi, si ritrovò in forte crisi, portando alla destabilizzazione di tutto il sistema bancario internazionale. Le problematiche aumentarono ulteriormente verso la fine degli anni '90, periodo in cui affiorarono una serie di difficoltà nel segmento dei mercati emergenti, amplificate dalla forte esposizione delle banche su contratti derivati valutari. Entrambe queste crisi focalizzarono l'attenzione sul rischio di credito, evidenziando la scarsa diversificazioni dei portafogli creditizi bancari e la presenza di strutture manageriali poco efficaci per la gestione dei rischi¹⁰⁹.

L'importanza assunta dai derivati creditizi è dovuta al fatto che tutti i soggetti che hanno a che fare con il mercato finanziario, per via diretta o indiretta, sono soggetti in diversa forma e misura al rischio di credito. Partendo da chi emette le obbligazioni: questi soggetti possono vedersi aumentare i costi per finanziare la propria attività in quanto il mercato potrebbe valutare negativamente il loro rischio di default, con il conseguente aumento dello spread tra il rendimento dell'obbligazione e quello dei titoli privi di rischio (ad esempio i titoli di stato).

Anche gli investitori in obbligazioni hanno a che fare con il rischio di credito, infatti, a causa del peggioramento della qualità creditizia degli emittenti delle obbligazioni, si vedranno diminuire il valore dei titoli in cui hanno investito, in risposta all'aumento del premio richiesto dai mercati.

Infine le banche che, come detto nel precedente capitolo, sono i soggetti maggiormente esposti al rischio di credito a causa della natura della loro attività. Questi soggetti producono i loro profitti prevalentemente attraverso l'attività di rilascio prestiti, sopportando ingenti perdite nel caso in cui i clienti finanziati non riescano a ripagare il prestito contratto. Inoltre c'è da considerare che spesso le banche (specialmente quelle di piccole dimensioni) concentrano la propria attività in specifici settori geografici o industriali in cui si sono specializzate; in questo

¹⁰⁸ Zullo (1999)

¹⁰⁹ Zullo (1999); Leone, Boido (2004)

modo non diversificano sufficientemente il portafoglio prestiti scontrandosi con rischi maggiori.

2.2 Definizione di derivato creditizio ed elementi chiave

Un derivato creditizio può essere definito come uno strumento over the counter dove due parti (compratore e venditore di protezione) si accordano per trasferire il rischio di credito incorporato in una o più esposizioni creditizie¹¹⁰. Così come i derivati finanziari permettono di trasferire i rischi di mercato, i derivati creditizi consentono di trattare il rischio di credito come una commodity¹¹¹.

Va sottolineato che i derivati creditizi non incrementano l'ammontare complessivo del rischio di credito nel sistema finanziario, in quanto ogni contratto derivato ha due controparti che si scambiano il rischio lasciando invariato l'ammontare netto complessivo del rischio di credito. L'unico modo in cui si ha un aumento di rischio è attraverso il rischio di controparte, cioè la possibilità che il venditore di protezione non effettui il pagamento a favore del compratore della protezione nel caso in cui si realizzi l'evento creditizio¹¹².

Il valore finale di questa tipologia di contratti dipende dal merito creditizio di uno o più soggetti, commerciali o sovrani. Attraverso l'uso di questi strumenti si va a sostituire il rischio di credito implicito in una certa esposizione creditizia, con il rischio relativo alla controparte del contratto derivato.

Tradizionalmente le banche gestivano l'area crediti attraverso metodi che si basavano semplicemente su tecniche contabili, senza ricorrere a procedure quantitative, non potendo effettuare una gestione attiva dei loro portafogli.

Una innovazione importante nel cercare di rendere liquidi i prestiti, nel tentativo di creare un mercato secondario efficiente, è stato il fenomeno della titolarizzazione, in cui i prestiti venivano suddivisi in categorie omogenee e convertiti in certificati negoziabili con peculiarità simili a quelle delle obbligazioni. Ma tale approccio presentava forti limiti dovuti alla necessità di standardizzare i

¹¹⁰ Zullo (1999)

¹¹¹ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹¹² O'Kane (2008)

prestiti dal punto di vista della scadenza, dei flussi finanziari e dei rischi creditizi che incorporano.

Di conseguenza l'ingegneria finanziaria ha creato la classe dei prodotti derivati creditizi, che permettono una gestione attiva dei portafogli creditizi detenuti dalle banche. Con l'introduzione di questi particolari strumenti derivati si ha un incremento della "flessibilità e completezza dei mercati finanziari, consentendo la formazione di un prezzo per specifici aspetti del rischio separandoli dall'attività finanziaria da cui sono stati generati, con enormi vantaggi dal punto di vista dell'efficienza"¹¹³.

Oltre alla finalità di protezione dal rischio di credito, i derivati creditizi possono essere utilizzati per scopi speculativi, dove l'investitore-speculatore cerca di monetizzare la credit views avuta su un particolare emittente. Per questa finalità, l'investitore non è interessato all'aspetto "assicurativo" dei derivati, ma mira al rendimento legato all'andamento del merito di credito dell'emittente (variazione dello spread creditizio). Altra funzione fondamentale per le banche è che questa tipologia di prodotti finanziari consentono di liberare capitale, in quanto con il trasferimento del rischio e la diversificazione del portafoglio è possibile diminuire il capitale allocato necessario al rispetto dei coefficienti patrimoniali imposti dalle autorità di vigilanza.

Tutti i derivati creditizi sono contraddistinti da tre elementi chiave¹¹⁴: il sottostante, il credit event e le metodologie di pagamento.

Il sottostante di un derivato creditizio è individuato dalla capacità di un debitore (reference entity) di adempiere regolarmente alle proprie obbligazioni. In particolare il derivato creditizio può essere legato: al rischio di default di uno o più reference entity, oppure al deterioramento della qualità creditizia¹¹⁵.

Quindi ogni derivato creditizio ha un'attività finanziaria (reference obligation) di riferimento al quale è legato il rischio di credito; tale attività può

¹¹³ Zullo (1999)

¹¹⁴ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹¹⁵ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

essere rappresentata da qualsiasi titolo emesso dal reference entity (ad esempio le obbligazioni) o da un prestito bancario.

Nel caso particolare di derivati creditizi legati all'andamento del merito di credito del debitore, il sottostante è rappresentato dalle variazioni dello spread creditizio dei titoli emessi dal reference entity¹¹⁶.

Il credit event si definisce come l'evento, relativo al soggetto emittente dell'attività finanziaria di riferimento del contratto, che fa scattare in capo al venditore della protezione l'obbligo di effettuare il pagamento a favore della controparte del derivato creditizio (acquirente della protezione)¹¹⁷.

Istintivamente il credit event può essere associato semplicemente all'inadempimento delle obbligazioni assunte dal reference entity, in realtà la determinazione precisa del credit event cambia da contratto a contratto e spesso dipende dalla natura del reference entity. Nella prassi si ritrovano delle definizioni ricorrenti utilizzate nella stipula dei contratti¹¹⁸:

- repudiation/moratorium: consiste nel caso in cui il soggetto emittente dell'obbligazione disconosce il debito (totalmente o parzialmente). Sostanzialmente, se l'emittente del titolo di riferimento del contratto derivato si rifiuta di adempiere alle proprie obbligazioni, il compratore di protezione ha diritto di ottenere il pagamento a lui dovuto da parte del venditore della protezione;
- restructuring: individua la fattispecie in cui il debito viene ristrutturato, in modo tale da penalizzare i creditori dal punto di vista economico o della rischiosità. Tipicamente i cambiamenti riguardano: una riduzione degli interessi, una riduzione del capitale rimborsato o un cambiamento del livello di seniority;
- failure to pay: individua l'incapacità del reference entity di rispettare le obbligazioni derivanti dall'attività di riferimento come previsto dal contratto;

¹¹⁶ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹¹⁷ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹¹⁸ Caputo Nasseti, Fabbri (2000); Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004)

- obligation acceleration: le attività di riferimento del reference entity diventano pagabili anticipatamente rispetto alla scadenza prevista contrattualmente a causa del default del debitore;
- cross-default: fallimento del debitore relativamente a qualsiasi esposizione finanziaria nei suoi confronti (capitale, interessi, garanzie indipendentemente dal livello di seniority);
- bankruptcy: con questo termine si indicano una serie di condizioni relative allo “status” del reference entity, ad esempio: che abbia dichiarato di ritrovarsi in stato d’insolvenza, sia oggetto di procedure concorsuali o abbia processi giudiziari in corso per l’espropriazione di una parte rilevante delle proprie attività. Sostanzialmente si comprendono tutti gli atti ufficiali o privati, che privano l’emittente del titolo di riferimento del controllo del proprio patrimonio o della capacità di svolgere la propria attività;
- downgrade; individua il declassamento della classe di rating di appartenenza del reference entity. Le parti del contratto derivato possono stabilire a priori a quale livello deve essere declassato l’emittente per far scattare l’obbligo di pagamento da parte del venditore della protezione. Molto spesso viene stabilito come livello minimo di rating la classe di partenza del reference entity, in questo modo qualsiasi downgrade fa sorgere l’obbligo di pagamento in capo al venditore della protezione.

Nel caso in cui il debitore sia uno Stato sovrano una possibile definizione del credit event che si può ritrovare è il sovereign event, che consiste nel mancato rispetto delle condizioni previste contrattualmente per le obbligazioni emesse dal Paese, o nella cancellazione o modifica degli obblighi di pagamento.

Solitamente nei contratti dei derivati creditizi sono previste due ulteriori condizioni che possono essere poste per rendere effettivo il pagamento da parte del venditore della protezione: la prima è che siano disponibili informazioni pubbliche che confermino la realizzazione del credit event; la seconda è la cosiddetta materialità, consistente nel fatto che il titolo di riferimento in caso di credit event abbia un valore inferiore a una certa soglia.

Terzo aspetto fondamentale di un derivato creditizio è la metodologia di pagamento a scadenza (settlement); quelle maggiormente utilizzate sono tre¹¹⁹:

- physical settlement: il venditore di protezione acquista dalla controparte del derivato un titolo emesso dal reference entity ad un prezzo che viene stabilito anticipatamente al momento della stipula del contratto;
- cash settlement: il venditore di protezione è obbligato ad effettuare un pagamento pari alla differenza tra il prezzo iniziale del titolo di riferimento e il valore di mercato nel momento in cui si realizza il credit event;
- binary payout: il venditore di protezione si impegna a pagare alla controparte del contratto derivato un ammontare stabilito al momento della stipula del contratto, indipendentemente dal valore iniziale e finale (nel momento in cui si realizza il credit event) del titolo di riferimento.

2.3 Mercato e operatori principali dei derivati creditizi

L'avvento dei primi strumenti che possano essere, effettivamente, classificati come derivati creditizi si ha all'inizio degli anni novanta, anni in cui la diffusione di questi contratti ha avuto una crescita esponenziale, proseguita fino alla crisi dei "mutui subprime" del 2007.

Negli anni novanta diversi fattori internazionali hanno portato ad un incremento del rischio di credito all'interno dei portafogli delle banche. Infatti in quel periodo c'è stata una forte crisi del sistema bancario giapponese (con caduta dei tassi di interesse sullo yen) che ha portato al deterioramento della qualità creditizia delle banche locali, con conseguente peggioramento del rischio di credito incorporato nei portafogli delle banche estere¹²⁰.

Inoltre verso la fine degli anni novanta sono emerse ulteriori difficoltà sul segmento dei mercati emergenti; il tutto ha portato alla luce la scarsa

¹¹⁹ Caputo Nassetti, Fabbri (2000)

¹²⁰ Zullo (1999); Leone, Boido (2004); Weistroffer (2009)

diversificazione delle esposizioni creditizie presenti nei portafogli delle banche, sia a livello di derivati valutari che su strumenti più tradizionali¹²¹.

In seguito a questi eventi il sistema bancario ha appreso come l'area crediti necessitasse una gestione diversa da quella tradizionale, e iniziò a formarsi la figura del credit risk manager, con il ruolo specifico della gestione del rischio di credito legato ai portafogli creditizi delle banche.

Le specifiche caratteristiche dei derivati creditizi hanno permesso una gestione attiva del rischio di credito, "divenendo un valido supporto alle scelte dei responsabili del portafoglio crediti per gestire situazioni di crisi e nel contempo sono utilizzati dagli investitori per accedere a nuovi segmenti di mercato e conseguire extra-rendimento"¹²².

La forte crescita del valore nozionale lordo scambiato sul mercato ha raggiunto il picco massimo nella prima metà del 2007, dove, per quanto riguarda i credit default swaps (single name e multiname), si è raggiunto un valore di quasi 60 mila miliardi di dollari di valore nozionale lordo. Va comunque sottolineato come il mercato dei credit default swaps sia un segmento minore dell'intero mercato dei derivati OTC, dove i più scambiati rimangono i derivati sui tassi d'interesse¹²³.

In sintesi i fattori che hanno alimentato la diffusione dei derivati creditizi sono¹²⁴:

- l'elevata concentrazione del rischio di credito nei portafogli creditizi delle banche;
- l'esigenza di abbandonare i vecchi approcci utilizzati per la gestione dell'area crediti, con conseguente sviluppo di tecniche di portafoglio per l'analisi del rischio di credito;
- la nascita della figura del credit risk manager dedicata al trattamento specifico del rischio di credito;

¹²¹ Leone, Boido (2004)

¹²² Leone, Boido (2004)

¹²³ Weistroffer (2009)

¹²⁴ Zullo (1999); Leone, Boido (2004)

- la possibilità di rendere liquide le posizioni creditorie attraverso la negoziazione, e quindi il trasferimento da un soggetto ad un altro, del rischio di credito;
- la ricerca di extra-rendimenti da parte di operatori inizialmente esclusi dal mercato del credito;
- le nuove regole imposte dalle autorità di vigilanza per la stabilità del sistema.

La costante crescita delle negoziazioni dei derivati creditizi ha avuto una forte crisi a partire dalla seconda metà del 2007, a seguito della crisi che ha visto il suo culmine nel fallimento della banca d'affari americana Lehman. Quindi ha avuto inizio una fase di costante diminuzione del valore dei debiti "assicurati" con i credit default swaps, fino a raggiungere la quota di 30 mila miliardi di dollari a metà 2009¹²⁵.

Il fallimento della Lehman ha evidenziato le problematiche legate al default di un soggetto che è sia compratore/venditore di protezione che un importante reference entity in un elevato numero di contratti. La risposta da parte del mercato è stata pesante, con una forte riduzione delle negoziazioni sui derivati creditizi, anche a causa della poca trasparenza del mercato e della paura di contagio derivante dal fallimento di un importante operatore.

L'interesse degli investitori per i derivati creditizi multiname è fortemente diminuito dopo lo scoppio della bolla del mercato immobiliare americano, e la liquidità del mercato dei derivati creditizi è venuta meno, con una fuga degli investitori verso attività considerate più sicure come i titoli di stato. Per quanto riguarda i credit default swap uninominali, la loro negoziazione è continuata anche dopo la crisi se pur in misura minore; mentre per i derivati creditizi multiname ci vorrà più tempo per riprendersi dallo shock subito dal credit crunch del 2007.

Anche nel mercato italiano si è verificato un forte ribasso nella negoziazione dei derivati creditizi. Secondo i dati raccolti dalla Banca d'Italia relativi alle posizioni in essere su credit default swaps (CDS) delle banche italiane per l'anno 2012, si nota ancora una costante riduzione del valore nominale dei CDS comprati

¹²⁵ Weistroffer (2009)

(acquisto di protezione) e venduti (vendita di protezione). Infatti il valore nozionale dei default swaps comprati (acquisto di protezione) è diminuito del 12%, mentre per quanto riguarda i default swaps venduti (vendita di protezione) il calo è del 15%.

Tabella 2.1 - Contratti derivati creditizi in Italia (fine dicembre 2012). Fonte: Rilevazione sui prodotti derivati over the counter a fine dicembre 2012, Banca d'Italia, 2013

Derivati creditizi	Ammontari nominali o nozionali in essere (in miliardi di dollari)			
	Fine giugno 2012	Fine dicembre 2012	Variazione percentuale	Quota % 2012
CDS comprati	356,5	314,6	-11,8	50,1
CDS venduti	367,9	313,5	-14,8	49,9
TOTALE	724,4	628,1	-13,3	100

2.3.1 Operatori del mercato dei derivati creditizi

Nel mercato dei derivati creditizi i soggetti che ricoprono un ruolo di primo piano sono sicuramente le banche, che operano sia come venditori di protezione ma soprattutto come acquirenti.

Le banche (commerciali) che tradizionalmente svolgono il compito di prestare denaro assumendosi il rischio di credito, hanno iniziato ad adoperare questi strumenti per poter gestire attivamente il loro portafoglio creditizio e trasferire il rischio su altri soggetti disposti ad assumerlo, in modo tale da poter ridurre la concentrazione del rischio di credito nei loro portafogli¹²⁶.

Al contrario, le banche di investimento sono entrate nel mercato dei derivati creditizi prevalentemente con lo scopo di diversificare maggiormente il portafoglio delle loro attività, e cercare un incremento della redditività patrimoniale. Operano come dealers per garantire liquidità al mercato dei derivati creditizi e sono disposti ad assumere il rischio di credito nel proprio trading book, cercando poi di coprirsi attraverso la negoziazione di derivati creditizi; sostanzialmente operano sia come compratori che come venditori della protezione¹²⁷.

Se da un lato le banche hanno ricoperto maggiormente il ruolo di compratori della protezione, la funzione di venditore di protezione è stata ricoperta dalla

¹²⁶ Weistroffer (2009); O'Kane (2008)

¹²⁷ Weistroffer (2009); O'Kane (2008)

categoria degli investitori istituzionali, ossia le società di assicurazione, i fondi pensione, i fondi comuni e gli hedge fund.

In particolare le compagnie di assicurazione, per l'attività svolta e per la regolamentazione alla quale sono sottoposte, che differisce da quella del settore bancario, sono maggiormente propensi ad assumersi il rischio di credito. Queste compagnie cercano di strutturare un portafoglio dove le perdite derivanti dalla copertura di un particolare contratto vengano compensate dai premi ottenuti, assumendo il rischio di credito di altre esposizioni creditizie¹²⁸.

Per quanto riguarda gli hedge funds, la loro attività all'interno del mercato dei derivati creditizi è cresciuta nel corso del tempo, diventando un operatore significativo nelle negoziazioni dei derivati creditizi. L'incremento dell'interesse per questa tipologia di strumenti è dovuta alla possibilità di applicare diverse strategie di trading, e alla possibilità di diversificare maggiormente il proprio portafoglio permettendo l'ingresso nel mercato creditizio¹²⁹.

Infine ci sono i fondi comuni e i fondi pensione, che sono gli operatori meno presenti nel mercato dei derivati creditizi; come investitori ricoprono maggiormente il ruolo di venditori di protezione, ma spesso hanno delle restrizioni sulla tipologia di attività su cui poter investire che ne precludono l'accesso ai derivati creditizi.

Di seguito viene riportato uno schema riepilogativo di come i diversi operatori si erano suddivisi il mercato dei derivati creditizi prima dello scoppio della crisi dei mutui subprime, con conseguente fuga dal mercato.

¹²⁸ Weistroffer (2009); Leone, Boido (2004); O'Kane (2008)

¹²⁹ O'Kane (2008)

Tabella 2.2 – Operatori del mercato dei derivati creditizi. Fonte: O’Kane (2008)

Year of survey Type market participant	2004		2006	
	Protection buyer (%)	Protection seller (%)	Protection buyer (%)	Protection seller (%)
Banks (including securities firms)	67	54	59	44
Trading activities	-	-	39	35
Loan portfolio	-	-	20	9
Insurers	7	20	6	17
Hedge funds	16	15	28	32
Pension funds	3	4	2	4
Mutual funds	3	3	2	2
Corporates	3	2	2	1
Other	1	1	1	1

Come evidenziato dalla tabella 2.2 sono le banche i principali operatori, sia nelle vesti di acquirenti di protezione (59%), che come venditore (44%). Inoltre, si nota anche come, oltre le banche, sono le compagnie assicurative e gli hedge funds i soggetti maggiormente attivi come venditori di “sicurezza”, rispettivamente con il 17% e il 32%¹³⁰.

2.4 Principali derivati creditizi

La suddivisione dei derivati creditizi può essere effettuata secondo varie modalità, a partire dall’immissione sul mercato fino alle finalità perseguite. Risulta meno soddisfacente la divisione tradizionale in futures, opzioni e swap, cioè concentrandosi esclusivamente sugli aspetti formali dei contratti, perché si darebbe meno risalto alla funzione principale perseguita dai derivati creditizi, cioè il trasferimento del rischio di credito.

Come detto precedentemente, la suddivisione può essere effettuata anche in base al criterio dell’entrata sul mercato, infatti nel corso del tempo le strutture di questa tipologia di contratti hanno subito continue evoluzioni. L’ingegneria finanziaria ha creato una seconda generazione di derivati creditizi che, sostanzialmente, sono l’applicazione in particolari casi specifici dei prodotti della prima generazione “plain vanilla”¹³¹.

¹³⁰ O’Kane (2008)

¹³¹ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

2.4.1 Credit default products (swap o opzioni)

Sono strumenti che possono essere assimilati, per lo scopo perseguito, alle polizze assicurative; attraverso il pagamento di un premio gli operatori finanziari si proteggono dal rischio di credito trasferendolo ad altri soggetti¹³².

Nelle credit default option il venditore di protezione in cambio del pagamento di un premio da parte del compratore di protezione, è disposto ad assumersi il rischio di credito relativo a un determinato reference entity.

Per la natura di questo tipo di opzione e per la finalità di protezione, vengono maggiormente utilizzate le opzioni di tipo put (credit default put): dove l'acquirente della protezione, attraverso il pagamento di un premio a favore del venditore di protezione, può proteggersi dal rischio di credito derivante dal fallimento del debitore nel caso in cui si verifichi il credit event.

Infatti, in caso di credit event (default del reference entity) il venditore di protezione è obbligato ad effettuare un pagamento (default payment) o ad acquistare il titolo di debito, a seconda del tipo di settlement che è stato stabilito al momento della stipula del contratto.

Nella prima fattispecie la modalità di pagamento è del tipo cash settlement, il pagamento può essere fissato anticipatamente alla momento della stipula del contratto derivato (binary payout), oppure può essere determinato dalla differenza tra il valore iniziale dell'attività finanziaria e il valore di mercato dopo il default (cash settlement)¹³³.

Nel caso di physical settlement, il venditore di protezione è obbligato ad acquistare l'attività finanziaria di riferimento ad un prezzo stabilito inizialmente; la perdita per il venditore di protezione è dovuta al fatto che il prezzo d'acquisto è maggiore rispetto al valore di mercato del titolo al momento del default¹³⁴.

I credit default options possono essere utilizzati anche per monetizzare una credit view, cioè un'aspettativa sul realizzarsi di un certo credit event riferito a un determinato reference entity. Questo può essere il caso in cui l'acquirente di

¹³² Zullo (1999)

¹³³ Leone, Boido (2004); Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹³⁴ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

protezione non posseda materialmente l'attività finanziaria di riferimento del contratto derivato, ma miri ad ottenere un guadagno dalla propria aspettativa sul fallimento dell'emittente del titolo¹³⁵.

Sostanzialmente le finalità per cui il compratore di protezione entra nel contratto derivato sono due: la prima è per proteggersi dal rischio di credito assunto nel possedere un'esposizione finanziaria nei confronti di un debitore; la seconda è di effettuare un investimento per ottenere un guadagno sulle proprie aspettative di default nei confronti di un determinato reference entity (in tal caso può anche non esserci il possesso materiale del titolo di debito). Invece il venditore di protezione entra in questo tipo di operazioni per ottenere il premio pagato dalla controparte, in modo da monetizzare la propria credit view sul merito di credito del debitore.

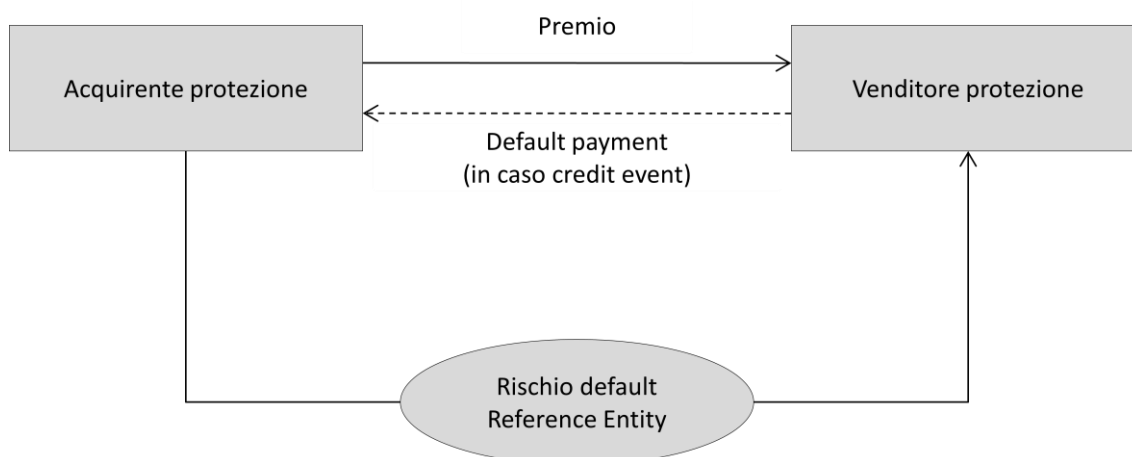


Figura 2.1 - Esempio di credit default put. Fonte: Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

Accanto alle “classiche” finalità spiegate precedentemente, questo tipo di contratti sono sempre più spesso utilizzati per una migliore allocazione del capitale economico a disposizione delle banche¹³⁶. Attraverso l'utilizzo dei contratti derivati le banche riescono a ridurre notevolmente il capitale assorbito esercitando l'attività di erogazione del credito. Per il venditore di protezione la riduzione dipende dall'ambito regolamentare in cui opera e dalla possibilità di inserire le credit default put nel banking book o nel trading book. Mentre l'acquirente di protezione con questa tipologia di strumenti riesce a ridurre la

¹³⁵ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹³⁶ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

quantità di capitale necessaria per rispettare il coefficiente patrimoniale stabilito dal Comitato di Basilea.

L'entità del premio che spetta al venditore della protezione in cambio dell'assunzione del rischio di credito deve essere determinato in funzione dei seguenti elementi¹³⁷:

- il merito creditizio del reference entity e del venditore di protezione;
- le probabilità d'insolvenza sia dell'emittente del titolo di riferimento, che del venditore della protezione;
- il credit spread applicato al titolo di riferimento del contratto;
- la durata del contratto derivato;
- la correlazione tra il titolo di riferimento e la controparte del contratto derivato; infatti, risulterebbe non sensato coprirsi dal rischio di default dell'emittente, entrando in un credit default put con una controparte sottoposta a rischi sistemici simili al reference entity.

Oltre ai credit default options si possono individuare sul mercato anche i credit default swaps nei quali, a differenza delle opzioni, in caso di realizzazione del credit event il pagamento da parte del venditore di protezione scatta automaticamente, senza dover attendere che sia l'acquirente della protezione a esercitare il suo diritto.

Altra differenza è data dal fatto che nei credit default swaps i pagamenti sono periodici e non in unica soluzione come per le opzioni; infatti, è possibile individuare:

- il protection leg: che sarebbe il pagamento che il venditore della protezione effettua a favore della controparte quando si realizza l'evento creditizio;
- il premium leg: cioè la serie di pagamenti effettuati dal compratore della protezione per assicurarsi la copertura verso il rischio di credito.

I contratti standardizzati solitamente prevedono che i pagamenti del "premium leg" siano con cadenza trimestrale, determinati usando la convenzione

¹³⁷ Leone, Boido (2004)

actual/360, cioè giorni effettivi (del trimestre) su 360 giorni (annuali). Quindi il premio del credit default swaps è dato da:

$$S * \frac{\text{Giorni effettivi}}{360}$$

dove S indica il credit default swaps spread¹³⁸.

Si può dimostrare che sotto determinate assunzioni si può individuare una relazione tra il default swap spread e lo spread su un'obbligazione a tasso variabile emessa dal medesimo reference entity del contratto derivato.

Per dimostrarla si consideri la seguente strategia dal lato del compratore di protezione¹³⁹. L'investitore per coprire i pagamenti derivanti dal credit default swaps, acquista un'obbligazione a tasso variabile, con la stessa scadenza della protezione, che paga una cedola pari al tasso Libor + F e il suo default è legato al fallimento del reference entity del contratto derivato.

L'acquisto dell'obbligazione viene finanziato mediante un prestito a un tasso pari a Libor + B che dipende dal merito di credito dell'investitore. Inoltre si assume, per semplicità, che le date del pagamento delle cedole del titolo e quelle del pagamento del premio del credit default swaps siano coincidenti.

Gli scenari finali possibili sono due:

- non si realizza il credit event; la copertura giunge a scadenza e l'investitore ottiene il rimborso del valore nominale dell'obbligazione, con il quale chiude il finanziamento;
- si concretizza l'evento creditizio; il compratore di protezione consegna il titolo al venditore e riceve il pagamento derivante dalla protezione mediante il default swaps, che utilizza per rimborsare il finanziamento.

¹³⁸ "Il credit default swaps spread è dato dal rapporto tra il pagamento su base annua effettuato dal compratore della protezione e il capitale nozionale del credit default swaps" (Hull (2009)). Le maggiori banche internazionali quotano i credit default swaps spread denaro e lettera a cui sono disposti a comprare e vendere protezione su determinati titoli (market makers).

¹³⁹ Leone, Boido (2004); O'Kane (2008)

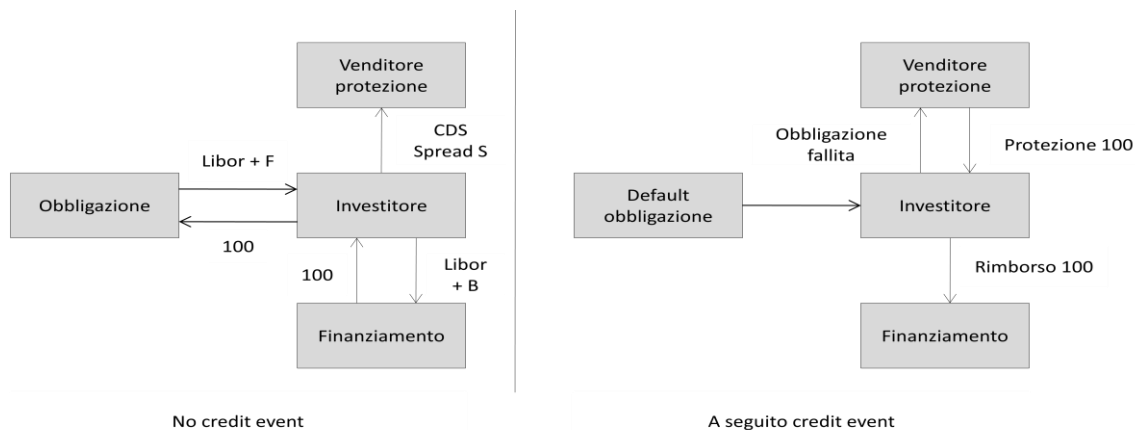


Figura 2.212 - Esempio relazione CDS spread e spread obbligazione. Fonte: O’Kane (2008)

Dato che questa strategia risulta essere priva di rischio e senza costi iniziali per l’investitore, e ipotizzando che non ci sia possibilità di arbitraggio, risulta chiara la relazione tra il default swap spread e lo spread su un’obbligazione, data da¹⁴⁰:

$$CDS\ spread\ (S) = Spread\ obbligazione\ (F) - Spread\ finanziamento\ (B)$$

Come detto precedentemente, ci sono diverse ipotesi alla base di tale relazione, che se venissero meno la renderebbero imperfetta. Infatti non sono stati considerati i costi di transazione e l’effetto dell’imposizione fiscale, inoltre, si assume che non ci sia la possibilità di effettuare arbitraggi e che il titolo e il derivato abbiano la stessa scadenza e le stesse date di pagamento. Nonostante ciò, con questo esempio si ha un’idea della relazione tra lo spread del default swap e i tassi di rendimento delle obbligazioni.

2.4.2 Credit spread products

Questa tipologia di contratti derivati è stato ideato per proteggere la parte acquirente della protezione dal peggioramento della qualità creditizia dell’emittente dell’attività finanziaria di riferimento; infatti il sottostante è l’andamento dello spread creditizio dei titoli emessi dal reference entity¹⁴¹.

Anche per questa categoria di derivati creditizi si possono trovare opzioni e swaps, e strumenti che assumono una struttura più complessa come le opzioni su asset swaps. Il payoff di questi strumenti è legato al deterioramento del merito di

¹⁴⁰ O’Kane (2008)

¹⁴¹ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

credito dell'emittente rispetto al merito creditizio dello stesso alla data della stipula del contratto.

Partendo dalle opzioni, a differenza delle credit default options, per le credit spread options il diritto di esercitarle per l'acquirente della protezione, non sorge esclusivamente a seguito del default dell'emittente, ma è sufficiente che si realizzi un allargamento degli spread creditizi (spread widening) a causa del deterioramento della qualità creditizia del reference entity¹⁴².

Quindi per questa tipologia di strumenti il reale rischio, da cui l'acquirente di protezione cerca di coprirsi entrando nel contratto derivato attraverso il pagamento di un premio, è il peggioramento del merito di credito dell'emittente e non semplicemente il realizzarsi del fallimento.

Nel caso in cui l'opzione venga esercitata, scatta per il venditore di protezione l'obbligo di effettuare a favore della controparte il pagamento dato dalla differenza tra lo strike spread, determinato al momento della stipula del contratto, e lo spread in essere alla data di esercizio dell'opzione.

Anche per questi strumenti il pagamento può essere di tipo physical settlement o cash settlement. Nel primo caso per il venditore (put writer nel caso in cui l'opzione sia una put) sorge l'obbligo di acquistare dal compratore della protezione il titolo al prezzo corrispondente allo spread creditizio stabilito alla stipula del contratto (strike spread). In questo caso, per il venditore, la perdita è data dal fatto che l'acquisto dell'attività finanziaria avviene ad un prezzo maggiore rispetto al valore di mercato del titolo al momento dell'esercizio dell'opzione, quindi la perdita subita è pari alla differenza tra i due valori.

Mentre se la tipologia di pagamento prevista dal contratto derivato è cash settlement, il put writer dovrà pagare alla controparte una somma pari alla differenza tra lo strike spread e lo spread rilevato alla data di esercizio dell'opzione.

¹⁴² Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

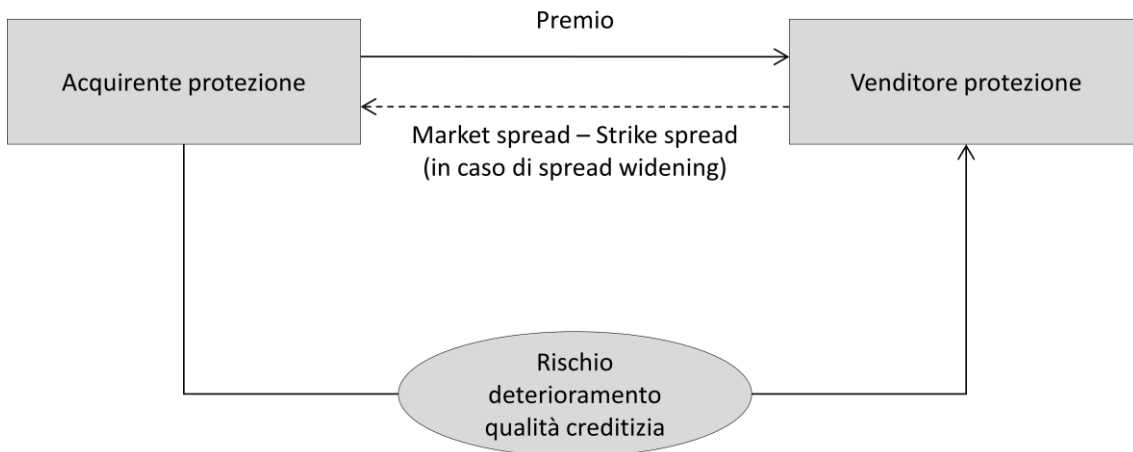


Figura 2.3 - Esempio di credit spread put. Fonte: Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

Oltre ad avere una funzione di copertura per l'acquirente dal peggioramento della qualità creditizia del reference entity, le credit spread options possono essere utilizzate per altri scopi: gli investitori possono essere interessati a "scommettere" sul deterioramento del merito di credito della controparte per ottenere un profitto dalle credit spread put, oppure possono cercare di ottenere un guadagno da una credit view sul miglioramento della qualità creditizia dell'emittente (credit spread call)¹⁴³.

Nelle credit spread call l'acquirente entra in una posizione lunga rispetto al rischio di credito, dunque si aspetta che nel corso della durata del contratto ci sia un miglioramento del merito di credito del reference entity, con conseguente restringimento dello spread creditizio (spread tightening). Se realmente si realizza l'evento di spread tightening, l'acquirente della call esercitando l'opzione può acquistare dal venditore della call l'attività finanziaria di riferimento del contratto derivato. L'acquisto avviene al prezzo che corrisponde allo strike spread stabilito per contratto, che risulterà essere inferiore al valore di mercato del titolo al momento dell'esercizio dell'opzione.

I credit spread swaps possono essere pensati come un portafoglio di credit spread forward; la logica sottostante è assimilabile a quella dei contratti forward rate agreements (FRA), in quanto le parti scommettono su views differenti

¹⁴³ Caputo Nasseti, Fabbri (2000); Leone, Boido (2004)

riguardo all'andamento dello spread creditizio lungo l'arco temporale del contratto¹⁴⁴.

L'acquirente pensa che nel periodo di validità del contratto ci sarà un deterioramento della qualità creditizia del reference entity, con conseguente spread widening; all'opposto il venditore ha una view di spread tightening sulla medesima attività finanziaria. Quindi in caso di allargamento dello spread creditizio, l'acquirente della protezione riceve la differenza tra lo spread applicato dal mercato e lo strike spread, invece in caso di restringimento dello spread creditizio, sarà il venditore di protezione a ricevere dalla controparte la differenza positiva tra lo strike spread e lo spread di mercato.

Infine le opzioni su asset swaps sono derivati che assumono una struttura più complessa rispetto ai credit spread options e ai credit spread swaps. Questa tipologia di strumenti permette di acquistare/vendere un asset swap package, cioè un'operazione finanziaria che prevede la stipula di due contratti: il primo riguarda l'acquisto di un determinato titolo, il secondo contratto prevede il contestuale swap di interessi¹⁴⁵.

Nel nostro caso specifico il contratto è un'opzione put per il quale il venditore di protezione (put writer), nel caso in cui l'opzione venga esercitata a causa di un incremento dello spread creditizio, è obbligato ad acquistare dalla controparte (put buyer) un titolo emesso dal reference entity al prezzo relativo allo strike spread stabilito contrattualmente.

Successivamente le due parti entrano in un asset swap in cui il put writer paga al compratore della protezione i cash flow legati al titolo acquistato a seguito dell'opzione put, ricevendo in cambio un tasso variabile che solitamente coincide con il Libor maggiorato/diminuito di un certo spread.

2.4.3 Total rate of return swap

Il total rate of return swaps prevede che l'acquirente della protezione (total return payer) e il venditore (total return receiver), si scambino dei pagamenti periodici derivanti dai cash flow complessivo dell'attività di riferimento (reference

¹⁴⁴ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹⁴⁵ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

obligation), contro un tasso variabile (solitamente il Libor) maggiorato/diminuito di uno spread, applicato al nozionale del contratto. Le attività finanziarie sottostanti possono essere: titoli obbligazionari, finanziamenti, indici azionari o indici rappresentanti un settore del mercato obbligazionario¹⁴⁶.

Quindi in corrispondenza delle date di pagamento stabilite contrattualmente le controparti si scambiano i relativi flussi di cassa, inoltre a scadenza (o anche ad ogni scadenza intermedia se previsto dal contratto) avviene il repricing del titolo di riferimento: nel caso in cui si sia realizzato un deprezzamento, il total return payer riceve da parte del total return receiver una somma data dalla differenza tra il valore iniziale dell'attività finanziaria e il valore di mercato al momento del repricing; al contrario, se si ha un apprezzamento del reference obligation sarà il total return payer a versare alla controparte una somma pari all'apprezzamento del titolo.

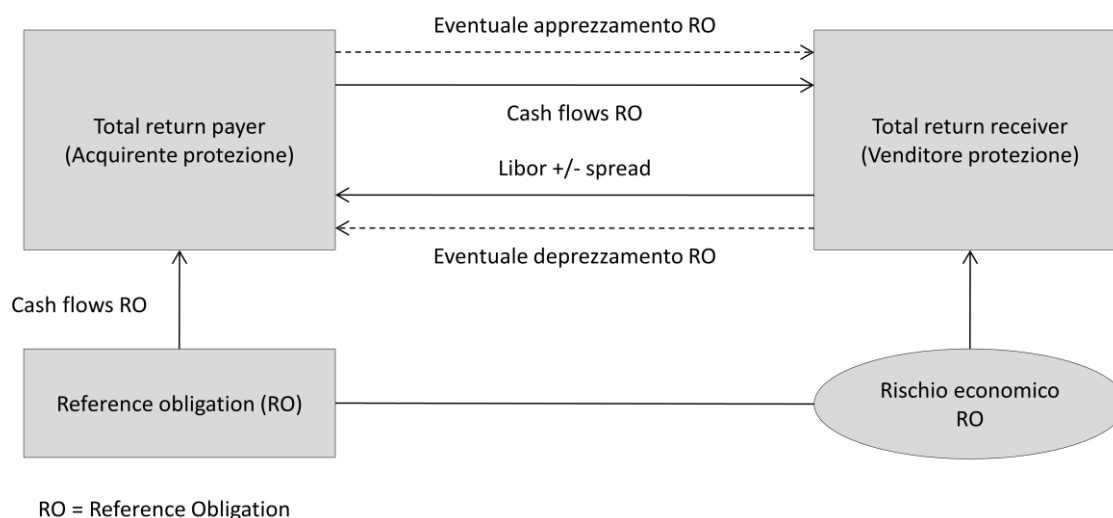


Figura 2.4 - Esempio di total of return swap. Fonte: Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

Per poter determinare il valore al momento del repricing è preferibile che l'attività finanziaria abbia un mercato secondario sufficientemente liquido, così da poter facilmente individuare il valore di mercato del titolo. Quando non è possibile ottenere il valore di mercato per la scarsa liquidità del titolo, il compito di fornire periodicamente delle quotazioni per l'attività finanziaria viene affidato a un gruppo di dealers, che solitamente sono le maggiori banche d'investimento, o si fa

¹⁴⁶ Leone, Boido (2004); Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004)

ricorso a particolari indici di riferimento (un esempio di indice è il Quarterly Bankruptcy Index che misura i fallimenti delle persone fisiche negli USA, correlato con le perdite subite dalle società emittenti carte di credito)¹⁴⁷.

Ci sono diverse modalità per ottenere il valore del titolo di riferimento: si può ricorrere alla media delle quotazioni offerte dai dealers, o prendere come riferimento il prezzo di vendita effettivo che riesce ad ottenere il total return payer. Adottando il prezzo effettivo di vendita si evita per il total return payer una perdita derivante dall'illiquidità del titolo, infatti con questa modalità di repricing si elimina il rischio di illiquidità che potrebbe causare una quotazione effettiva dell'attività finanziaria diversa dal prezzo di vendita concretamente ottenibile.

Come per tutti i derivati creditizi, il rischio di credito relativo all'emittente del titolo di riferimento del total rate of return swap passa dall'acquirente al venditore della protezione, che ne riceve in cambio i cash flows. Quindi attraverso il total rate of return swap si ha il trasferimento dell'esposizione economica del titolo di riferimento, non un vero passaggio di proprietà, che rimane del total return payer¹⁴⁸.

Si osservi che con questa tipologia di derivato il total return receiver non assume esclusivamente il rischio di credito legato al reference entity, ma deve sopportare anche il rischio di mercato relativo alla reference obligation. Infatti, le variazioni dei tassi di mercato possono causare una perdita per il total return receiver, svincolata dalla perdita causata da un allargamento dello spread creditizio; "i cash flows a favore dell'acquirente della protezione sono, infatti, costituiti da un indice (Libor) che tiene conto delle variazioni dei tassi di mercato, mentre quelli destinati al venditore della protezione sono fissati all'inizio del contratto e subiscono in pieno, quindi, questo tipo di rischio"¹⁴⁹.

Un vantaggio fondamentale che questo tipo di strumento offre al compratore di protezione, nel caso sia una banca commerciale, è dato dalla possibilità di non interrompere le relazioni con i prenditori di fondi e contemporaneamente riuscire a trasferire il rischio di credito, garantendosi la possibilità di una diversificazione

¹⁴⁷ Zullo (1999)

¹⁴⁸ Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004)

¹⁴⁹ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

del proprio portafoglio. In questo modo è possibile ridurre il rischio complessivo del portafoglio creditizio attraverso la riduzione dei rischi legati alle singole esposizioni (cioè il rischio diversificabile), con la conseguente possibilità di applicare ai prenditori dei fondi dei tassi minori¹⁵⁰.

Inoltre il total return swap offre una maggiore protezione rispetto al credit default swap. Infatti, con un default swap il compratore di protezione risulta essere coperto esclusivamente dal fallimento del reference entity, mentre con il total return swap la protezione viene estesa anche al caso in cui il titolo di riferimento subisca una riduzione del suo valore¹⁵¹.

Dal punto di vista del venditore della protezione, l'entrata in questo tipo di operazioni rende possibile costruire sinteticamente l'esposizione verso un particolare reference entity, senza che sia necessario effettuare l'acquisto diretto dell'attività di riferimento; in questo modo è possibile evitare l'esborso iniziale per l'acquisizione del titolo e i costi di transazione annessi. Attraverso il total return swap, il venditore di protezione può riuscire a costruire la stessa esposizione economica che si avrebbe attraverso il possesso di un portafoglio diversificato di attività, mediante un'unica operazione di swap, riducendo notevolmente i costi da sostenere¹⁵².

Ci sono varie modalità e strategie d'utilizzo di questo derivato; per esempio, il venditore di protezione prima di entrare in un total rate of return swap, potrebbe vendere al compratore della protezione la reference obligation, e successivamente stipulare il contratto derivato. In questo modo il total return receiver dal punto di vista del rischio creditizio continua a detenere la stessa posizione nel caso in cui fosse il titolare diretto della reference obligation, infatti continua a ricevere i cash flow derivanti dal titolo e continua ad avere un guadagno nel caso in cui ci sia un eventuale apprezzamento. Ma a differenza dell'acquisto diretto del titolo di riferimento del derivato, nel tipo di operazione appena descritto il venditore di protezione ha la possibilità di adoperare la liquidità derivante dalla vendita del titolo di riferimento al compratore di protezione, e alla

¹⁵⁰ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹⁵¹ Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004)

¹⁵² Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004)

scadenza del credit derivative, il venditore della protezione tornerebbe ad acquistare la reference obligation precedentemente venduta¹⁵³.

Infine, come per gli altri derivati visti in precedenza, anche il total rate of return swaps viene utilizzato per una migliore allocazione del capitale e per rispettare gli indici patrimoniali imposti dalle autorità di vigilanza.

In sostanza il total rate of return swap risulta essere un derivato creditizio che presenta diversi vantaggi¹⁵⁴:

- consente di gestire il rischio di credito legato alle attività di riferimento del contratto derivato;
- permette una migliore allocazione del capitale e il rispetto degli indici patrimoniali previsti dalle autorità di vigilanza;
- rende possibile l'assunzione di posizioni sul mercato del credito anche agli intermediari finanziari che non ne hanno la possibilità (assicurazioni, fondi investimento);
- permette di trasferire il rischio di credito ad altri soggetti senza dover interrompere il rapporto con i propri prenditori dei fondi.

2.4.4 Credit linked notes

Questa tipologia di derivati strutturati è rappresentato da titoli per i quali il pagamento degli interessi e del capitale dipende dalla mancata realizzazione di un certo credit event relativo al reference entity; solitamente nell'eventualità in cui si realizzi concretamente l'evento creditizio si ha l'estinzione anticipata del contratto derivato¹⁵⁵.

L'emittente delle credit linked notes può essere una banca o uno special purpose vehicle (SPV), cioè un soggetto appositamente costituito per l'operazione finanziaria; in questo caso gli investitori non sono soggetti al rischio di credito legato al SPV. Nel caso in cui l'emittente delle notes sia una banca (o un soggetto di natura diversa dallo SPV), gli investitori in questa tipologia di strumenti

¹⁵³ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹⁵⁴ Leone, Boido (2004)

¹⁵⁵ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

sopportano oltre al rischio di credito del reference entity anche quello relativo all'emittente delle notes (legato alla capacità di rimborso della banca emittente)¹⁵⁶.

La particolarità di questo strumento è data dal fatto che il rimborso del capitale e degli interessi è legata al merito di credito del reference entity, ma in questo caso il credit event può essere visto come un indice di deterioramento della qualità creditizia del reference entity e nel caso si realizzi concretamente comporta la riduzione del capitale restituito agli investitori rispetto a quanto previsto¹⁵⁷.

Quindi gli investitori nelle notes possono essere assimilati a dei venditori di protezione in una credit default put, la quale ha come sottostante la qualità creditizia del reference entity a cui è legato il valore che verrà rimborsato agli investitori.

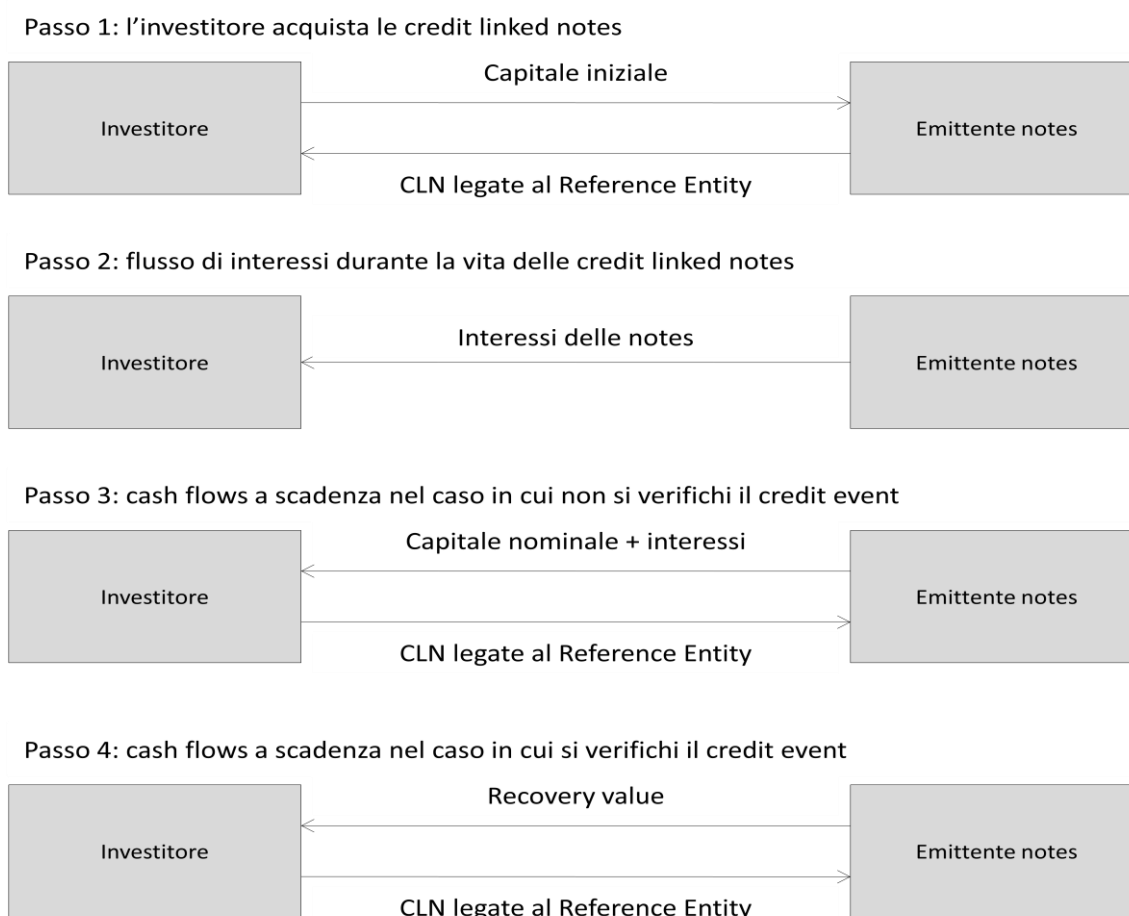


Figura 2.5 - Cash flow relativi alle credit linked note. Fonte: Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹⁵⁶ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹⁵⁷ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

L'emissione delle credit linked notes generalmente si inserisce in un contesto più complicato, che prevede l'emissione di titoli a garanzia dell'intera operazione e la stipula di un ulteriore contratto derivato (credit default put o credit default swap)¹⁵⁸.

Per queste operazioni più strutturate è previsto generalmente il coinvolgimento di quattro soggetti¹⁵⁹:

- l'emittente delle notes, che abbiamo visto può essere uno SPV o una banca;
- gli investitori sottoscrittori delle credit linked notes, che assumono il ruolo di venditori di protezione;
- l'acquirente della protezione del secondo contratto derivato stipulato con l'emittente delle notes;
- l'emittente dei titoli costituiti a garanzia dell'intera operazione.

L'operazione prevede che lo SPV, attraverso l'emissione delle notes collocate presso gli investitori, ottenga i finanziamenti necessari per poter procedere all'acquisto dei titoli emessi in garanzia dell'operazione, in questo modo riceve i cash flow generati da questi ultimi.

Per poter ottenere i fondi necessari per pagare gli interessi a favore degli investitori, lo SPV entra in una credit default put di pari durata delle credit linked notes come venditore di protezione, in modo da poter ottenere il premio versato dal compratore di protezione. Il reference entity a cui è legato il secondo derivato (credit default put) coincide con quello della credit linked notes; un'alternativa che potrebbe scegliere di seguire lo SPV è di acquistare un titolo obbligazionario con una scadenza maggiore rispetto alla credit linked notes e sfruttare gli interessi percepiti per remunerare gli investitori della credit linked notes¹⁶⁰.

¹⁵⁸ Caputo Nasseti, Fabbri (2000); Leone, Boido (2004); Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004)

¹⁵⁹ Leone, Boido (2004); Zullo (1999)

¹⁶⁰ Caputo Nasseti, Fabbri (2000); Leone, Boido (2004); Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004)

Alla scadenza della credit linked note possono realizzarsi due distinte situazioni¹⁶¹:

- il credit event non si è manifestato: in questo caso gli investitori ricevono gli interessi e il rimborso del capitale. Sostanzialmente gli investitori ricevono i flussi tipici di una normale obbligazione, cioè le cedole periodiche alle diverse scadenze previste contrattualmente e il rimborso del valore nominale corrispondente all'obbligazione, ma di importo maggiore;
- nel caso in cui il credit event si realizzi concretamente, i titoli costituiti a garanzia vengono liquidati e gli investitori subiscono una perdita data dalla differenza tra il valore nominale dell'investimento e il valore a cui è venduto il titolo di riferimento del credit linked notes successivamente al credit event. La perdita sostenuta dagli investitori sarà utilizzata per poter rimborsare i compratori della protezione della credit default put che eserciteranno l'opzione. Nel caso in cui il reference entity fallisse e i titoli emessi in garanzia venissero venduti a un valore inferiore rispetto al valore di inizio operazione, anche questa perdita sarebbe sostenuta dagli investitori della credit linked note.

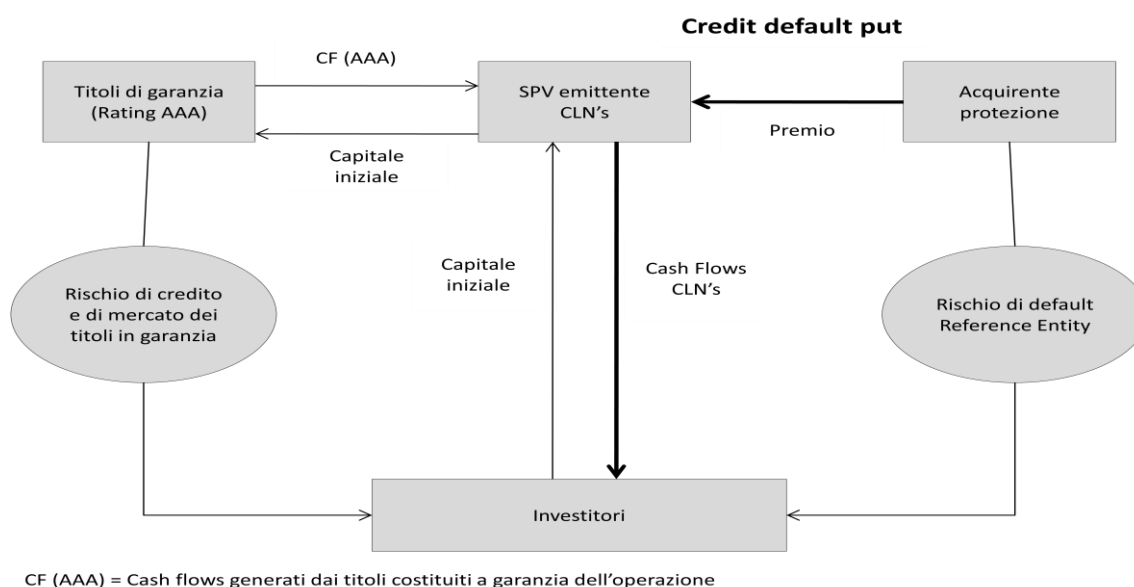


Figura 2.6 - Esempio di credit linked note. Fonte: Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹⁶¹ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

In definitiva, gli investitori si assumono sia il rischio di credito legato al reference entity che il rischio economico (inteso come rischio di credito e rischio di mercato) derivante dai titoli costituiti in garanzia, anche se questi ultimi solitamente godono di un rating elevato. Nel caso in cui l'emittente delle credit linked notes non sia uno SPV, gli investitori sopportano, al posto del rischio economico legato ai titoli posti in garanzia, il rischio relativo alla capacità di rimborso del soggetto emittente. In cambio dei rischi sostenuti, gli investitori ricevono una remunerazione superiore al rendimento atteso da una normale obbligazione emessa dallo stesso reference entity¹⁶².

Per quanto riguarda l'emittente delle credit linked notes, il rischio sostenuto derivante dall'operazione è marginale, perché in caso si manifesti il credit event il costo derivante dal pagamento a favore del compratore della protezione della put viene sostenuto interamente dagli investitori nelle credit linked notes.

2.4.5 Basket products

I basket products sono derivati nei quali il sottostante è composto da più attività con diverso merito creditizio, cioè si avrà la presenza di più reference entity con differenti qualità creditizie¹⁶³.

Questi contratti possono essere stipulati sotto forma di una qualsiasi delle tipologie di derivati analizzate finora; solitamente i più diffusi sono i contratti che assumono le caratteristiche delle credit linked notes e dei credit default products.

L'elemento chiave che ha portato alla creazione e alla diffusione dei basket products è dato dal fatto che "questi contratti tendono ad accentuare il grado di leverage dei derivati creditizi, anche se il valore nominale è riferito a più contratti la perdita è limitata a una singola attività all'interno del portafoglio. Le parti hanno vantaggi reciproci: il buyer corrisponde un premio ridotto rispetto a quello di singoli contratti di credit derivative, il seller ottiene un rendimento appetibile, senza alterare il profilo di rischio."¹⁶⁴

¹⁶² Caputo Nasseti, Fabbri (2000); Leone, Boido (2004)

¹⁶³ Leone, Boido (2004)

¹⁶⁴ Leone, Boido (2004)

Una tipologia di basket products sono le basket credit default swaps o options, che permettono all'acquirente della protezione di tutelarsi dai rischi derivanti da un paniere di crediti.

Possono essere di due diversi tipi: le first to default o le green bottle. La prima tipologia prevede che al momento del primo default il contratto si estingua; il venditore della protezione deve proseguire con il pagamento a favore della controparte di una somma data dalla differenza tra il valore iniziale dell'attività emessa dal reference entity fallito e il recovery value¹⁶⁵.

Come detto prima, una volta che si è concretizzato il credit event relativamente ad un titolo di quelli rientranti nel basket, il contratto cessa di esistere e il venditore di protezione non ha più nessun obbligo nei confronti del compratore della protezione per quanto riguarda le altre attività del basket. Ne consegue che sarebbe opportuno per il buyer che il basket fosse composto da attività con bassa correlazione, per non incorre in default multipli e rimanere senza protezione per i default successivi al primo¹⁶⁶.

Invece la tipologia detta green bottle prevede che una volta realizzato l'evento creditizio relativo a un reference entity, il contratto non venga estinto ma che si abbia la riduzione dell'ammontare del contratto di un importo pari alla perdita dovuta al credit event. In questo caso il contratto continua a rimanere valido con l'ammontare ridotto con riferimento agli altri reference entity compresi nel basket¹⁶⁷.

Prendendo ad esempio un basket product avente importo nominale pari a 10 milioni di euro e supponendo che la perdita totale a seguito della realizzazione dell'evento creditizio sia pari a 4 milioni di euro, si avrà che il contratto prosegue per l'ammontare nominale pari a 6 milioni di euro. Nel caso si verifichi un secondo default prima della scadenza temporale prevista dal contratto, relativamente ad un

¹⁶⁵ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹⁶⁶ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹⁶⁷ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

altro reference entity, si realizzerà un'ulteriore riduzione dell'ammontare nominale fino all'azzeramento o alla scadenza del derivato¹⁶⁸.

Per proteggersi da variazioni degli spread creditizi è possibile utilizzare i basket credit spread options, dove il compratore della protezione pagando il premio a favore della controparte si assicura dal primo allargamento dello spread che si verifica tra i vari titoli inclusi nel basket. Anche in questo caso, successivamente al verificarsi dell'evento, il contratto cessa di esistere e viene meno la protezione verso gli altri titoli del portafoglio.

L'utilità delle basket options per il compratore della protezione sta nel riuscire ad ottenere la copertura ad un costo minore. Nel caso in cui il buyer abbia esposizioni nei confronti dei reference entity rientranti nel basket, può risultare più conveniente utilizzare i basket products, piuttosto che stipulare una serie di contratti derivati per ogni singola esposizione¹⁶⁹.

La convenienza nell'effettuare la copertura mediante basket product, al posto di singoli credit derivatives per le varie esposizioni, dipende dal grado di correlazione esistente tra le diverse attività presenti nel basket. Il grado di correlazione è una determinante fondamentale per la definizione del premio da pagare per poter ottenere la protezione mediante le basket options¹⁷⁰.

Infine, sviluppati successivamente rispetto agli strumenti analizzati fin ora, l'ingegneria finanziaria ha creato gli index swaps. Questi derivati, sostanzialmente, operano come i total return swap, la differenza è data dal sottostante che nel caso degli index swaps è dato da un indice obbligazionario. Il compratore e il venditore si scambieranno la differenza tra un tasso variabile (Libor più spread) e la quotazione dell'indice di riferimento¹⁷¹.

¹⁶⁸ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹⁶⁹ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹⁷⁰ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹⁷¹ Leone, Boido (2004)

Durante lo swap

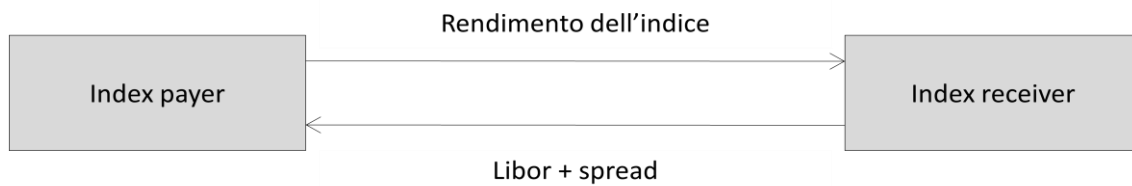


Figura 2.7 - Esempio di index swap. Fonte: Leone, Boido (2004)

Anche in questo caso si preferisce l'utilizzo di questo strumento perché il costo derivante dall'acquisto sul mercato delle singole esposizioni risulterebbe maggiore rispetto a quello dell'index swap. Attraverso l'index swap gli operatori possono effettuare una diversificazione del proprio portafoglio, utilizzando meno liquidità e senza dover sopportare i costi di acquisto e di transazione delle singole attività.

2.4.6 Altri derivati creditizi

Con il crescere nel tempo dell'utilizzo dei derivati creditizi, con conseguente incremento della liquidità, l'ingegneria finanziaria ha dato vita a strumenti che hanno profili di rischio-rendimento sempre più complicati. Di seguito si riporta un breve elenco di alcune tipologie di strumenti derivati recenti e delle caratteristiche principali che li distinguono da quelli esaminati finora¹⁷²:

- one o zero notes; sono titoli che per la loro rischiosità sono venduti con un forte sconto rispetto al valore facciale. Sono caratterizzati da un payoff binario, nel senso che se prima della scadenza si verifica un credit event per uno dei titoli rientranti nel paniere di riferimento del derivato, l'investitore perderà interamente il suo capitale. Nel caso in cui l'evento creditizio non si realizzi, avverrà il rimborso alla pari;
- fixed rate bond options: sono opzioni che hanno per sottostante il prezzo di un'attività finanziaria a reddito fisso. Questi derivati sono considerati di natura ibrida, in quanto hanno caratteristiche comuni sia con i derivati creditizi sia con quelli su tassi d'interesse. La peculiarità principale di questo derivato è che consente al compratore

¹⁷² Zullo (1999)

della protezione di coprirsi sia dal rischio di credito che dal rischio di mercato;

- **dynamic credit swaps:** sono dei credit swaps che si differenziano dagli altri per il fatto che il nozionale non è fisso. Il compratore di protezione, nel caso in cui si realizzi l'evento creditizio, ottiene un pagamento che dipende dal valore di mercato di uno strumento finanziario contrattualmente stabilito;
- **downgrade options:** sono analoghi alle credit default option, ma hanno come evento creditizio, che fa sorgere il diritto di esercizio da parte del compratore, il declassamento del rating dell'attività sottostante;
- **substitution options:** consentono di esercitare il diritto di scambiare tra le parti due attività finanziarie, contrattualmente stabilite, nel momento in cui si realizzi il credit event;
- **currency inconvertibility agreements:** questi derivati sono stati concepiti per coprirsi dal rischio paese a cui sono esposti gli investimenti esteri. In particolare l'evento creditizio che obbliga il venditore a effettuare il pagamento a favore della controparte è dato dalla dichiarazione di inconvertibilità della propria valuta da parte del paese specificato nel contratto.

CAPITOLO III

MODELLI DI PRICING

3.1 Introduzione

A partire dagli anni novanta l'interesse creatosi per il rischio di credito, sia da parte degli operatori di mercato che da parte del mondo accademico, ha portato alla creazione di diverse tecniche di mitigazione di tale rischio, tra cui i derivati creditizi. A partire da quel periodo sono stati sviluppati diversi lavori incentrati nella possibilità di stimare il fair price di un derivato creditizio; compito che risulta essere complicato, in quanto, ogni modello presenta una serie di vantaggi e svantaggi, che non portano all'individuazione di una metodologia unica sufficientemente generalizzata.

Quindi, nonostante ci sia una certa univocità sugli elementi necessari per riuscire a determinare il prezzo di questi strumenti finanziari, cioè una distribuzione di probabilità degli eventi creditizi, il tasso di recupero e il tasso privo di rischio, dal punto di vista dei modelli esiste un'ampia varietà di proposte che si differenziano tra di loro.

Ovviamente i lavori teorici dedicati al pricing dei derivati creditizi spesso vanno a sovrapporsi alla modellistica dedicata al rischio di credito, in quanto sono entrambi imperniati nello studio dello stesso fenomeno e delle stesse variabili esplicative. Avendo i derivati creditizi come sottostante la capacità di credito di un determinato soggetto, tutte le problematiche legate alla valutazione del credito si riflettono nelle procedure adottate per assegnare un prezzo ai derivati¹⁷³.

Un aspetto particolarmente complesso riguarda la rarità dell'evento default; i dati raccolti relativi al rischio di credito sono decisamente minori rispetto ai dati disponibili riguardanti il rischio d'interesse¹⁷⁴. Inoltre, riuscire a specificare una procedura che tenga in considerazione tutte le variabili che possono influenzare la solvibilità di un certo soggetto, risulta essere molto complicato. L'evento default ha

¹⁷³ Caputo Nasseti, Fabbri (2000)

¹⁷⁴ Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004)

diverse cause che lo rendono difficile da prevedere; questi fattori di imprevedibilità derivano da aspetti sia microeconomici (riguardanti il singolo soggetto), che macroeconomici (legati allo stato economico in generale)¹⁷⁵.

La distribuzione probabilistica dello stato di default risulta essere contraddistinta da una forte asimmetria; infatti, pur risultando essere un evento raro, il default, porta a perdite consistenti. A causa di tale asimmetria risulta impraticabile la possibilità di utilizzare le più note misure gaussiane¹⁷⁶, complicando la trattabilità analitica dell'evento¹⁷⁷.

Non entrando nello specifico di un singolo modello, ma rimanendo in un contesto generico, una metodologia di pricing dei derivati creditizi, a seconda della tipologia del derivato, richiede la determinazione dei futuri cash flow soggetti a incertezza e di una distribuzione delle probabilità relativa ai possibili eventi creditizi futuri. Sostanzialmente una procedura di pricing impone l'individuazione e la ricostruzione dello schema dei payoff e l'identificazione dei fattori di rischio che influiscono sul titolo sottostante.

Il prezzo del derivato viene ottenuto in un contesto di risk-neutral pricing (di cui si tratterà nel prossimo paragrafo), "secondo cui il valore corrente di un flusso di cassa soggetto ad incertezza è pari al valore atteso dei singoli importi, scontati al tasso privo di rischio"¹⁷⁸.

In letteratura si individuano due filoni di approcci di pricing: i modelli strutturali e i modelli in forma ridotta.

I modelli strutturali, le cui origini risalgono ai lavori di Black e Scholes e Merton, si basano sull'evoluzione del valore dell'attivo del soggetto emittente e sulla option pricing theory. Sostanzialmente l'idea di base è che il fallimento della società si realizza nel caso in cui il valore di mercato dell'attivo aziendale, alla

¹⁷⁵ Leone, Boido (2004); Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004)

¹⁷⁶ Le misure gaussiane fanno riferimento alla distribuzione di probabilità normale

¹⁷⁷ Leone, Boido (2004)

¹⁷⁸ Leone, Boido (2004)

scadenza del debito, scende al di sotto del valore contabile del debito aziendale¹⁷⁹(firm-value models).

Un'evoluzione di tali modelli è la sottoclasse dei modelli detti "first passage time models" (introdotti inizialmente da Black e Cox e successivamente studiati, tra gli altri, da Longstaff e Schwartz), che allentano alcune ipotesi semplificative, poste per la realizzazione dei primi modelli studiati, ma che risultano essere non realistiche. Questi modelli prevedono la possibilità che il default avvenga prima della scadenza del debito, nel momento in cui il valore dell'attivo scende al di sotto di un certo livello (o barriera)¹⁸⁰.

Invece i modelli in forma ridotta trattano l'insolvenza come un evento esogeno, cioè modellano direttamente la probabilità di default, senza prendere in considerazione la struttura patrimoniale dell'impresa. Questo approccio ha l'effetto di rendere il default un evento a sorpresa e imprevedibile che può realizzarsi in un qualsiasi momento, di cui si conosce solo la sua probabilità¹⁸¹.

3.2 Risk-neutral pricing

La valutazione neutrale verso il rischio è sicuramente un principio fondamentale per l'analisi dei derivati. Introdotto da Black, Scholes e Merton, questo principio ha semplificato la valutazione dei derivati, rendendo possibile sia la creazione di differenti tipologie di derivati con obiettivi diversi; sia la crescita del mercato grazie alla possibilità di rendere notevolmente meno complessa la procedura di pricing dei derivati.

L'idea di base è che i dealer che emettono i derivati possono coprirsi negoziando direttamente i titoli sottostanti, andando a creare un portafoglio netto costituito sia dai derivati che dai titoli sottostanti e che risulta essere insensibile rispetto all'andamento del mercato; cioè il portafoglio risulta essere privo di rischio. Pertanto, in un mondo neutrale verso il rischio ci si aspetta che il valore del portafoglio cresca in base al tasso d'interesse privo di rischio¹⁸².

¹⁷⁹ Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004); Delzio, Maggiori (2004)

¹⁸⁰ Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004)

¹⁸¹ Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004); Delzio, Maggiori (2004)

¹⁸² O'Kane (2008)

In questo modo il costo dei derivati può essere considerato come il costo di copertura, tenendo conto che l'acquisto dei titoli per effettuare la copertura viene finanziato al tasso di interesse privo di rischio.

In un contesto di neutralità al rischio, si può dimostrare che il valore di un contratto derivato è pari al suo valore atteso a scadenza (in un mondo neutrale verso il rischio), attualizzato al tempo della valutazione in base al tasso privo di rischio¹⁸³. Analiticamente si ha¹⁸⁴:

$$V(0) = E \left[\frac{V(T)}{\beta(T)} \right]$$

dove: $E[x]$ indica il valore atteso in un mondo neutrale verso il rischio; $V(T)$ indica il valore atteso a scadenza e

$$\beta(T) = \exp \left(\int_0^T r(s) ds \right)$$

è il fattore di attualizzazione da T a 0. Il termine $r(s)$ indica il tasso d'interesse a breve composto continuamente.

Il principio del mondo neutrale verso il rischio si basa su alcune assunzioni come: l'assenza dei costi di transazione, l'assenza o l'uguaglianza per tutti i titoli della tassazione, la mancanza del rischio di controparte. Sono tutte assunzioni che nel mondo reale non si verificano. Nonostante questo, se il mercato dell'attività sottostante è sufficientemente liquido, rendendo possibile effettuare transazioni frequenti, la valutazione neutrale verso il rischio funziona sufficientemente bene¹⁸⁵.

3.3 Modelli strutturali

I modelli strutturali identificano la classe delle metodologie per la valutazione dei derivati creditizi, che si basano sull'evoluzione del valore dell'attivo della società emittente del titolo sottostante.

¹⁸³ Hull (2009)

¹⁸⁴ O'Kane (2008)

¹⁸⁵ O'Kane (2008)

Il punto di partenza di questa tipologia di modelli è il lavoro di Merton (1974), che ha avuto l'idea di applicare la teoria dell'option pricing di Black-Scholes (1973), per la valutazione delle esposizioni soggette al rischio di credito (firm value models).

Nel corso degli anni i principi di base dei modelli strutturali sono stati sviluppati, creando nuovi modelli che si differenziano per diversi aspetti. Si crea la sottoclasse di modelli detti "first passage time models", che hanno la loro origine dal lavoro di Black-Cox (1976) i quali considerano la possibilità che il default si realizzi prima della scadenza del debito, quando il valore dell'attivo scende sotto una determinata soglia. Anche questa classe di modelli ha avuto nel tempo diverse evoluzioni; tra queste si tratterà in particolare del modello ideato da Longstaff e Schwartz (1995).

3.3.1 Modello di Merton (Firm value model)

Nel contesto delineato nel modello di Merton, il fallimento dell'impresa viene individuato nel momento in cui il valore di mercato delle attività aziendali è minore del valore contabile del debito. Il modello assume un bilancio patrimoniale dell'impresa molto semplificato, composto da¹⁸⁶:

- il capitale di rischio versato dagli azionisti (E_t);
- il capitale di debito, composto esclusivamente da una obbligazione senza cedola, con valore nominale pari a K e scadenza al tempo T , il cui valore al tempo della valutazione t è indicato da D_t ;
- le attività aziendali A_t .

In ogni momento il valore delle attività aziendali è legato al valore del debito e delle azioni dalla seguente relazione¹⁸⁷:

$$A_t = D_t + E_t$$

cioè il valore dell'attivo aziendale è uguale alla somma tra il valore del debito e il valore delle azioni.

¹⁸⁶ O'Kane (2008); Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004); Leone, Boido (2004)

¹⁸⁷ O'Kane (2008)

Un'assunzione fondamentale che viene fatta nel modello è che l'eventuale fallimento dell'impresa può avvenire esclusivamente alla scadenza del debito (T). Quindi, l'importo che i possessori delle obbligazioni riceveranno a tale data è direttamente collegato al valore che avranno le attività aziendali. Infatti, alla scadenza del debito si possono verificare due scenari¹⁸⁸:

- il caso in cui la dimensione delle attività è sufficiente per il rimborso del debito, di conseguenza gli obbligazionisti sono pienamente ripagati e il valore delle azioni risulta dalla differenza tra il valore dell'attivo e il debito rimborsato:

$$A_T \geq K \rightarrow \begin{cases} E_T = A_T - K \\ D_T = K \end{cases}$$

- il caso in cui il valore dell'attivo non è sufficiente per poter rimborsare pienamente gli obbligazionisti, che possono rifarsi solo sul valore residuale dell'impresa, dato dal valore delle attività. Quindi gli azionisti sono costretti a dichiarare l'insolvenza e di conseguenza perdono il capitale versato inizialmente:

$$A_T \leq K \rightarrow \begin{cases} E_T = 0 \\ D_T = A_T \end{cases}$$

Si può dedurre che i payoff al tempo T per gli azionisti e per gli obbligazionisti risultano essere rispettivamente:

$$E_T = \max[A_T - K, 0]$$

$$D_T = \min[A_T, K] = A_T - \max[A_T - K, 0] = K - \max[K - A_T, 0]$$

Il payoff degli azionisti e degli obbligazionisti è rappresentato nella figura 3.1, in cui si può notare che il profilo del payoff azionario è lo stesso di un'opzione call scritta sul valore dell'attivo, con prezzo d'esercizio pari al valore nominale del debito. Sostanzialmente gli azionisti iniziano ad avere un profitto nel momento in cui il valore delle attività supera il valore facciale delle obbligazioni.

¹⁸⁸ O'Kane (2008); Leone, Boido (2004)

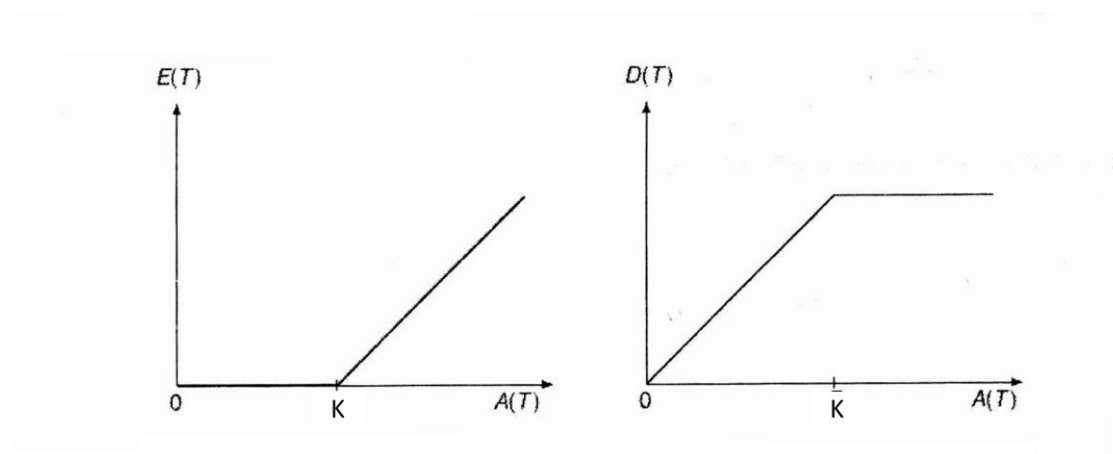


Figura 3.1 - Esempio di payoff delle azioni e delle obbligazionisti. Fonte O'Kane (2008)

Per poter procedere nella determinazione del valore attuale delle azioni e del debito, il modello prevede l'imposizione di un'ulteriore ipotesi riguardante l'evoluzione del valore delle attività nel tempo. Il modello di Merton prevede che il valore dell'attivo si evolva secondo un moto Browniano geometrico¹⁸⁹ del seguente tipo¹⁹⁰:

$$\frac{dA_t}{A_t} = \mu dt + \sigma_A dW(t)$$

dove:

- μ esprime il tasso di rendimento atteso dell'attivo aziendale;
- σ_A è la volatilità dell'attivo aziendale;
- $W(t)$ individua un processo di Wiener.

Quindi il processo è composto da una parte deterministica, μdt , da cui dipende l'evoluzione temporale delle attività aziendali, e una parte casuale, $\sigma_A dW(t)$, che genera delle oscillazioni, la cui ampiezza dipende dalla volatilità dell'attivo aziendale.

¹⁸⁹ Il moto Browniano geometrico è un processo stocastico in tempo continuo in cui il logaritmo della quantità variabile nel tempo, nel nostro caso il valore delle attività aziendali, segue un moto browniano, o, più precisamente, un processo di Wiener; cioè un particolare tipo di processi di Markov. Il processo è ritenuto appropriato per modellizzare alcuni fenomeni dei mercati finanziari, ad esempio, è usato nell'ambito dell'option pricing di Black-Scholes, in quanto una quantità che segue un moto browniano geometrico può assumere soltanto valori maggiori di zero, il che riflette la natura del prezzo di un'attività finanziaria.

¹⁹⁰ O'Kane (2008)

Si può provare che il moto Browniano geometrico ammette un'unica soluzione data da¹⁹¹:

$$A_T = A_t e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)T + \sigma_A\sqrt{T}\varepsilon}$$

da cui si deduce che il valore finale dell'attivo aziendale si distribuisce secondo una variabile casuale Lognormale:

$$A_T \sim LN \left[\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T + \ln A_t, \sigma_A\sqrt{T} \right]$$

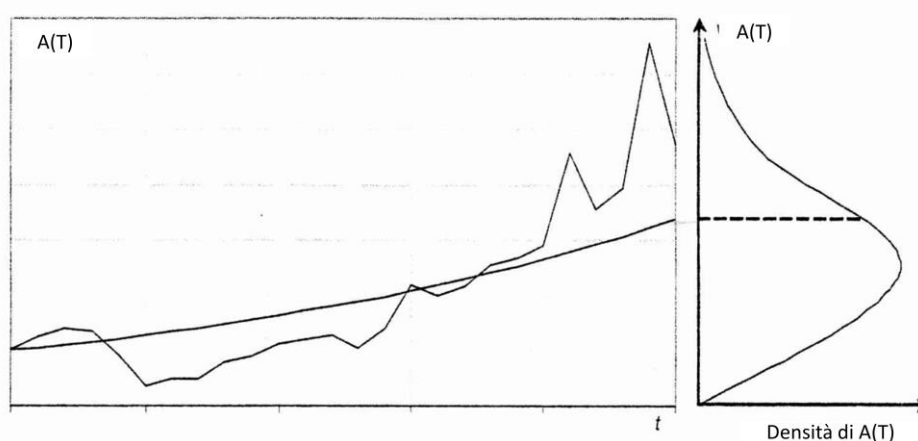


Figura 3.2 - Esempio di andamento delle attività aziendali. Fonte: Leone, Boido (2004)

Quindi come si può vedere dal grafico 3.2 (in cui si riporta anche la funzione di densità alla scadenza del debito), il valore delle attività aziendali tende a muoversi, nel corso del tempo, seguendo una curva crescente in modo esponenziale. Inoltre il modello ipotizza che non sia possibile effettuare arbitraggi tra il valore dell'attivo aziendale e gli investimenti non rischiosi, implicando in questo modo che il rendimento atteso delle attività sia uguale al tasso privo di rischio ($\mu = r$)¹⁹².

Sotto queste assunzioni si può interpretare il valore iniziale delle azioni come una opzione call scritta sull'attivo aziendale con prezzo d'esercizio pari al valore

¹⁹¹ Leone, Boido (2004)

¹⁹² Leone, Boido (2004)

facciale del debito, quindi si può procedere con la valutazione delle azioni attraverso la nota equazione di Black-Scholes¹⁹³:

$$E_t = A_t N(d_1) - Ke^{-r(T-t)} N(d_2)$$

con

$$d_1 = \frac{\ln(A_t/K) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)(T-t)}{\sigma_A\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(A_t/K) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)(T-t)}{\sigma_A\sqrt{T-t}} = d_1 - \sigma_A\sqrt{T-t}$$

dove $N(\cdot)$ è la funzione di distribuzione di una variabile casuale normale standardizzata, ed r è il tasso d'interesse privo di rischio (ipotizzato costante).

Una volta determinato il valore delle azioni, si può calcolare il valore iniziale del debito, sostituendo E_t nella formula $A_t = D_t + E_t$, ed esplicitando per D_t . Il risultato ottenuto è¹⁹⁴:

$$\begin{aligned} D_t &= A_t - E_t = A_t - [A_t N(d_1) - Ke^{(-r(T-t))} N(d_2)] \\ &= A_t [1 - N(d_1)] + Ke^{(-r(T-t))} N(d_2) \\ &= A_t N(-d_1) + Ke^{(-r(T-t))} N(d_2) \end{aligned}$$

Di quest'ultima equazione va notato che il termine di destra ($Ke^{(-r(T-t))} N(d_2)$) è il valore nominale del debito, ponderato per la probabilità di non default dell'impresa dato da $N(d_2)$, attualizzato per il tasso privo di rischio (nel contesto di un mondo neutrale al rischio). Questo significa che nel caso in cui l'impresa non giunga al default, con probabilità pari a $N(d_2)$, gli obbligazionisti riceveranno il rimborso del valore nominale del debito (pari a K); dato che si rientra in un contesto di neutralità verso il rischio, l'attualizzazione viene effettuata con il tasso privo di rischio (r). Mentre il primo termine ($A_t N(-d_1)$) rappresenta il recovery value, cioè il valore che viene recuperato dagli obbligazionisti in caso di default, che insieme al secondo fattore compongono il

¹⁹³ O'Kane (2008)

¹⁹⁴ Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004)

valore del debito. Infatti, come detto precedentemente, nel caso in cui l'impresa fallisca, i detentori delle obbligazioni potranno rivalersi sul valore residuale dell'azienda, pari al valore dell'attivo aziendale.

Se si definisce lo spread creditizio come il differenziale dal tasso d'interesse privo di rischio, allora il debito può essere rappresentato da¹⁹⁵:

$$D_t = Ke^{((-r+s)(T-t))}$$

da cui si ricava:

$$s = -\frac{1}{(T-t)} \ln\left(\frac{D_t}{K}\right) - r$$

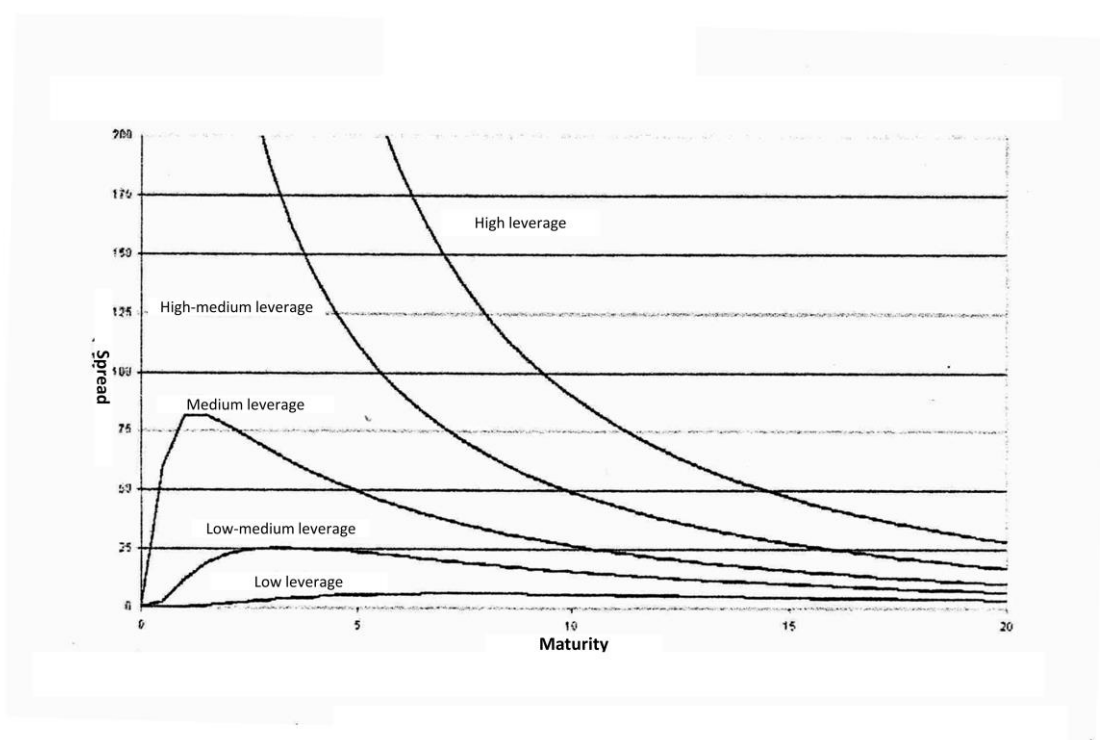


Figura 3.3 - Esempio andamento spread modello Merton. Fonte: Leone, Boido (2004)

Nella figura 3.3 si riporta il tipico andamento dello spread creditizio derivante del modello di Merton, dove si rilevano i possibili scenari in base al livello del rapporto tra le passività e le attività (leverage).

Si evidenzia che nel caso di un'impresa con un basso livello di leverage, che può essere interpretato come assenza di rischiosità, l'andamento nel tempo dello

¹⁹⁵ O'Kane (2008)

spread risulta crescente. Questo è dovuto al fatto che un ulteriore miglioramento della qualità creditizia non ha alcuna incidenza sulla possibilità di rimborso del debito. Mentre con T che tende all'infinito si ha che la probabilità che si possa verificare un deterioramento della qualità creditizia accresce assumendo una certa rilevanza, con conseguente incremento dello spread.

All'opposto si ha il caso in cui l'impresa presenti un alto livello di leverage, cioè si è nella situazione in cui il livello di indebitamento è elevato, incrementando la rischiosità legata a tale impresa. In questa situazione la struttura dello spread nel breve termine risulta molto elevata. Mentre con l'ampliamento dell'orizzonte temporale si ha una riduzione del differenziale di tasso, dato dalla probabilità che nel corso del tempo l'impresa svolgendo la propria attività, possa migliorare la propria struttura patrimoniale.

Infine il caso in cui l'impresa presenta un livello di leverage medio, dove la struttura dello spread si presenta crescente nel breve periodo e decrescente con l'ampliarsi dell'orizzonte temporale. La spiegazione è data dal fatto che nel breve periodo c'è una probabilità di default maggiore, rispetto al lungo periodo dove è possibile che l'impresa riesca a migliorare la propria qualità creditizia.

Il modello di Merton consente l'individuazione del recovery rate, se indichiamo la probabilità che il valore delle attività aziendali sia maggiore del valore facciale del debito a scadenza con¹⁹⁶:

$$Q_T = \Pr(A_T \geq K) = N(d_2)$$

si può determinare il recovery value atteso dell'obbligazione, condizionato al fatto che il valore delle attività aziendali, a scadenza, sia minore del valore nominale del debito. Quindi il prezzo dell'obbligazione che a scadenza può pagare: o l'intero valore nominale del debito, nel caso in cui non si verifica il default, oppure una frazione del valore nominale del debito (indicato da RR), nel caso in cui l'attivo non sia sufficiente per ripagare il debito, è dato dalla somma dei due possibili pagamenti ponderati per le rispettive probabilità¹⁹⁷:

¹⁹⁶ O'Kane (2008)

¹⁹⁷ O'Kane (2008)

$$D_t = Ke^{(-r(T-t))}Q_T + (1 - Q_T)RR = Ke^{(-r(T-t))}N(d_2) + N(-d_2)RR$$

alla fine si ottiene il tasso di recupero, definito come frazione del valore di recupero pagato in caso di default, pari a¹⁹⁸:

$$RR = \frac{A_t N(-d_1)}{Ke^{(-r(T-t))}N(-d_2)}$$

Va osservato che nell'attuare il modello di Merton, diventa indispensabile la conoscenza del valore delle attività al tempo t (A_t), e la sua volatilità (σ_A). Nonostante questi valori non siano direttamente osservabili, si riesce a determinarli attraverso il prezzo e la volatilità delle azioni, che invece sono a disposizione degli operatori di mercato. Applicando il lemma di Itô¹⁹⁹ e indicando la volatilità delle azioni con σ_E , si può dimostrare che vale la seguente equazione²⁰⁰:

$$\sigma_E = \sigma_A N(d_1) \frac{A_t}{E_t}$$

Quest'ultima equazione unita a $A_t = D_t + E_t$ costituisce un sistema di due equazioni con due incognite, date dalla volatilità e dal valore dell'attivo, che può essere risolto conoscendo il prezzo e la volatilità delle azioni.

Ci sono diversi limiti evidenziati dal modello di Merton, che diversi autori nel corso del tempo hanno cercato di eliminare introducendo diverse modifiche. I principali limiti possono essere individuati tra i seguenti²⁰¹:

- il default può realizzarsi esclusivamente a scadenza del debito, mentre nella realtà tale evento può avvenire anche in momenti precedenti;
- la struttura patrimoniale dell'impresa ipotizzata dal modello è troppo semplice, prevedendo per il debito un solo livello di seniority e una sola scadenza (T);

¹⁹⁸ O'Kane (2008)

¹⁹⁹ Il processo di Itô è un processo stocastico di Wiener generalizzato ($dx = adt + bdz$), dove i parametri a e b a loro volta sono funzioni del valore della variabile sottostante, x , e del tempo, t . Analiticamente il processo di Itô è descritto dalla seguente equazione (Hull (2009)):

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz$$

²⁰⁰ O'Kane (2008)

²⁰¹ Leone, Boido (2004); O'Kane (2008)

- il tasso privo di rischio viene tenuto costante per tutto il periodo considerato nella formulazione del modello;
- l'applicazione del modello richiede la conoscenza di variabili che non sono esplicitamente osservabili, cioè il valore iniziale delle attività e la sua volatilità. Anche se come visto questi valori possono essere determinati disponendo del prezzo e della volatilità del capitale azionario, che tuttavia, sono disponibili solo per le imprese quotate, che sono una fascia limitata di soggetti esposti al rischio di credito.

3.3.2 First passage time models

Nel corso degli anni i limiti riscontrati nel modello di Merton, evidenziano la necessità di riuscire a costruire dei modelli di pricing più generici ed efficienti, capaci di cogliere esaustivamente le complessità legate al rischio di credito.

I primi modelli, per rendere più semplice lo studio del rischio di credito, hanno spesso come assunzione che la struttura del tasso di interesse privo di rischio si indipendente dal default. In realtà è un ipotesi poco realistica, la relazione tra tasso privo di rischio e il default è molto complessa, in fase di pricing bisognerebbe tenere conto del legame tra rischio di mercato e rischio di credito.

Inoltre, come visto nel paragrafo precedente, il default viene ipotizzato che possa avvenire solo alla scadenza dell'obbligazione. Mentre, empiricamente, si è osservato che spesso il default si manifesta in modo improvviso e durante tutta la durata delle obbligazioni.

Per questo motivo sono stati studiati dei modelli nel quale il default scatta nel momento in cui il valore dell'attivo aziendale scende al di sotto di una certa soglia, che non corrisponde al valore nominale del debito. Questa tipologia di modelli assumono la presenza di una barriera esogena (H), oltre la quale si manifesta il fallimento dell'impresa.

Assumendo che il valore delle attività aziendali si evolva seguendo lo stesso processo precedentemente descritto, ci sono due possibili casi: che la soglia fissata sia maggiore o minore del valore nominale del debito.

Nel primo caso si ha che $H > K$, quindi la barriera è al di sopra del valore facciale del debito, e si ha che il valore dell'equity si determina nel seguente modo²⁰²:

$$E_t = A_t \left\{ N(d^+) - \left[\frac{H}{A_t} \right]^{-2q} N(h^+) \right\} - e^{-r(T-t)} K \left\{ N(d^-) - \left[\frac{H}{A_t} \right]^{2q-2} N(h^-) \right\}$$

mentre il valore del debito, ottenuto da $A_t - E_t$, è dato da:

$$D_t = A_t \left\{ 1 - N(d^+) + \left[\frac{H}{A_t} \right]^{2q} N(h^+) \right\} + e^{-r(T-t)} K \left\{ N(d^-) - \left[\frac{H}{A_t} \right]^{2q-2} N(h^-) \right\}$$

dove:

$$d^\pm = \frac{\ln A_t - \ln H}{\sigma_A \sqrt{T-t}} + \left(q - \frac{1}{2} \right) \sigma_A \sqrt{T-t} \pm \frac{1}{2} \sigma_A \sqrt{T-t}$$

$$h^\pm = \frac{\ln H - \ln A_t}{\sigma_A \sqrt{T-t}} + \left(q - \frac{1}{2} \right) \sigma_A \sqrt{T-t} \pm \frac{1}{2} \sigma_A \sqrt{T-t}$$

$$q = \frac{r}{\sigma_A^2} + \frac{1}{2} \sigma_A$$

Il valore del debito è composto da due componenti: il valore di recupero in caso di default (prima parte dell'equazione), e il valore attuale del valore nominale del debito moltiplicato per la probabilità di sopravvivenza (seconda parte dell'equazione).

La probabilità di sopravvivenza corrisponde alla probabilità che il valore dell'attivo aziendale rimanga contemporaneamente sia sopra il valore nominale del debito (K) alla scadenza dell'obbligazione, sia sopra la soglia fissata (H) durante tutto il periodo di vita del titolo. Per ottenere la probabilità di sopravvivenza, si sottrae alla probabilità che l'attivo rimanga sopra la soglia ($N(d^-)$), la probabilità che il valore delle attività sia sopra la soglia ma al di sotto del valore nominale del debito ($\left[\frac{H}{A_t} \right]^{2q-2} N(h^-)$).

²⁰² Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004)

Mentre nel caso in cui la soglia H sia fissata ad un livello inferiore rispetto la valore facciale del debito (cioè $H < K$), come di solito si usa fare nella pratica, allora il valore delle azioni e del debito si determinano secondo le seguenti equazioni²⁰³:

$$E_t = A_t \left\{ N(x^+) - \left[\frac{H}{A_0} \right]^{2q} N(y^+) \right\} - e^{-rT} K \left\{ N(x^-) - \left[\frac{H}{A_0} \right]^{2q-2} N(y^-) \right\}$$

$$D_t = A_t \left\{ 1 - N(x^+) + \left[\frac{H}{A_0} \right]^{2q} N(y^+) \right\} + e^{-rT} K \left\{ N(x^-) - \left[\frac{H}{A_0} \right]^{2q-2} N(y^-) \right\}$$

dove

$$x^\pm = \frac{\ln A_0 - \ln K + r(T-t)}{\sigma_A \sqrt{T-t}} \pm \frac{1}{2} \sigma_A \sqrt{T-t}$$

$$y^\pm = \frac{2 \ln H - \ln A_t - \ln K}{\sigma_A \sqrt{T-t}} + \left(q - \frac{1}{2} \right) \sigma_A \sqrt{T-t} \pm \frac{1}{2} \sigma_A \sqrt{T-t}$$

le interpretazioni delle probabilità rimangono le stesse, varia il modo di calcolarle.

Un'ulteriore modifica rispetto ai modelli tradizionali di Black e Scholes e Merton è stata introdotta da Longstaff e Schwartz, che hanno eliminato l'ipotesi di un tasso privo di rischio costante, prevedendo un particolare processo stocastico legato alla dinamica delle attività aziendali. In pratica viene introdotta una correlazione tra i tassi privi di rischio e il processo con cui varia il valore dell'attivo aziendale.

Questo cambiamento permette di spiegare le differenze tra gli spread creditizi di imprese aventi qualità creditizia simile, ma con correlazione tra attività e tasso privo di rischio differente. In questo modo il modello riesce a chiarire i motivi per cui le obbligazioni rientranti nella stessa classe di rating, ma con le imprese emittenti appartenenti a settori industriali o geografici diversi, abbiano differenti livelli di spread creditizi²⁰⁴.

²⁰³ Anson, Fabozzi, Choudhry, Chen (2004)

²⁰⁴ Longstaff, Schwartz (1995)

Le assunzioni base poste dal modello di Black e Scholes, e Merton sono valide anche in questo contesto. Quindi si assume che il valore delle attività vari nel tempo seguendo un moto Browniano geometrico:

$$dA_t = \mu A_t dt + \sigma_A A_t dW_1(t)$$

Mentre la struttura dei tassi privi di rischio è data dal modello di Vasicek²⁰⁵:

$$dr = (\alpha - \beta r)dt + \eta dW_2(t)$$

dove α , β e η sono i parametri costanti del processo e W_2 è un processo di Wiener. La correlazione tra W_1 e W_2 è data da ρdt . Il rapporto tra α e β indica il livello di lungo periodo a cui il tasso tende nel tempo (mean reversion) ad una velocità pari a β ; mentre il termine η esprime la volatilità del tasso privo di rischio²⁰⁶.

L'ipotesi che il tasso non rischioso segua un processo di Vasicek, consente al tasso di assumere anche valori negativi; in realtà questa caratteristica non rappresenta un problema in quanto per valori positivi di r , il processo di Vasicek prevede sempre valori attesi positivi del tasso; inoltre, la probabilità di valori negativi del tasso d'interesse sono molto piccoli se vengono selezionati dei valori realistici per i parametri del modello²⁰⁷.

Anche per il modello di Longstaff e Schwartz è prevista una barriera (H) per il valore dell'attivo aziendale, che una volta superata porta l'impresa a non essere più in grado di soddisfare le proprie obbligazioni. Quindi se il valore delle attività è maggiore della soglia stabilita, l'impresa riesce a far fronte alle proprie obbligazioni e può continuare a svolgere la propria attività. Mentre nel caso in cui il valore delle attività sia uguale o minore al valore della barriera, l'impresa entra immediatamente in dissesto finanziario per tutte le sue obbligazioni

²⁰⁵ Il modello di Vasicek descrive l'evoluzione dei tassi d'interesse, supponendo che quest'ultimo segua un'equazione differenziale stocastica data da:

$$dx_t = \alpha(\theta - x_t)dt + \sigma dW_t$$

dove W_t è un processo di Wiener.

Il modello rientra nei processi di tipo mean reverting, cioè il valore tende nel tempo ad essere ricondotto ad un livello di lungo periodo pari al parametro θ . La velocità con cui il tasso d'interesse tende al livello θ è pari ad α .

²⁰⁶ Leone, Boido (2004)

²⁰⁷ Longstaff, Schwartz (1995)

simultaneamente, ed il valore dell'impresa viene suddiviso tra i vari obbligazionisti²⁰⁸.

Il valore della barriera viene considerato costante e si assume che ci sia indipendenza tra la struttura dei capitali dell'azienda e il valore delle attività, in questo modo anche se ci sono variazioni nella struttura dei capitali (ad esempio un aumento del capitale azionario) esse non si ripercuotono sul valore delle attività.

Nel caso in cui si realizzi il default dell'impresa, cioè $A_T \leq H$, i creditori dell'impresa recuperano $1 - w$ volte il valore nominale del titolo, con $0 \leq w < 1$. Il valore w solitamente varia in base alla tipologia di obbligazione e viene considerato costante. Nel caso in cui $w = 0$, il titolo non subisce alcuna svalutazione e i titolari sono pienamente ripagati, mentre nel caso in cui $w = 1$ gli obbligazionisti, in caso di default, non ricevono nessun pagamento.

Nel modello di Longstaff e Schwartz il valore dell'obbligazione priva di rischio ($P(r, T)$), estraibile dal modello di Vasicek, gioca un ruolo fondamentale per il pricing dell'obbligazione rischiosa priva di cedola ed è pari a:

$$D(X, r, T) = P(r, T)[1 - wQ(X, r, T)]$$

dove X è il rapporto tra le attività dell'impresa e la soglia posta per il default.

Il valore del titolo rischioso è composto da due componenti: il valore che il titolo avrebbe se fosse privo di rischio $P(r, T)$, diminuito di un importo pari al prodotto tra la riduzione del valore del titolo in caso di default $wP(r, T)$ e la probabilità che l'evento si realizzi $Q(X, r, T)$ ²⁰⁹.

Più precisamente Q indica la probabilità che il momento in cui $\ln X$ assume per la prima volta il valore zero (cioè il valore delle attività è pari alla soglia per il default), avvenga prima della scadenza delle obbligazioni, pari a T . Quindi X può essere visto come una misura del merito di credito dell'impresa e al suo crescere si ha che il valore delle attività aziendali si allontana maggiormente dalla soglia stabilita; di conseguenza lo sconto richiesto per la rischiosità del titolo sarà minore. In pratica, maggiore è il valore di X e più l'impresa è solida, con

²⁰⁸ Longstaff, Schwartz (1995)

²⁰⁹ Delzio, Maggiori (2004)

conseguente incremento del valore del titolo obbligazionario (il prezzo del titolo rischioso è crescente in X)²¹⁰.

Per quanto riguarda la relazione tra il prezzo del titolo e il tasso non rischioso, generalmente è decrescente, cioè la crescita di r implica un valore minore dell'obbligazione. Contestualmente il variare del tasso privo di rischio comporta anche che un incremento del tasso di deriva²¹¹ del processo seguito delle attività aziendali, che ha come conseguenza un allontanamento più rapido del valore delle attività dalla soglia H . Il tutto porta a una riduzione della probabilità di default, quindi si può avere un incremento del prezzo del titolo. Nei titoli più rischiosi, dove X è vicino a 1, l'effetto dell'incremento del tasso di deriva può prevalere sull'effetto del prezzo del titolo, comportando che il valore dell'obbligazione sia crescente in r ²¹².

Gli autori del modello hanno riscontrato che gli spread creditizi ottenuti rispecchiano la realtà degli spread applicati alle imprese, e la struttura a termine degli spread risulta crescente rispetto a X . In più Longstaff e Schwartz sottolineano l'esistenza di una relazione tra spread e tassi d'interesse, la cui intensità deriva dal livello di correlazione ρ . Secondo gli autori questa condizione spiega per quale motivo ci sia differenza tra i credit spread applicati a imprese che operano in diversi settori²¹³.

Tuttavia il modello di Longstaff e Schwartz, ma più in generale tutta la categoria dei modelli strutturali, non riesce a spiegare l'andamento dello spread su orizzonti temporali brevi, ovvero quando la scadenza del titolo tende a zero; in queste situazioni lo spread tende ad azzerarsi. Questo è dovuto all'ipotesi riguardante il processo stocastico seguito dall'andamento del valore delle attività aziendali (moto Browniano geometrico), che comporta un andamento nel tempo del valore dell'impresa regolare, privo di discontinuità o di improvvisi salti di

²¹⁰ Delzio, Maggiori (2004)

²¹¹ Il tasso di deriva corrisponde alla parte deterministica del moto Browniano geometrico, da cui dipende l'evoluzione temporale delle attività.

²¹² Delzio, Maggiori (2004)

²¹³ Delzio, Maggiori (2004)

valore; il tutto porta la probabilità di default ad essere insignificante quando il tempo tende a zero²¹⁴.

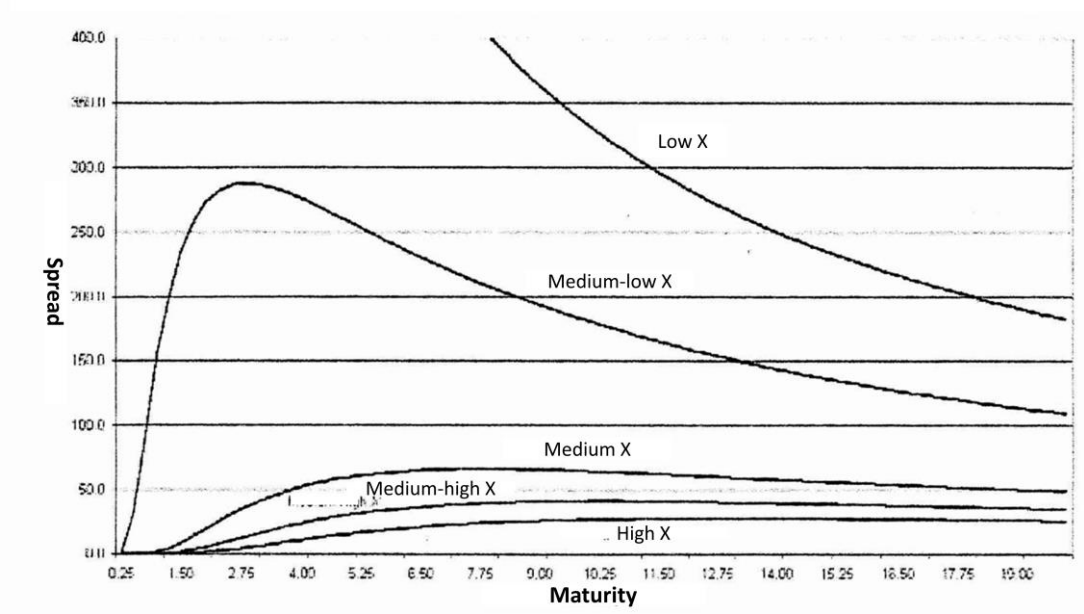


Figura 3.4 - Esempio dell'andamento dello spread creditizio modello di Longstaff e Schwartz. Fonte Leone, Boido (2004)

3.4 Modelli in forma ridotta

Nati successivamente rispetto a primi modelli strutturali, i modelli in forma ridotta cercano di superare i limiti evidenziati nell'effettuare il pricing degli strumenti finanziari mediante i modelli in forma strutturale.

I modelli in forma ridotta hanno come obiettivo la determinazione della probabilità di default e del recovery rate, attraverso metodologie che non siano legate all'andamento delle attività dell'impresa.

In questa tipologia di modelli il default non è un fenomeno endogeno all'impresa, cioè legato ai risultati che l'impresa ottiene svolgendo la propria attività, ma viene trattato come un evento esogeno. Questi modelli tipicamente assumono che il default sia descritto da un processo di Poisson, e l'intensità di default (o hazard rate) risulta essere un aspetto fondamentale per tali modelli.

²¹⁴ Leone, Boido (2004)

Questo approccio è stato studiato a partire dai primi anni novanta e numerosi studi sono stati pubblicati; i più importanti sono i lavori di: Jarrow e Turnbull (1995), Duffie (1998), Duffie e Singleton (1999), Lando (1994 e 1998), Lando e Turnbull (1997). In questo lavoro ci si concentrerà sui lavori di Jarrow e Turnbull (1995), e di Duffie e Singleton (1999).

3.4.1 Il processo di Poisson

I processi di Poisson sono il fondamento dei modelli in forma ridotta, perché le particolari caratteristiche di questi processi sono ideali per lo studio dei default delle imprese che emettono obbligazioni.

Il processo di Poisson (N_t) è un processo di conteggio in cui la variabile di riferimento può assumere solo valori interi positivi (0,1,2,...), le variazioni che questa variabile assume nel corso del tempo si manifestano come dei “salti” (jump) con una frequenza che dipende dal parametro λ , chiamato intensità (o hazard rate)²¹⁵. Il processo di Poisson può essere classificato in base a come viene definito il parametro dell'intensità²¹⁶:

- processo di Poisson omogeneo, nel caso in cui l'intensità è costante nel tempo;
- processo di Poisson non omogeneo, quando l'hazard rate è una variabile dipendente dal tempo;
- processo di Cox, nel caso in cui l'intensità è descritta da un processo stocastico.

Nel classico processo di Poisson omogeneo, la probabilità che si realizzi un salto della variabile in un intervallo di tempo infinitesimale $[t, t + dt]$ è data da λdt . Va notato che, anche se il parametro intensità è conosciuto, il processo di Poisson risulta imprevedibile, nel senso che, pur osservando il comportamento passato di tale processo, non si ottengono informazioni utili riguardante l'istante di tempo in cui si concretizzeranno le variazioni della variabile di riferimento²¹⁷.

²¹⁵ Andersen (2003); Leone, Boido (2004)

²¹⁶ Andersen (2003)

²¹⁷ Andersen (2003)

Quindi, assumendo che il valore iniziale del processo sia pari a zero ($N_0 = 0$), si ha che²¹⁸:

$$\Pr(N_t = k) = e^{-\lambda t} \frac{(e^{\lambda t})^k}{k!}, \quad k = 0, 1, \dots$$

risulta essere la funzione di probabilità della distribuzione di Poisson con media λt .

Passando a trattare il processo di Poisson non omogeneo, l'hazard rate non è più costante ma è una funzione del tempo ($\lambda = \lambda(t)$). In questo caso la funzione di probabilità della distribuzione di Poisson risulta essere²¹⁹:

$$\Pr[N_T - N_t = k] = \frac{\left[\int_t^T \lambda(u) du \right]^k}{k!} e^{-\int_t^T \lambda(u) du}, \quad k = 0, 1, \dots$$

dove k esprime il numero di salti che possono verificarsi nell'intervallo di tempo $[t, T]$.

Come detto precedentemente, in ambito finanziario il processo di Poisson viene utilizzato per descrivere lo stato di solvibilità del debitore; in particolare se si associa allo zero ($N_t = 0$), la situazione in cui il debitore è capace di far fronte alle proprie obbligazioni, il default viene individuato nel momento τ in cui il processo subisce il primo salto ($N_t = 1$)²²⁰.

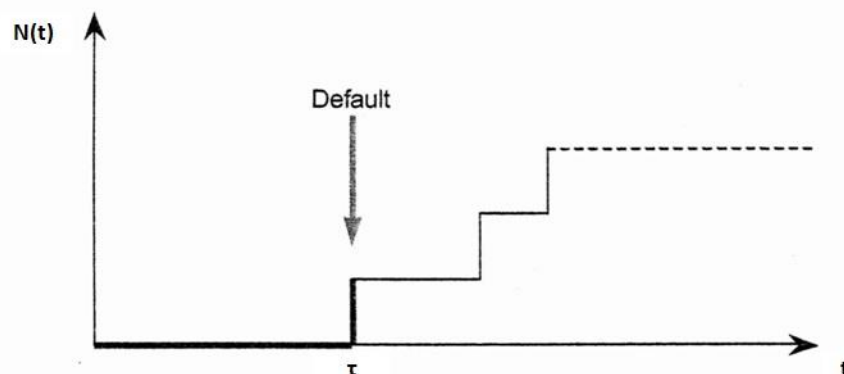


Figura 13 - Esempio di processo a salti con individuazione dell'istante del default. Fonte: Leone, Boido (2004)

²¹⁸ Andersen (2003)

²¹⁹ Andersen (2003); Leone, Boido (2004)

²²⁰ Leone, Boido (2004)

Quindi ponendo $N_0 = 0$ (stato iniziale di non default dell'emittente) e $k = 0$ si ha che la probabilità di sopravvivenza nell'intervallo di tempo da 0 a t è data da²²¹:

$$Pr[N_t = 0] = Pr[\tau > t] = e^{-\int_0^t \lambda(u) du}$$

Quest'ultima equazione può essere estesa per poter determinare la probabilità di default in un generico intervallo di tempo $[t, T]$, condizionata all'assenza di default fino a t ²²²:

$$Pr[\tau < T | \tau > t] = 1 - \frac{Pr[\tau < T]}{Pr[\tau > t]} = 1 - e^{-\int_t^T \lambda(u) du}$$

Inoltre differenziando l'equazione che indica la probabilità di sopravvivenza da 0 a t , è possibile individuare la probabilità al tempo $t = 0$ che il debitore cada in default in un intervallo di tempo dt (probabilità forward di default)²²³:

$$Pr[t < \tau < t + dt] = \lambda(t) Pr[\tau < T] dt = \lambda(t) e^{-\int_t^T \lambda(u) du}$$

da cui è possibile estrarre la probabilità di default nel medesimo intervallo $[t, t + dt]$ condizionata all'assenza di default fino a t ²²⁴:

$$Pr[t < \tau < t + dt | \tau > t] = \lambda(t) dt$$

Da questa equazione si può desumere come l'hazard rate ($\lambda(t)$) assuma il significato di intensità di default, cioè la probabilità d'insolvenza relativa al periodo $[t, t + dt]$, condizionata dal fatto che il default non si sia già manifestato precedentemente all'arco temporale considerato.

Associando una funzione indicatrice di default al processo di Poisson così individuato, che assume valore nullo nel caso in cui non si verifica il default o valore unitario nel caso in cui il default si realizzi prima di T , si ha²²⁵:

$$1_{\{\tau \leq T\}} = \begin{cases} 1 & \text{se } \tau \leq T & (\text{se default}) \\ 0 & \text{se } \tau > T & (\text{se non default}) \end{cases}$$

²²¹ Leone, Boido (2004)

²²² Leone, Boido (2004)

²²³ Leone, Boido (2004)

²²⁴ Leone, Boido (2004)

²²⁵ Leone, Boido (2004)

3.4.2 Il modello di Jarrow e Turnbull (1995)

Dopo aver individuato il contesto probabilistico con cui si descrive lo stato di solvibilità o di default del debitore, si può proseguire con la descrizione del modello di pricing elaborato da Jarrow e Turnbull (1995).

Considerando le assunzioni specificate precedentemente, è possibile ottenere la funzione di sopravvivenza del debitore nell'intervallo di tempo $[t, T]$, pari a:

$$\Pr[\tau > T] = e^{-\int_t^T \lambda(u) du}$$

Si può notare come la probabilità di sopravvivenza tende ad annullarsi per il limite di T tende all'infinito; inoltre, l'intensità di default (λ) individua il tasso a cui la funzione decresce.

Il modello di Jarrow e Turnbull prende in considerazione un'obbligazione unitaria senza cedola soggetta al rischio default, i cui cash flow sono: un'unità di moneta nel caso in cui a scadenza non si verifica il fallimento dell'emittente; mentre, nel caso si realizzi il default (all'epoca τ), paga una frazione RR di un titolo non rischioso, simile per scadenza e struttura dei pagamenti (ipotesi di equivalent recovery).

Poiché un titolo privo di rischio ha un rendimento pari al tasso risk free ($r(u)$), se ne deduce che il valore all'epoca t è dato da:

$$p(t, T) = e^{-\int_t^T r(u) du}$$

Di conseguenza il payoff del titolo rischioso considerato nel modello, osservabile nella figura 3.6, risulta essere: nuovamente unitario in assenza di default, oppure una somma pari ad $RRp(\tau, T)$ ottenuta all'istante τ in cui si concretizza il default.

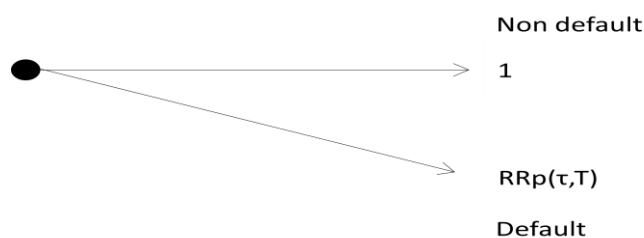


Figura 3.6 - Esempio dell'albero del payoff di un'obbligazione soggetta a rischio di default nel modello di Jarrow e Turnbull. Fonte: Leone, Boido (2004)

Gli autori del modello a questo punto proseguono scomponendo l'obbligazione rischiosa priva di cedola in due titoli distinti, la cui struttura dei cash flow si può osservare nella figura 3.7. I due titoli in cui viene scomposta l'obbligazione sono²²⁶:

- uno zero recovery bond, che paga uno alla scadenza nel caso di assenza del default e nulla nel caso opposto;
- un full recovery bond, che paga $RRp(\tau, T)$ nell'istante in cui si realizza il fallimento del debitore e nulla in caso contrario.

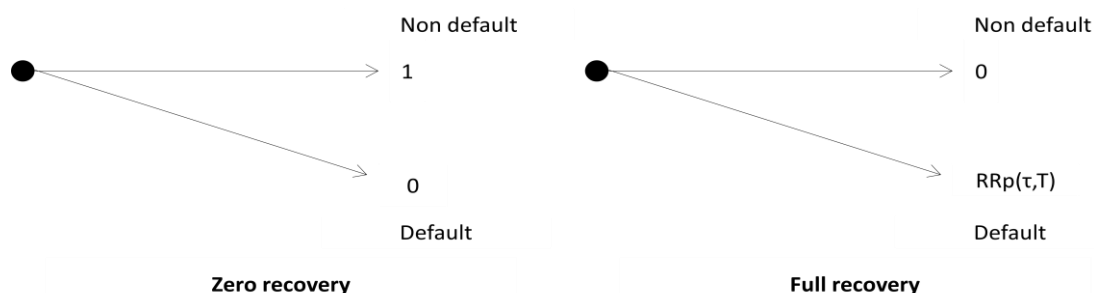


Figura 3.7 - Esempio degli alberi dei payoff relativi all'obbligazione soggetta a rischio di default scomposta nelle sue componenti elementari. Fonte: Leone, Boido (2004)

Il valore in t del primo dei due titoli, come al solito, si ottiene scontando il payoff atteso al tempo T al tasso privo di rischio²²⁷:

$$zr(t, T) = \mathbf{E}[p(t, T)\mathbf{1}_{\{\tau > T\}}]$$

dove \mathbf{E} rappresenta il valore atteso rispetto alla misura di probabilità utilizzata²²⁸. Sfruttando la funzione di sopravvivenza precedentemente indicata, il valore dello zero recovery bond può essere riformulato nel seguente modo²²⁹:

²²⁶ Leone, Boido (2004)

²²⁷ Leone, Boido (2004)

$$zr(t, T) = p(t, T)Pr[\tau > T] = e^{-\int_t^T r(u) + \lambda(u) du}$$

Da notare che l'unità di moneta promessa in caso di assenza di default viene scontata ad un tasso dato dalla somma del tasso privo di rischio e l'intensità di default; quindi l'hazard rate può essere interpretato come un differenziale rispetto al tasso risk free, richiesto per compensare il detentore del titolo per il rischio di default a cui è soggetto.

Alla stessa maniera si può procedere alla determinazione del valore del full recovery bond, dato da²³⁰:

$$fr(t, T) = E[p(t, \tau)p(\tau, T)\mathbf{1}_{\{\tau \leq T\}}]$$

Sfruttando l'ipotesi di equivalent recovery si riesce a semplificare il prodotto dei termini tra le parentesi quadre; di conseguenza il valore del titolo può essere ridefinito come²³¹:

$$fr(t, T) = p(t, T)Pr[\tau \leq T] = e^{-\int_t^T r(u) du} \left[1 - e^{-\int_t^T \lambda(u) du} \right]$$

Il passaggio al pricing dell'obbligazione rischiosa iniziale è immediato, assumendo che il debitore non sia fallito nell'istante iniziale t . Il valore del titolo soggetto a default è dato dalla somma tra il valore del titolo zero recovery ($zr(t, T)$), che rappresenta il pagamento promesso in caso di non default, e il prodotto tra il recovery ratio (RR) e il valore del titolo full recovery, che rappresenta il pagamento che spetta all'investitore in caso di default.

²²⁸ Il modello di Jarrow e Turnbull ipotizza l'esistenza e l'unicità di una misura di martingala equivalente, secondo la quale i prezzi delle obbligazioni prive di cedola (sia rischiose che non rischiose) sono delle martingale (Jarrow, Turnbull (1995)). Le martingale sono dei processi stocastici che presentano un tasso di deriva nullo, quindi una variabile θ segue una martingala se il suo processo è:

$$d\theta = \sigma dz$$

dove dz è un processo di Weiner (Hull (2009)).

L'assunzione dell'esistenza ed unicità di una misura di martingala equivalente, corrisponde ad ipotizzare di operare in un contesto in cui si ha l'assenza di opportunità di arbitraggio e la completezza del mercato (Jarrow, Turnbull (1995)).

²²⁹ Leone, Bodio (2004)

²³⁰ Leone, Bodio (2004)

²³¹ Leone, Bodio (2004)

Analiticamente si ha²³²:

$$D(t, T) = zr(t, T) + RR \cdot fr(t, T) = P(t, T)\{\Pr[\tau > T] + RR \cdot PR[\tau \leq T]\} \\ = e^{-\int_t^T r(u)} \left[e^{-\int_t^T \lambda(s) ds} + RR \left(1 - e^{-\int_t^T \lambda(s) ds} \right) \right]$$

Per uno scopo di semplificazione, il modello può essere applicato assumendo che sia il tasso di interesse privo di rischio che l'intensità di default siano costanti per tutto il periodo di riferimento, in questo modo la formula del pricing si riduce più semplicemente a²³³:

$$D(t, T) = e^{-r(T-t)} \left[e^{-\lambda(T-t)} + RR(1 - e^{-\lambda(T-t)}) \right]$$

cioè il prezzo del titolo rischioso è ottenuto attualizzando in base al tasso privo di rischio il payoff atteso composto dalla somma tra l'unità di moneta promessa pesata per la probabilità di sopravvivenza, e il valore di recupero moltiplicato per la probabilità di fallire.

Come si può vedere dall'equazione per poter determinare il valore di un'obbligazione soggetta al rischio di credito, risulta necessaria la conoscenza dei parametri relativi all'intensità di default (λ), la struttura del tasso privo di rischio (r) e il tasso di recupero (RR). In realtà nel modello si assume che il tasso di recupero sia considerato costante e deciso esternamente, senza tener conto di tutti i fattori che possono influenzarlo²³⁴.

Quindi Jarrow e Turnbull hanno elaborato un modello che richiede la conoscenza di due incognite, date dalla struttura del tasso risk free e dall'hazard rate. Se si effettua un paragone con il modello di Merton, si nota che anche quest'ultimo richiede l'individuazione di due incognite: il valore e la volatilità delle attività aziendali.

Ma la differenza tra i due modelli la si riscontra nell'applicazione. Infatti, il modello di Merton presenta delle notevoli difficoltà dovute alla misurazione del valore di mercato delle attività aziendali e, inoltre, alla necessità delle assunzioni

²³² Leone, Bodio (2004)

²³³ Leone, Bodio (2004)

²³⁴ Jarrow, Turnbull (1995)

molto forti riguardanti la rilevanza della struttura dei capitali e il comportamento delle obbligazioni in caso di default²³⁵.

Mentre nel modello di Jarrow e Turnbull, gli autori aggirano queste difficoltà prendendo come data la struttura a termine dei tassi di interesse per la relativa classe di rischio, considerando che l'obbligazione utilizzata per costruire la struttura a termine dei tassi deve avere la stessa probabilità di default e una precisa regola di pagamento nel caso in cui ci si realizzi il default²³⁶.

3.4.3 Il modello di Duffie e Singleton (1999)

Nel contesto dei modelli in forma ridotta il lavoro di Duffie e Singleton rappresenta un ulteriore approccio per giungere al pricing dei derivati creditizi. In particolare gli autori mostrano come il pricing di un'obbligazione soggetta a rischio di credito, possa essere ottenuto nello stesso modo in cui si ottiene il prezzo di un titolo privo di rischio, cioè scontando i pagamenti futuri in base a una determinata struttura dei tassi. La differenza tra un titolo privo di rischio e un titolo soggetto a rischio di credito sta nella struttura dei tassi da utilizzare nell'effettuare l'attualizzazione; nel primo caso si utilizzano i tassi privi di rischio ($r(t)$), mentre per la seconda tipologia di attività finanziarie l'attualizzazione avviene ad un tasso maggiore che incorpora il premio per il rischio ($R(t) > r(t)$). Si vedrà che il tasso di attualizzazione rischioso risulterà essere una funzione del tasso di recupero e dell'intensità di default del processo di Poisson²³⁷.

Gli autori prendono in considerazione un titolo rischioso che paga un importo unitario di moneta alla scadenza. Più precisamente, per motivi di semplificazione computazionale, si ipotizza di operare in tempo discreto, dove il default può realizzarsi esclusivamente negli istanti $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$. Per ogni istante di tempo t_i , si individua²³⁸:

- $\lambda(t_i)$, che indica la probabilità di default tra t_{i-1} e t_i , condizionata all'assenza di default fino a t_{i-1} ;

²³⁵ Jarrow, Turnbull (1995)

²³⁶ Jarrow, Turnbull (1995)

²³⁷ Leone, Boido (2004); Sanjiv (1999)

²³⁸ Leone, Boido (2004); Duffie, Singleton (1999)

- $X(t_i) < 1$, che denota l'ammontare aleatorio che il creditore riceve nel caso in cui si concretizzi il default nel istante t_i ;
- $r(t_i)$, che indica il tasso privo di rischio al tempo t_i .

Il valore dell'obbligazione all'istante t_0 , ottenuto applicando una procedura di soluzione "in avanti" (forward solution), è dato dalla somma tra il valore attuale di dell'importo ottenuto in caso di default e il valore attuale del prezzo futuro del titolo²³⁹:

$$D(t_0, t_n) = e^{-r(t_0)}\lambda(t_1)E_0[X(t_1)] + (1 - \lambda(t_1))e^{-r(t_0)}E_0[D(t_1, t_n)]$$

dove E_0 indica il valore atteso all'epoca t_0 in un contesto di neutralità al rischio.

Allo stesso modo, il valore dell'obbligazione al tempo t_1 è dato da²⁴⁰:

$$D(t_1, t_n) = e^{-r(t_1)}\lambda(t_2)E_1[X(t_2)] + (1 - \lambda(t_2))e^{-r(t_1)}E_1[D(t_2, t_n)]$$

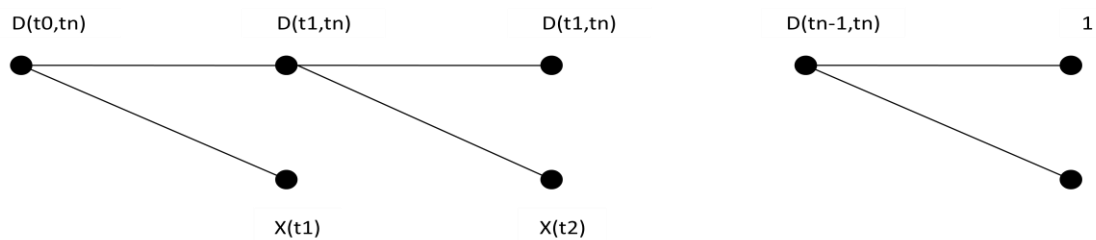


Figura 3.8 - Esempio di schema degli alberi dei payoff delle obbligazioni. Fonte: Leone, Boido (2004)

Reiterando lo stesso procedimento per tutta la durata della vita del titolo e sostituendo ogni volta il risultato dell'equazione precedente, la formula per il pricing del titolo risulta essere²⁴¹:

²³⁹ Leone, Boido (2004)

²⁴⁰ Leone, Boido (2004)

²⁴¹ Leone, Boido (2004); Duffie, Singleton (1999)

$$D(t_0, t_n) = E_t \left[\sum_{j=0}^{n-1} \lambda(t_{j+1}) e^{-\sum_{k=0}^j r(t_{j+k})} X(t_{j+1}) \prod_{z=0}^j (1 - \lambda(t_z)) \right] \\ + E_t \left[e^{-\sum_{k=0}^{n-1} r(t_{j+k})} \prod_{z=1}^n (1 - \lambda(t_z)) \right]$$

Quest'ultima equazione può essere semplificata se si impone che il tasso di recupero atteso sia dato da una frazione del valore di mercato atteso del titolo in caso di non default (recovery of market value), sempre rimanendo in un contesto di neutralità al rischio²⁴². Sotto tale assunzione si ha²⁴³:

$$E_j[X(t_{j+1})] = RR(t_{j+1})E_j[D(t_{j+1}, t_n)]$$

Sostituendo quest'ultima espressione nell'equazione per il pricing dell'obbligazione si ottiene²⁴⁴:

$$D(t_j, t_n) = \left[e^{-r(t_j)} \lambda(t_{j+1}) RR(t_{j+1}) + (1 - \lambda(t_{j+1})) e^{-r(t_j)} \right] E[D(t_{j+1}, t_n)]$$

Applicando lo stesso procedimento precedentemente spiegato di sostituzione di volta in volta dei risultati ottenuti nelle varie equazioni, si ottiene che il valore dell'obbligazione è dato da²⁴⁵:

$$D(t_0, t_n) = E_0 \left[e^{\sum_{j=0}^{n-1} R(t_j)} \right]$$

dove²⁴⁶:

$$R(t_j) = -\ln \left[(1 - \lambda(t_j)) e^{-r(t_j)} + \lambda(t_j) e^{-r(t_j)} RR(t_j) \right] \cong r(t_j) + \lambda(t_j) (1 - RR(t_j))$$

Da questa equazione si deduce che il valore di mercato di un'obbligazione soggetta al rischio di default, può essere espresso come il valore attuale dei pagamenti promessi (nel nostro caso il pagamento è unitario) ottenuti come se il

²⁴² Leone, Boido (2004); Duffie, Singleton (1999)

²⁴³ Leone, Boido (2004)

²⁴⁴ Leone, Boido (2004)

²⁴⁵ Leone, Boido (2004)

²⁴⁶ "L'approssimazione è ottenuta tramite uno sviluppo di Taylor di $\ln(1+x)$, da cui si deduce che $\ln(1+x)$ è una buona approssimazione di x quando x è molto vicino allo zero." (Leone, Boido (2004))

titolo fosse privo di rischio, scontati ad un tasso d'interesse aggiustato per il rischio $(R(t_j))^{247}$.

In realtà gli autori del modello hanno dimostrato che operando in tempo continuo la struttura del tasso aggiustato per il rischio risulta esattamente pari alla somma tra il tasso privo di rischio (r_t) e lo spread dovuto al rischio di credito, spread creditizio che risulta essere funzione dell'intensità di default (λ_t) e del complemento a uno del tasso di recupero ($1 - RR_t$). Quindi, complessivamente il tasso aggiustato per il rischio, espresso secondo l'assunzione di recovery of market value precedentemente vista, risulta pari a²⁴⁸:

$$R(t) = r(t) + \lambda(t)(1 - RR(t))$$

In questo modo il fair price dell'obbligazione è ottenibile scontando i pagamenti futuri per il tasso rischioso $(R(t))^{249}$:

$$D(0, t) = E_0 \left[e^{-\int_0^t R(s) ds} \right]$$

dove E_0 esprime il valore atteso del fattore di attualizzazione stocastico tra le parentesi quadre.

Generalizzando maggiormente il proprio modello, Duffie e Singleton hanno descritto una struttura del tasso aggiustato per il rischio di credito che permette di considerare anche l'effetto della illiquidità del mercato del titolo. Sostanzialmente hanno introdotto un processo stocastico $l(t)$ che rappresenta il premio per la liquidità, di conseguenza si ha che la struttura dei tassi aggiustati per il rischio e per la liquidità è data da²⁵⁰:

$$R(t) = r(t) + \lambda(t)RR(t) + l(t)$$

in questo modo si tiene conto dell'effetto che l'illiquidità del mercato del titolo ha sul prezzo del titolo stesso.

²⁴⁷ Duffie, Singleton (1999)

²⁴⁸ Leone, Boido (2004)

²⁴⁹ Leone, Boido (2004)

²⁵⁰ Duffie, Singleton (1999)

Effettivamente il modello elaborato da Duffie e Singleton è caratterizzato da una certa flessibilità, che consente di formalizzare singolarmente le componenti del tasso aggiustato per il rischio o, alternativamente, di applicare i modelli più noti (studiati principalmente per la stima dei tassi privi di rischio) per giungere a una stima diretta della struttura dei tassi rischiosi. Ad esempio, nel proprio lavoro Duffie e Singleton, per ottenere direttamente la stima dei tassi aggiustati per il rischio applicano due modelli utilizzati per la stima dei tassi privi di rischio: il modello di Cox, Ingersoll e Ross (CIR), e il modello di Heath, Jarrow e Morton (HJM)²⁵¹.

²⁵¹ Per approfondimenti si rimanda a Duffie, Singleton (1999)

CAPITOLO IV

MODELLO PER LA VALUTAZIONE DI UN CREDIT DEFAULT SWAP

4.1 Introduzione

Come già visto nei capitoli precedenti, il credit default swap (plain vanilla) è un contratto derivato utilizzato per trasferire il rischio di credito, legato al titolo sottostante emesso da un determinato reference entity, dal compratore della protezione al venditore. Quindi si possono individuare le due gambe dei pagamenti che compongono il contratto:

- il premium leg, che sono i premi pagati dal compratore della protezione, fino alla scadenza del contratto o al verificarsi del credit event, per garantirsi la copertura dal rischio di credito;
- il protection leg, che è il pagamento eseguito dal venditore della protezione a favore della controparte nel caso in cui si verifichi l'evento creditizio.

La valutazione del credit default swap (CDS) richiede la conoscenza dei seguenti elementi: la struttura a termine delle probabilità di default del sottostante, il recovery rate e la dimensione e la tempistica dei payoff attesi. Sostanzialmente individuare il mark-to-market (o fair value) del CDS significa determinare il prezzo pagato o ricevuto per uscire dal contratto²⁵².

Per esempio, si consideri il caso in cui il compratore di protezione (parte A) sia entrato in un credit default swap con la controparte (parte B), con scadenza a 5 anni e uno spread fisso a 60 bp. Se l'anno successivo lo spread si muove salendo a 170 bp, la parte A del contratto vedrà un valore positivo del CDS, in quanto effettua un pagamento di 60 bp contro lo spread di mercato pari a 170 bp. Il nostro obiettivo è riuscire a determinare il valore a cui il contratto può essere chiuso e realizzare il guadagno, cioè il mark-to-market (MTM). Per poter realizzare questo guadagno ci sono due possibili metodi²⁵³:

²⁵² Leone, Boido (2004); O'Kane (2008); O'Kane, Turnbull (2003)

²⁵³ O'Kane, Turnbull (2003)

- la parte A richiede la chiusura anticipata del contratto, oppure riassegna il CDS a un terzo soggetto che diventa il nuovo compratore della protezione. In entrambi i casi la parte A riceve un pagamento di importo pari al MTM;
- entrare in una operazione di compensazione, cioè la parte A del primo contratto derivato entra in un nuovo CDS con una terza parte, come venditore di protezione sul medesimo reference entity con durata di 4 anni e con uno spread di 170 bp. In questo modo si crea un flusso annuale positivo dato da $170 - 60 = 110$ bp, fino alla scadenza del contratto o al realizzarsi dell'evento creditizio.

Entrambe le vie di uscita hanno lo stesso valore attuale dal punto di vista della parte A, l'unica differenza sta che nell'operazione di compensazione non si ha il realizzo immediato del guadagno, in quanto si deve attendere la scadenza dei contratti derivati²⁵⁴.

Quindi considerando la posizione del compratore della protezione si ha che il valore al tempo t di un CDS, negoziato al tempo 0 con scadenza T , è dato da²⁵⁵:

$$V(t) = (S(t, T) - S(0, T)) * RPV(t, T)$$

dove

- $S(0, T)$ è lo spread applicato al primo CDS al tempo 0, pagato dal compratore della protezione per coprirsi dal rischio di credito (nel caso dell'esempio sarebbe pari a 60 bp);
- $S(t, T)$ è lo spread applicato dal mercato al tempo t su un CDS con la stessa scadenza residuale del primo contratto derivato (nel caso dell'esempio sarebbe pari a 170 bp);
- $RPV(t, T)$ indica il valore attuale atteso al tempo t di 1 bp versato sul premium leg del CDS fino alla scadenza (T) o al realizzarsi del credit event.

La determinazione di $RPV(t, T)$ richiede la specificazione di un determinato modello da applicare, in quanto bisogna considerare il rischio legato ad ogni

²⁵⁴ O'Kane (2008)

²⁵⁵ O'Kane (2008)

premio pagato del premium leg utilizzando la probabilità di sopravvivenza del reference entity fino ad ogni data di pagamento. Probabilità di sopravvivenza che deve essere calcolata in un contesto dove non ci sia la possibilità di effettuare arbitraggi; di conseguenza la determinazione della probabilità di sopravvivenza deve essere fatta a partire dagli spread applicati nel mercato dei credit default swap²⁵⁶.

I modelli utilizzati nel valutare i CDS devono possedere specifiche caratteristiche che consentano²⁵⁷:

- di cogliere e tenere in considerazione il rischio di default del reference entity e il tempo del default, che può avere impatto sul valore attuale del CDS;
- deve definire il pagamento del recovery rate, in conseguenza del fallimento, come percentuale del valore facciale del titolo sottostante;
- deve essere sufficientemente flessibile da permettere la costruzione della struttura a termine degli spread dei CDS, senza generare opportunità di arbitraggio;
- deve essere il più possibile semplice e di facile applicazione.

Di seguito verrà illustrato un modello rientrante nella categoria di quelli in forma ridotta, molto diffuso e utilizzato dagli operatori del mercato dei CDS. Si procederà esaminando separatamente le singole gambe che compongono il CDS (premium e protection leg), e poi si giungerà alla determinazione del mark-to-market.

4.2 Modello per la valutazione del premium leg e del protection leg

Prima di procedere con la valutazione delle gambe del CDS, si riassumeranno velocemente gli aspetti fondamentali riguardante l'evento default nei modelli in forma ridotta.

²⁵⁶ O'Kane, Turnbull (2003)

²⁵⁷ O'Kane, Turnbull (2003); O'Kane (2008)

Nel modello che verrà illustrato l'insolvenza viene trattata come un evento esogeno non legato alla struttura patrimoniale del reference entity. L'approccio più diffuso è quello elaborato da Jarrow e Turnbull (1995) di cui si è già discusso, qui ricordiamo solo che il default viene individuato nel momento in cui si realizza un salto in un processo di Poisson nell'istante τ . Ne segue che la probabilità di default è definita come:

$$Pr[t < \tau < t + dt | \tau > t] = \lambda(t)dt$$

cioè la probabilità di default in un intervallo di tempo infinitesimale $[t, t + dt]$, condizionata all'assenza di default fino all'istante t , è proporzionale al hazard rate e alla lunghezza dell'arco temporale²⁵⁸.

In un contesto composto da un unico intervallo di tempo si ha che la probabilità di sopravvivenza del reference entity è pari a $1 - \lambda(t)dt$, e la probabilità di default è data da $\lambda(t)dt$ dove il compratore della protezione riceve una somma pari al complemento a uno del recovery rate.

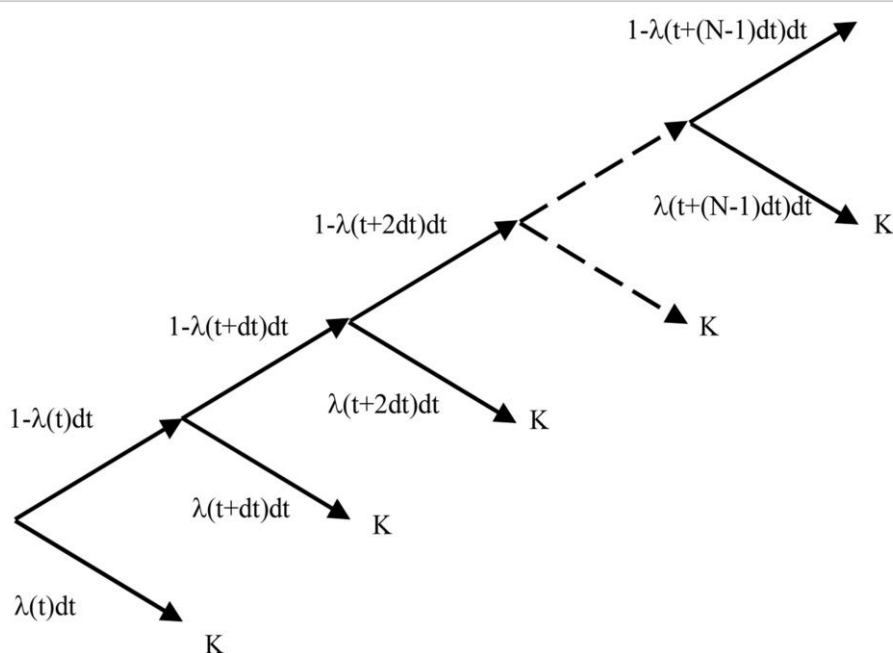


Figura 4.1 - Esempio di albero binomiale del modello, dove K è il payoff al tempo del default. Fonte: O'Kane, Turnbull (2003)

²⁵⁸ O'Kane, Turnbull (2003)

Un'assunzione accettata da tutti gli operatori del mercato dei CDS è di considerare l'hazard rate deterministico e indipendente dal tasso privo di rischio e dal recovery rate. Questo consente di semplificare notevolmente il modello e, estendendolo in un ambito multi periodale (vedi figura 4.1), è possibile individuare la probabilità di sopravvivenza nel continuo²⁵⁹:

$$Q(t_V, T) = e^{-\int_{t_V}^T \lambda(s) ds}$$

dove t_V indica il tempo in cui viene effettuata la valutazione del CDS.

4.2.1 Valutazione del premium leg

Il premium leg individua la serie di pagamenti effettuati dal compratore della protezione fino alla scadenza del contratto o al verificarsi del default. Nel valutare i CDS, oltre a considerare i pagamenti previsti contrattualmente fino alla scadenza, bisogna prendere in considerazione anche il premio maturato nell'arco temporale tra l'ultima data di pagamento e il momento in cui si è verificato il default (rateo).

Suddividendo l'intero arco temporale del contratto in intervalli discreti contraddistinti dalle t_1, t_2, \dots, t_N , coincidenti con le date di pagamento, dove t_N individua la scadenza del contratto, si ha che il valore attuale del premium leg all'istante di valutazione t_V è pari a²⁶⁰:

$$PV \text{ premium leg } (t_V, t_N) = S(t_0, t_N) \sum_{n=1}^N \Delta(t_{n-1}, t_n) Z(t_V, t_n) Q(t_V, t_n)$$

dove

- $S(t_0, t_N)$ indica lo spread previsto contrattualmente pagato dal compratore della protezione (ritenuto costante);
- $\Delta(t_{n-1}, t_n)$ è il periodo di tempo intercorrente tra le date di pagamento t_{n-1} e t_n ;
- $Z(t_V, t_n)$ individua il fattore di attualizzazione alla data di valutazione secondo il tasso privo di rischio (Libor);

²⁵⁹ O'Kane, Turnbull (2003)

²⁶⁰ O'Kane, Turnbull (2003); O'Kane (2008); Leone, Boido (2004)

- $Q(t_V, t_n)$ indica la probabilità di sopravvivenza del reference entity tra la data di valutazione e la data di pagamento t_n .

Questa equazione non prende in considerazione l'effetto del rateo che il compratore della protezione deve pagare al venditore. Per includere l'effetto che ha la parte di premio maturata tra l'ultima data di pagamento e l'istante in cui si è verificato il default, bisogna riuscire a determinare il valore attuale del rateo considerando la probabilità che il default si realizzi tra due date di pagamento.

Ipotizzando che il periodo di pagamento parta da t_{n-1} e si concluda con t_n , bisogna determinare la probabilità che il reference entity sopravviva dalla data della valutazione t_V fino all'istante s all'interno del periodo di pagamento e, successivamente, cada in default nel successivo infinitesimale arco di tempo ds . Questa probabilità è data da²⁶¹:

$$Q(t_V, s)\lambda(s)ds$$

Il calcolo del rateo per questo specifico intervallo di tempo è dato dalla moltiplicazione tra la probabilità di sopravvivenza precedentemente individuata, lo spread applicato previsto contrattualmente e la durata dell'arco temporale; il tutto va attualizzato alla data di valutazione²⁶²:

$$S(t_0, t_N)\Delta(t_{n-1}, s)Z(t_V, s)Q(t_V, s)\lambda(s)ds$$

In realtà il fallimento può avvenire in qualsiasi istante compreso nell'intervallo di tempo $[t_{n-1}, t_n]$, quindi risulta necessario calcolare l'integrale su tutta la durata dell'arco temporale. Operando in questo modo si effettua una approssimazione, che comporta un errore trascurabile, dovuto al passaggio da un'impostazione a tempo discreto ad un contesto a tempo continuo. Quindi si ha che il calcolo del valore attuale del rateo è dato da²⁶³:

$$S(t_0, t_N) \int_{t_{n-1}}^{t_n} \Delta(t_{n-1}, s)Z(t_V, s)Q(t_V, s)\lambda(s)ds$$

²⁶¹ O'Kane, Turnbull (2003)

²⁶² O'Kane (2008); O'Kane, Turnbull (2003)

²⁶³ O'Kane (2008); O'Kane, Turnbull (2003)

A questo punto bisogna considerare tutti gli intervalli di tempo previsti dal contratto in cui si effettuano i pagamenti; in conclusione, risulta la seguente equazione²⁶⁴:

$$S(t_0, t_N) \sum_{n=1}^N \int_{t_{n-1}}^{t_n} \Delta(t_{n-1}, s) Z(t_V, s) Q(t_V, s) \lambda(s) ds$$

L'integrale presente nell'ultima equazione risulta di difficile valutazione, quindi viene applicata un'ulteriore approssimazione, con conseguenza che l'equazione finale per determinare il valore del premio maturato diventa²⁶⁵:

$$\frac{S(t_0, t_N)}{2} \sum_{n=1}^N \Delta(t_{n-1}, t_n) Z(t_V, t_{n-1}) [Q(t_V, t_{n-1}) - Q(t_V, t_n)]$$

Viene utilizzata questa approssimazione in quanto si osserva che se si realizza il default, in media questo avviene nel mezzo del periodo considerato. Quindi il premio maturato tra l'ultima data di pagamento e l'istante di default viene approssimato a $S(t_0, t_N) \Delta(t_{n-1}, t_n) / 2$ ²⁶⁶.

In conclusione il valore attuale totale del premium leg risulta

$$PV \text{ premium leg} = S(t_0, t_N) RPV(t_V, t_N)$$

da cui si ricava che²⁶⁷:

$$\begin{aligned} RPV(t_V, t_N) &= \sum_{n=1}^N \Delta(t_{n-1}, t_n) Z(t_V, t_n) Q(t_V, t_n) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \Delta(t_{n-1}, t_n) Z(t_V, t_{n-1}) (Q(t_V, t_{n-1}) - Q(t_V, t_n)) \\ &= \sum_{n=1}^N \Delta(t_{n-1}, t_n) Z(t_V, t_n) \left[Q(t_V, t_n) + \frac{1}{2} (Q(t_V, t_{n-1}) - Q(t_V, t_n)) \right] \end{aligned}$$

L'approssimazione attuata per poter considerare il premio maturato tra la data di pagamento e il momento in cui si verifica il default, comporta un piccolo

²⁶⁴ O'Kane (2008); O'Kane, Turnbull (2003)

²⁶⁵ O'Kane (2008); O'Kane, Turnbull (2003)

²⁶⁶ O'Kane (2008)

²⁶⁷ O'Kane (2008); O'Kane, Turnbull (2003)

scostamento tra il valore dello spread che non considera il rateo ed il valore dello stesso che prende in considerazione il premio maturato fino al default. Approssimativamente l'errore è pari alla seguente quantità²⁶⁸:

$$S(\text{senza rateo}) - S(\text{con rateo}) \cong \frac{S^2}{2(1 - RR)f}$$

dove RR è il recovery value e f indica la frequenza dei pagamenti del premium leg.

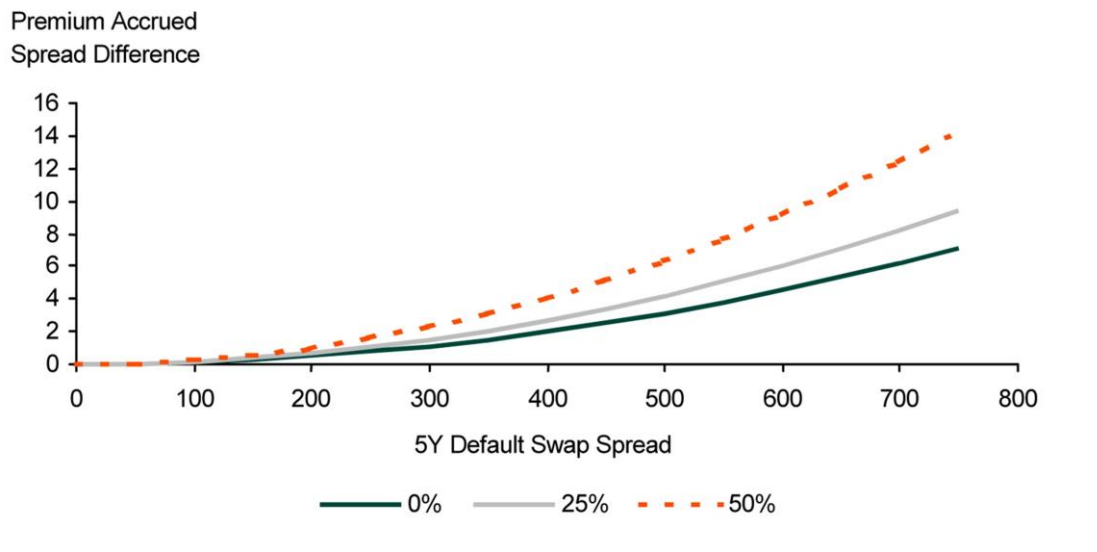


Figura 4.2 - Esempio dell'andamento della differenza tra lo spread calcolato considerando il rateo maturato e lo spread che non lo considera, determinato con valori del recovery rate pari a 0%, 25% e 50%. Fonte: O'Kane, Turnbull (2003)

4.2.2 Valutazione del protection leg

Il protection leg individua il pagamento effettuato dal venditore della protezione a favore della controparte nel caso in cui si realizza il default; nel modello si assume che il pagamento sia pari a $1 - RR$, dove RR è il valore atteso del recovery rate.

Solitamente, nella pratica, tra la notifica del credit event e il pagamento effettivo dell'importo dovuto al protection buyer passano diversi giorni (circa 72 giorni di calendario²⁶⁹), ma per semplificare si assume che il pagamento sia immediato all'istante del default. Inoltre, come già detto, si assume anche che ci sia

²⁶⁸ O'Kane (2008)

²⁶⁹ O'Kane, Turnbull (2003)

indipendenza tra il valore atteso del tasso di recupero, il tempo del default e il tasso privo di rischio²⁷⁰.

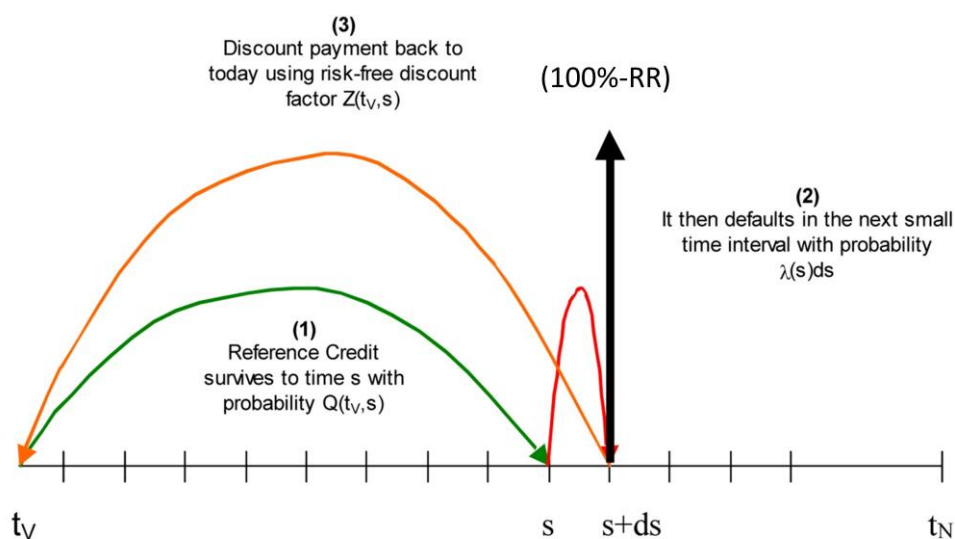


Figura 4.3 - Esempio dei passaggi per calcolare il valore attuale del protection leg. Fonte: O'Kane, Turnbull (2003)

Nel valutare il premium leg gioca un ruolo fondamentale il momento in cui si manifesta il default del reference entity. Lavorando con un modello in forma ridotta, la valutazione può essere eseguita ipotizzando che il default possa realizzarsi in un piccolo intervallo di tempo $[s, s + ds]$, situato tra la data in cui si effettua la valutazione (t_V) e la scadenza del CDS (t_N). Quindi risulta necessario calcolare la probabilità di sopravvivenza fino all'istante s data da $Q(t_V, s)$, poi va considerata la probabilità di default nell'intervallo di tempo $[s, s + ds]$ pari a $\lambda(s)ds$ e bisogna quindi scontare il pagamento della somma $1 - RR$ alla data in cui si effettua la valutazione.

Il tutto va fatto considerando la possibilità che il default può verificarsi in qualsiasi momento durante la vita del CDS, in conclusione il valore attuale del protection leg è dato da²⁷¹:

$$PV \text{ protection leg} = (1 - RR) \int_{t_V}^{t_N} Z(t_V, s) Q(t_V, s) \lambda(s) ds$$

²⁷⁰ O'Kane (2008)

²⁷¹ O'Kane, Turnbull (2003)

Anche in questo caso l'integrale è di difficile calcolo e bisogna ricorrere ad un'approssimazione, ipotizzando che il default possa avvenire solo in M istanti di tempo discreti per anno. Ne segue che per tutta la durata della vita del CDS ci sono $M \cdot t_N$ istanti di tempo in cui può realizzarsi il default, che possono essere individuati dall'indice $m = 1, 2, \dots, M \cdot t_N$. In conclusione l'equazione per valutare il protection leg diventa²⁷²:

$$PV \text{ protection leg} = (1 - RR) \sum_{m=1}^{M \cdot t_N} Z(t_V, t_m) [Q(t_V, t_{m-1}) - Q(t_V, t_m)]$$

La percentuale di errore che si commette in termini di spread, nel passare da un contesto a tempo continuo ad uno a tempo discreto, è data da $r/2M$ dove r è il tasso di interesse privo di rischio. Ad esempio ponendo $r = 3\%$ e $M = 12$ (cioè intervalli di tempo mensili), la percentuale di errore dello spread è circa il 0.125%; si tratta di una percentuale di errore minima che viene accettata da tutti gli operatori, in modo da avere un modello sufficientemente accurato, e che sia velocemente e facilmente applicabile²⁷³.

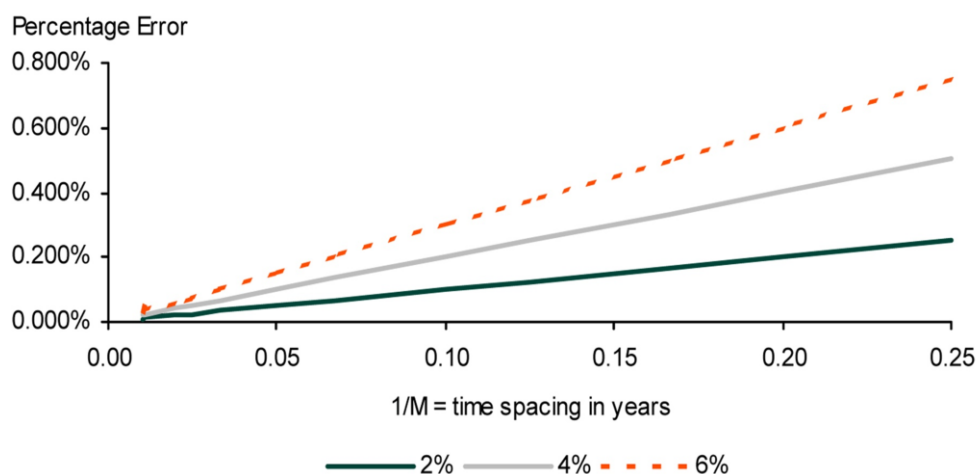


Figura 4.414 - Esempio dell'andamento della percentuale di errore sul valore attuale del protection leg come funzione di $1/M$. Fonte: O'Kane, Turnbull (2003)

4.2.3 Il breakeven default swap spread

Una volta presentato il modello per poter determinare il valore delle gambe che compongono il CDS, si può determinare il mark-to-market dal punto di vista

²⁷² O'Kane, Turnbull (2003)

²⁷³ O'Kane, Turnbull (2003)

del compratore della protezione, che è dato dalla differenza tra il protection leg e il premium leg²⁷⁴:

$$V(t_V) = (1 - RR) \sum_{m=1}^{M \cdot t_N} Z(t_V, t_m) [Q(t_V, t_{m-1}) - Q(t_V, t_m)] - S(t_0, t_N) RPV(t_V, t_N)$$

Solitamente all'inizio del contratto il valore del CDS è nullo, cioè $V(t_0) = 0$, quindi il breakeven spread è il default swap spread che eguaglia le due gambe (valore attuale protection leg = valore attuale premium leg). Per un nuovo contratto si ha che $t_V = t_0$ e dalle formule precedenti si può determinare lo spread che viene quotato sul mercato, dato da²⁷⁵:

$$S(t_V, t_N) = \frac{(1 - RR) \sum_{m=1}^{M \cdot t_N} Z(t_V, t_m) [Q(t_V, t_{m-1}) - Q(t_V, t_m)]}{\sum_{n=1}^N \Delta(t_{n-1}, t_n) Z(t_V, t_n) \left[Q(t_V, t_n) + \frac{1}{2} (Q(t_V, t_{n-1}) - Q(t_V, t_n)) \right]}$$

in questo modo si ha una relazione diretta tra il default spread quotato sul mercato e la probabilità di sopravvivenza implicita nel CDS.

4.3 Input necessari per l'implementazione del modello

Abbiamo visto che per procedere con il pricing di un CDS sono richiesti determinati input necessari per l'esecuzione del modello; questi dati fondamentali sono: la struttura a termine delle probabilità di default, il fattore di sconto secondo il tasso privo di rischio e alcune assunzioni sul recovery rate.

Nel seguente paragrafo illustreremo le assunzioni poste per la determinazione del valore atteso del recovery rate, e la procedura di bootstrapping per la determinazione della struttura a termine delle probabilità di default.

4.3.1 Calibrazione del recovery rate

Il recovery rate è uno degli input fondamentali per il pricing dei CDS, ma non è direttamente osservabile sul mercato e varia nel corso del tempo. Questo significa che la valutazione del CDS può essere diversa per le due controparti, anche se viene utilizzata la stessa curva degli spread del CDS e lo stesso modello per la determinazione della struttura a termine della probabilità di default.

²⁷⁴ O'Kane (2008)

²⁷⁵ O'Kane, Turnbull (2003)

La base che molti operatori utilizzano per giungere alla stima del recovery rate è data dai dati storici raccolti ed elaborati dalle agenzie di rating. In realtà le informazioni raccolte dalle agenzie di rating non sempre possono essere utilizzate, infatti spesso non sono classificate né nominalmente né per il settore economico di appartenenza del reference entity; inoltre, essendo dati storici non tengono in considerazione le aspettative di mercato. Infine va considerato che molto spesso questi dati riguardano esclusivamente il mercato americano, dove la raccolta di questo tipo di informazioni è più esaustiva²⁷⁶.

Un metodo alternativo per determinare il valore atteso del recovery rate è di applicare un determinato modello, che sia adeguato per estrarre le informazioni direttamente dal prezzo delle obbligazioni. Ma applicare un tale modello risulta complicato, in particolar modo per le imprese rientranti in un'alta classe di rating, perché le piccole probabilità di default comportano che il recovery rate abbia una bassa incidenza sul valore dell'obbligazione. Nel caso in cui il reference entity non goda di una buona qualità creditizia e l'obbligazione sia caduta in default, allora il tasso di recupero ha un'influenza maggiore e solitamente ci si attende di riuscire ad ottenere maggiori informazioni utili per giungere alla determinazione del recovery rate²⁷⁷.

Quindi, in generale, si può affermare che il valore dei credit default swap è poco sensibile rispetto al recovery rate e nella pratica viene adottato un valore largamente accettato, stabilito in base alla fase economica in cui ci si trova nel momento della valutazione o della stipula del CDS. Infatti empiricamente risulta che solitamente in un periodo espansivo dell'economia il recovery rate assume valori maggiori, al contrario di quanto succede nelle fasi recessive in cui si ha un calo della percentuale del tasso di recupero.

4.3.2 Struttura a termine delle probabilità di default

Dopo aver evidenziato il modello pratico largamente utilizzato dai diversi operatori del mercato dei derivati creditizi per il pricing dei CDS, si passa a specificare la tecnica utilizzata per riuscire a costruire la struttura a termine delle probabilità di default.

²⁷⁶ O'Kane, Turnbull (2003)

²⁷⁷ O'Kane (2008); O'Kane, Turnbull (2003)

Verranno illustrati due metodi per determinare la curva delle probabilità di default che fanno ricorso alla tecnica del bootstrap: la prima modalità ipotizza che l'hazard rate sia costante, mentre il secondo metodo sfrutta delle strutture a termine di tassi rischiosi indicate per rappresentare il reference entity (Discount Fator Model).

Partendo dalla prima metodologia, con una tecnica bootstrap si vuole estrapolare la curva delle probabilità di default, a partire da una serie di CDS con diverse scadenze ($T_1 < T_2 < \dots < T_M$) e con i relativi spread quotati ($S_1 \geq 0, S_2 \geq 0, \dots, S_M \geq 0$). Il problema è che la stessa curva delle probabilità di default che si vuole determinare, viene utilizzata per valutare questi CDS. Inoltre, va sottolineato che i modelli utilizzati per valutare i CDS normalmente assumono che l'hazard rate sia costante fino alla scadenza di ogni CDS quotati sul mercato; tale assunzione viene fatta in quanto avendo solo un dato a disposizione (lo spread quotato dei CDS alle diverse scadenze) non è possibile ottenere più informazioni sull'hazard rate²⁷⁸.

La procedura prevede la determinazione della curva delle probabilità di default con intensità costante a partire dal primo intervallo di tempo dato da $(0, T_1)$, e successivamente si prosegue con l'estendere tale procedura in ogni intervallo di tempo successivo.

Per prima cosa ricordiamo che il valore attuale del protection leg è dato da²⁷⁹:

$$\begin{aligned} PV \text{ protection leg} &= (1 - RR) \sum_{i=1}^N Z(t_i) [Q(t_{i-1}) - Q(t_i)] = \\ &= (1 - RR) \sum_{i=1}^N Z(t_i) [e^{-\lambda_1 t_{i-1}} - e^{-\lambda_1 t_i}] \end{aligned}$$

e che il valore attuale del premium leg è pari a²⁸⁰:

²⁷⁸ Luo (2005); O'Kane, Turnbull (2003)

²⁷⁹ Luo (2005)

²⁸⁰ Luo (2005)

$$\begin{aligned}
PV \text{ premium leg} &= S_i \sum_{n=1}^N \Delta_i Z(t_i) \left[Q(t_i) + \frac{1}{2} Q(t_{i-1}) - Q(t_i) \right] \\
&= S_i \sum_{n=1}^N \Delta_i Z(t_i) \left[e^{-\lambda_1 t_i} + \frac{1}{2} e^{-\lambda_1 t_{i-1}} - e^{-\lambda_1 t_i} \right]
\end{aligned}$$

Attraverso metodi numerici (ad esempio il metodo di Newton) è possibile risolvere l'equazione che eguaglia la differenza tra il valore attuale delle due gambe del CDS a zero ($PV \text{ protection leg} - PV \text{ premium leg} = 0$), ottenendo il valore di λ_1 che viene utilizzato per costruire la struttura a termine delle probabilità di default. Tale passaggio va esteso ad ogni intervallo di tempo, utilizzando i diversi spread quotati dei CDS aventi lo stesso reference entity²⁸¹.

Passando a trattare la seconda metodologia, il Discount Factor Model è adottato dalla piattaforma Bloomberg, e mediante tale metodo le probabilità di default vengono estratte utilizzando il differenziale tra due curve di tassi: una rischiosa e una non rischiosa. Queste curve dei tassi utilizzate sono denominate Fair Market Curves (FMC), e sono costruite attraverso una procedura di bootstrapping, attuata su un insieme di titoli omogenei, appositamente selezionati in base ad una serie di caratteristiche comuni al reference entity; tali caratteristiche possono essere individuate nel settore in cui operano gli emittenti di questi titoli, la classe di rating di appartenenza o il Paese in cui svolgono la propria attività²⁸².

L'utilizzo delle FMC presenta sia un vantaggio che uno svantaggio di cui tener conto; infatti, l'associare diversi titoli per la costruzione della curva comporta, da un lato la perdita di specificità riguardo al merito di credito dello specifico reference entity, ma garantisce un maggiore grado di liquidità evitando in questo modo le distorsioni nella formazione dei prezzi²⁸³.

La struttura a termine delle probabilità di default viene costruita attraverso la tecnica del bootstrapping attuata sulla differenza tra i prezzi di obbligazioni prive di cedola costruiti con due FMC: una rischiosa ed una non rischiosa. La FMC

²⁸¹ Luo (2005)

²⁸² Leone, Boido (2004)

²⁸³ Leone, Boido (2004)

non rischiosa viene individuata dai tassi di rendimento di titoli governativi, mentre la struttura dei tassi rischiosi viene costruita con una curva corporate, scelta secondo le peculiarità che rispecchiano la natura del reference entity²⁸⁴.

La base di partenza per estrapolare la struttura a termine delle probabilità di default è lo spread richiesto dagli investitori per essere ripagati del rischio di default, dato dal valore attuale della perdita attesa scontata ad un tasso privo di rischio.

Si indichino i prezzi delle obbligazioni prive di cedola costruiti mediante le curve rischiose e non rischiose, con scadenza t , rispettivamente²⁸⁵:

$$v_d(0, t) = e^{-r_d(o,t)t} \qquad v_{df}(0, t) = e^{-r_{df}(o,t)t}$$

dove $r_d(0, t)$ e $r_{df}(0, t)$ rappresentano rispettivamente il tasso rischioso e non rischioso, per i quali si ha che $r_d(0, t) > r_{df}(0, t)$; il premio per il rischio per il medesimo arco temporale $[0, t]$ è dato dalla differenza dei due prezzi:

$$PR(0, t) = v_{df}(0, t) - v_d(0, t)$$

Assumendo che il default possa avvenire esclusivamente in istanti di tempo discreti $[t_1, t_2, \dots, t_N]$ e che non ci sia possibilità di arbitraggio, sappiamo che il prezzo dell'obbligazione rischiosa priva di cedola con scadenza t_1 è dato dal payoff atteso attualizzato²⁸⁶:

$$v_d(0, t_1) = v_{df}(0, t_1)[(1 - p_{t_1}) + p_{t_1}(1 - RR)]$$

dove p_{t_1} indica la probabilità marginale di default per l'orizzonte temporale $[0, t_1]$. Sostituendo quest'ultima equazione in quella relativa al premio per il rischio si può appurare, come avevamo detto in precedenza, che quest'ultimo è dato dall'attualizzazione della perdita attesa in base al tasso privo di rischio, cioè²⁸⁷:

$$PR(0, t_1) = v_{df}(0, t_1)p_{t_1}(1 - RR)$$

²⁸⁴ Leone, Boido (2004)

²⁸⁵ Leone, Boido (2004)

²⁸⁶ Leone, Boido (2004)

²⁸⁷ Leone, Boido (2004)

Noti gli elementi $PR(0, t_1)$, $v_{df}(0, t_1)$ e RR si può determinare la probabilità marginale di default, data da²⁸⁸:

$$p_{t1} = \frac{PR(0, t_1)}{v_{df}(0, t_1)(1 - RR)}$$

A questo punto il modello assume che per i periodi successivi il premio per il rischio sia pari alla somma di ciascun premio per il rischio determinato negli intervalli temporali precedenti²⁸⁹:

$$\begin{aligned} PR(0, t_2) &= v_{df}(0, t_2) - v_d(0, t_2) \\ &= PR(0, t_1) + PR(t_1, t_2) \\ &= PR(0, t_1) + v_{df}(0, t_2)(1 - p_{t1})p_{t2}(1 - RR) \end{aligned}$$

Una volta nota la probabilità marginale di default del periodo precedente, ripetendo il passaggio visto prima, si ottiene la probabilità relativa al secondo periodo (p_{t2}).

In conclusione si riesce a determinare una formula generale che, ripetuta per ogni intervallo temporale, consente di calcolare le diverse probabilità di default²⁹⁰:

$$p_{ti} = \frac{PR(0, t_i) - PR(0, t_{i-1})}{v_{df}(0, t_i)(1 - RR) \prod_{h=1}^{i-1} (1 - p_{th})}$$

Dalle probabilità marginali di default si può passare alle probabilità di default condizionate, cioè le probabilità di default di ogni intervallo di tempo condizionate alla mancanza del fallimento fino al periodo precedente²⁹¹:

$$PD[t_{i-1}, t_i | non\ default(0, t_{i-1})] = (1 - p_{t1})(1 - p_{t2}) \dots (1 - p_{ti-1})p_{ti}$$

$$= \prod_{h=1}^{i-1} (1 - p_{th})p_{ti}$$

²⁸⁸ Leone, Boido (2004)

²⁸⁹ Leone, Boido (2004)

²⁹⁰ Leone, Boido (2004)

²⁹¹ Leone, Boido (2004)

e da queste alle probabilità di default cumulate, cioè alle probabilità relative al periodo $[0, t_i]$, da utilizzare per effettuare il pricing del CDS²⁹²:

$$PD[0, t_i] = \sum_{z=1}^i PD[t_{z-1}, t_z | non\ default(0, t_{z-1})]$$

4.4 Esempio di valutazione di un CDS

Di seguito vengono riportati due esempi di valutazione di credit default swap (plain vanilla), effettuati mediante il modello appena descritto. I due contratti hanno la medesima durata, con data d'inizio 30/07/2002 e scadenza 30/07/2008; inoltre, per entrambi i contratti si ipotizza che il giorno di valutazione sia il 30/07/2003, cioè un anno dopo l'inizio del contratto, e che il recovery rate utilizzato per l'implementazione del modello sia pari al 40%. I due CDS si differenziano per gli spread contrattuali applicati, mantenuti costanti per tutta la durata dei CDS, che sono pari al 2% e allo 0.3% e per la struttura degli spread quotati necessari per effettuare la valutazione dei due contratti.

Per giungere alla determinazione della struttura a termine della probabilità di default dei reference entity, si utilizza la tecnica del bootstrap i cui si ipotizza che l'hazard rate sia costante fino alla scadenza di ogni CDS quotato sul mercato utilizzati per la valutazione.

Per prima cosa si determina il valore della due gambe del CDS mediante le formule precedentemente viste, assumendo un valore fittizio per l'hazard rate, tenuto costante per ogni intervallo di tempo. Successivamente, attraverso la funzione ricerca obiettivo di excel, si ricalcola il valore dell'hazard rate che rende nulla la differenza tra il protection leg e il premium leg. Con il nuovo valore dell'hazard rate si può proseguire con la determinazione della struttura a termine della probabilità di default del soggetto emittente.

Il primo CDS valutato ha lo spread contrattuale pari allo 0.30%; di seguito si riportano la tabella 4.1, con le informazioni relative al contratto, e la tabella 4.2, in cui si determina il valore delle gambe del CDS per ogni intervallo di tempo del

²⁹² Leone, Boido (2004)

contratto, per poter poi determinare la struttura della probabilità di default del reference entity.

Tabella 4.1 - Dati relativi al primo credit default swap

Nozionale	7.000.000	Spread quotati	
Spread contrattuale	0,30%	1 anno	1,45%
Inizio contratto	30/07/2002	2 anni	1,60%
Scadenza	30/07/2008	3 anni	1,75%
Data valutazione	30/07/2003	4 anni	1,90%
Frequenza	Trimestrale	5 anni	2,20%
Giorni	Effettivo/360	7 anni	2,45%
RR	40%	10 anni	2,70%

Tabella 4.2 - Valutazione del primo credit default swap

Data	t	Δ	Flusso di cassa	Fattore attualizzazione	Probabilità sopravvivenza	Hazard rate	Risky	Protection leg	Premium leg	Protection - Premium
30/07/2003	0	0			100,00%					
30/10/2003	0,25	0,255556	5366,67	0,996449	99,40%	0,024229	0,253879	0,003611	0,003681	-0,000071
30/01/2004	0,5	0,255556	5366,67	0,985213	98,83%	0,023502	0,249529	0,003336	0,003618	-0,000282
30/04/2004	0,75	0,252778	5308,33	0,973973	98,34%	0,022347	0,243416	0,002886	0,003530	-0,000644
30/07/2004	1	0,252778	5308,33	0,961504	97,73%	0,022940	0,239606	0,003495	0,003474	0,000021
30/10/2004	1,25	0,255556	5366,67	0,947857	97,06%	0,023905	0,237964	0,003845	0,003807	0,000037
30/01/2005	1,5	0,255556	5366,67	0,936601	96,38%	0,024594	0,234290	0,003810	0,003749	0,000061
30/04/2005	1,75	0,250000	5250,00	0,924726	95,71%	0,025049	0,225500	0,003701	0,003608	0,000093
30/07/2005	2	0,252778	5308,33	0,913373	95,03%	0,025480	0,224424	0,003724	0,003591	0,000133
30/10/2005	2,25	0,255556	5366,67	0,902181	94,28%	0,026192	0,223220	0,004084	0,003906	0,000178
30/01/2006	2,5	0,255556	5366,67	0,891177	93,52%	0,026818	0,219601	0,004074	0,003843	0,000231
30/04/2006	2,75	0,250000	5250,00	0,880308	92,76%	0,027330	0,211358	0,003991	0,003699	0,000292
30/07/2006	3	0,252778	5308,33	0,86957	91,99%	0,027847	0,210251	0,004040	0,003679	0,000361
30/10/2006	3,25	0,255556	5366,67	0,858799	91,13%	0,028573	0,208970	0,004398	0,003970	0,000428
30/01/2007	3,5	0,255556	5366,67	0,848282	90,27%	0,029258	0,205444	0,004403	0,003903	0,000500
30/04/2007	3,75	0,250000	5250,00	0,837779	89,40%	0,029865	0,197569	0,004332	0,003754	0,000578
30/07/2007	4	0,252778	5308,33	0,827293	88,52%	0,030483	0,196341	0,004388	0,003730	0,000658
30/10/2007	4,25	0,255556	5366,67	0,816938	87,50%	0,031421	0,194923	0,005006	0,004288	0,000718
30/01/2008	4,5	0,255556	5366,67	0,806934	86,47%	0,032307	0,191441	0,004988	0,004212	0,000776
30/04/2008	4,75	0,252778	5308,33	0,796834	85,44%	0,033129	0,185930	0,004924	0,004090	0,000834
30/07/2008	5	0,252778	5308,33	0,78686	84,40%	0,033920	0,182557	0,004905	0,004016	0,000889
							4,336214	0,081940	0,076151	

Tabella 4.3 - Risultati della valutazione del primo credit default swap

Risky	4,336214
PV protection	573581,41
Breakeven spread	1,89%
Mark to market	482520,92

Dall'applicazione del modello si ottiene la curva della probabilità di sopravvivenza del reference entity, dalla quale si evince che la probabilità che l'emittente del titolo sottostante cada in default aumenta nel tempo. L'andamento della probabilità di sopravvivenza risulta conforme con quello di tutti i soggetti

rientranti in classi di rating medio-alte, ossia presenta una diminuzione continua con l'avvicinarsi alla scadenza del contratto.

Inoltre, come output del modello (tabella 4.3) si ottiene il breakeven spread (pari all'1,89%), cioè lo spread da applicare ad un eventuale nuovo contratto avente come data d'inizio il giorno della valutazione per far sì che le due gambe che compongono il CDS abbiano lo stesso valore. Per quanto riguarda il valore di mercato del contratto, si può notare che dal punto di vista del compratore della protezione risulta essere positivo, cioè al momento della valutazione un'eventuale chiusura anticipata del contratto da parte del protection buyer comporterebbe una guadagno pari a \$ 482.520,92.

Passando al secondo CDS, con spread contrattuale pari al 2%, si prosegue nella medesima maniera per giungere alla determinazione della struttura a termine della probabilità di default dell'emittente.

Tabella 4.4 - Dati relativi al secondo credit default swap

Nozionale	7.000.000
Spread contrattuale	2,00%
Inizio contratto	30/07/2002
Scadenza	30/07/2008
Data valutazione	30/07/2003
Frequenza	Trimestrale
Giorni	Effettivo/360
RR	40%

Spread quotati	
1 anno	1,10%
2 anni	1,20%
3 anni	1,30%
4 anni	1,40%
5 anni	1,50%
7 anni	1,60%
10 anni	1,70%

Tabella 4.5 - Valutazione del secondo credit default swap

Data	t	Δ	Flusso di cassa	Fattore attualizzazione	Probabilità sopravvivenza	Hazard rate	Risky	Protection leg	Premium leg	Protection - Premium
30/07/2003	0	0			100,00%					
30/10/2003	0,25	0,255556	35777,78	0,996449	99,55%	0,018152	0,254072	0,002707	0,002795	-0,000088
30/01/2004	0,5	0,255556	35777,78	0,985213	99,14%	0,017248	0,250113	0,002399	0,002751	-0,000352
30/04/2004	0,75	0,252778	35388,89	0,973973	98,82%	0,015835	0,244204	0,001881	0,002686	-0,000805
30/07/2004	1	0,252778	35388,89	0,961504	98,36%	0,016583	0,240563	0,002677	0,002646	0,000031
30/10/2004	1,25	0,255556	35777,78	0,947857	97,84%	0,017462	0,239109	0,002926	0,002869	0,000057
30/01/2005	1,5	0,255556	35777,78	0,936601	97,32%	0,018102	0,235615	0,002921	0,002827	0,000093
30/04/2005	1,75	0,250000	35000,00	0,924726	96,80%	0,018558	0,226954	0,002867	0,002723	0,000143
30/07/2005	2	0,252778	35388,89	0,913373	96,27%	0,018997	0,226042	0,002919	0,002713	0,000207
30/10/2005	2,25	0,255556	35777,78	0,902181	95,68%	0,019629	0,225025	0,003206	0,002925	0,000281
30/01/2006	2,5	0,255556	35777,78	0,891177	95,07%	0,020215	0,221564	0,003249	0,002880	0,000369
30/04/2006	2,75	0,250000	35000,00	0,880308	94,46%	0,020735	0,213411	0,003246	0,002774	0,000471
30/07/2006	3	0,252778	35388,89	0,869570	93,82%	0,021280	0,212443	0,003348	0,002762	0,000587
30/10/2006	3,25	0,255556	35777,78	0,858799	93,24%	0,021543	0,211462	0,002976	0,002960	0,000015
30/01/2007	3,5	0,255556	35777,78	0,848282	92,71%	0,021624	0,208287	0,002683	0,002916	-0,000233
30/04/2007	3,75	0,250000	35000,00	0,837779	92,15%	0,021804	0,200646	0,002826	0,002809	0,000017
30/07/2007	4	0,252778	35388,89	0,827293	91,58%	0,021987	0,199750	0,002819	0,002796	0,000023
30/10/2007	4,25	0,255556	35777,78	0,816938	90,97%	0,022277	0,198765	0,003011	0,002981	0,000030
30/01/2008	4,5	0,255556	35777,78	0,806934	90,35%	0,022545	0,195684	0,002973	0,002935	0,000038
30/04/2008	4,75	0,252778	35388,89	0,796834	89,74%	0,022780	0,190515	0,002906	0,002858	0,000049
30/07/2008	5	0,252778	35388,89	0,786860	89,14%	0,023002	0,187525	0,002874	0,002813	0,000061
							4,381747	0,057415	0,056422	

Tabella 4.6 - Risultati della valutazione del secondo credit default swap

Risky	4,381747
PV protection	401902,91
Breakeven spread	1,31%
Mark to market	-211541,68

Rispetto al CDS precedente si può notare come, a scadenza del contratto, la probabilità di sopravvivenza del reference entity risulta essere maggiore. Questo può indicare che l'emittente del titolo relativo al secondo CDS, può godere di una qualità creditizia migliore rispetto a quella del reference entity del primo CDS. Infatti, come si può vedere il breakeven spread determinato per il secondo CDS risulta essere minore rispetto a quello del primo, cioè al compratore della protezione verrebbe richiesto un costo per la protezione minore per un eventuale nuovo CDS relativo al secondo emittente con data di inizio coincidente con quella di valutazione.

Tuttavia, per il compratore della protezione, all'istante della valutazione il CDS ha un mark to market negativo (\$ -211.541,68), questo è dovuto alla differenza tra lo spread contrattuale stabilito inizialmente e il breakeven spread determinato il giorno della valutazione. Infatti il breakeven spread, pari all'1,31%, risulta minore rispetto allo spread applicato al contratto (pari al 2%), comportando per il protection buyer un valore negativo del CDS.

CONCLUSIONE

Le considerazioni, che emergono con maggiore immediatezza da questo studio sull'apporto dei derivati creditizi all'attività di gestione del rischio di credito, sono diverse.

Si è visto che dalla loro nascita fino alla seconda metà del 2007, la diffusione di questa tipologia di strumenti ha avuto una crescita esponenziale, concorrendo all'evoluzione nella misurazione e gestione del rischio di credito di cui il sistema bancario necessitava. L'interesse sorto inizialmente attorno a questa tipologia di strumenti è dovuto alla possibilità di attuare una migliore gestione del rischio di credito; per le banche avere la possibilità di trasferire il rischio legato al proprio portafoglio creditizio consente di raggiungere un profilo rischio-rendimento ottimale.

Ogni portafoglio creditizio è soggetto a due forme di rischio: il rischio sistemico e il rischio specifico legato ad ogni singola esposizione. I credit derivatives creano la possibilità di effettuare una diversificazione del portafoglio creditizio delle banche, riducendo il rischio specifico delle singole esposizioni, consentendo di trattare il rischio di credito come una merce. La nascita di tali strumenti ha consentito il raggiungimento di una maggiore stabilità finanziaria, infatti hanno reso possibile l'ingresso nel mercato del credito a soggetti diversi dalle banche che inizialmente ne erano esclusi, disperdendo su più investitori il "peso" del rischio di credito.

I potenziali vantaggi di questi strumenti finanziari non si limitano esclusivamente alla possibilità di una gestione attiva del rischio di credito, ma sono molteplici. Basta pensare che attraverso un uso corretto dei derivati creditizi si può agevolare l'accesso al credito per le imprese ad alto tasso di sviluppo ma soggette ad un elevato rischio di default, trasferendo tale rischio verso soggetti che sono maggiormente capaci di sopportarlo.

Altro fondamentale vantaggio che questi strumenti portano con se è la capacità di rendere le banche economicamente più stabili, consentendo il rispetto dei vincoli regolamentari imposti dalle Autorità di vigilanza.

I potenziali benefici conseguenti all'utilizzo dei derivati creditizi ha portato ad una rapida crescita delle transazioni di questo strumento finanziario ma in pochi, tra operatori del mercato e accademici, si sono inizialmente focalizzati sui potenziali rischi.

Dalla seconda metà del 2007, la diffusione di questi prodotti ha accentuato notevolmente i danni economici derivanti dalla crisi dei mutui subprime. Va sottolineato che la causa scatenante di questa crisi risiede nell'errore di valutazione commesso da molti istituti finanziari, relativamente al merito di credito dei propri clienti. Uno dei motivi che hanno portato le banche a rendere la propria politica di concessione dei mutui più permissiva, oltre ad essere il pensiero che la crescita sostenuta dei prezzi delle case avrebbe coperto eventuali perdite derivanti dal mancato rimborso dei finanziamenti, è stato la possibilità di poter trasferire il rischio di credito derivante dai mutui ad altri soggetti attraverso i derivati creditizi; soggetti che sicuramente sono stati attratti dalla possibilità di ottenere dei buoni rendimenti attraverso questi strumenti, ma che non si sono informati sufficientemente sulle attività sottostanti.

Parallelamente allo sviluppo e alla diffusione dei derivati creditizi, il mondo accademico si è interessato fortemente allo studio di questi strumenti ed all'implementazione di lavori teorici rivolti al pricing di tali strumenti. Un elevato numero di lavori sono stati pubblicati, suddivisibili nelle due classi generali: modelli strutturali e modelli in forma ridotta.

I due approcci si basano su principi teorici diversi e presentano sia vantaggi che svantaggi. In sintesi, si può certamente affermare che nei modelli strutturali il default è legato all'andamento del valore delle attività aziendali; questo, da un lato consente di sfruttare il vantaggio di legare la valutazione dei derivati creditizi all'evoluzione temporale della struttura patrimoniale dell'impresa, ma dall'altra parte presenta lo svantaggio di dover trattare variabili che non sono direttamente osservabili e che non sono reperibili per tutte le imprese. In sostanza, pur presentando una logica di fondo solida, questi modelli rimangono di difficile applicazione, nonostante nel corso del tempo siano stati sviluppati nuovi lavori che consentono di usufruire di un maggior flusso informativo.

All'opposto, i modelli in forma ridotta si staccano dalla struttura patrimoniale dell'impresa, trattando il default attraverso processi stocastici che lo rendono inatteso e governato da una certa intensità. I principali vantaggi presentati da questa classe di modelli sono che risultano essere più flessibili e di più facile applicazione. Tuttavia va sottolineato come tali modelli vedono ridurre la loro efficacia all'aumentare dell'arco temporale considerato, inoltre, sono maggiormente esposti alle distorsioni derivanti da uno stato di illiquidità del mercato.

In conclusione si può affermare che nonostante la crescita dell'interesse nello studio di questi strumenti per l'individuazione di modelli di pricing efficaci, il rischio di credito rimane una dei rischi finanziari di più difficile identificazione e che presenta un numero elevato di elementi da considerare, per i quali, sia qualitativamente che quantitativamente, la raccolta di dati risulta ancora insufficiente per far aderire i diversi modelli alla realtà.

BIBLIOGRAFIA

- ALTMAN E.I., SUANDERS A., *Misure del rischio di credito: gli ultimi sviluppi nell'ultimo ventennio*. In: Szego G., Varetto F. (a cura di), *Il rischio creditizio*. UTET, 1999, pp. 100-121.
- ANDERSEN L., *Reduced-form models: curve construction and the pricing of credit swaps, options, and hybrids*. In: Gregory J. (edited by), *Credit derivatives: the definitive guide*. Incisive Media Investments, 2003, pp. 339-369.
- ANSON M.J.P., FABOZZI F.J., CHOUDHRY M., CHEN R., *Credit derivatives: instruments, applications, and pricing*. John Wiley & Sons Ltd., 2004.
- BELLUCCI M., MICOCCI M., RESTI A., SCOCCIA V., *Modelli di controllo del rischio di portafoglio crediti: da Credit Metrics a Credit Risk Plus*. In: Szego G., Varetto F. (a cura di), *Il rischio creditizio*. UTET, 1999, pp. 302-378.
- BLACK F., COX J.C., *Valuing corporate securities: some effects of bond indenture provisions*. In: *The Journal of Finance*, Vol. XXXI, No. 2, May 1976, pp. 351-367.
- CAPUTO NASSETTI F., FABBRI A., *Trattato sui contratti derivati di credito. Aspetti finanziari, logiche di applicazione, profili giuridici e regolamentari*. EGEA, 2000.
- CHAPLIN G., *Credit derivatives: trading, investing, and risk management*. John Wiley & Sons Ltd., 2010.
- DELZIO M.F., MAGGIORI P., *Rischio di credito e derivati: modelli per il pricing*. Bancaria Editrice, 2004.
- DUFFIE D., SINGLETON K.J., *Modeling term structures of defaultable bonds*. In: *The Review of Financial Studies*, Vol. 12, Issue 4 – 1999, pp. 687-720.
- GARCIA J., GOOSSENS S., *The art of credit derivatives. Demystifying the black swan*. John Wiley & Sons Ltd., 2010.
- GREGORY J. (edited by), *Credit derivatives: the definitive guide*. Incisive Media Investments, 2003.
- HULL J.C., *Opzioni, futures e altri derivati*. Pearson Prentice Hall, 2009.
- JARROW R.A., TURNBULL S.M., *Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk*. In: *The Journal of Finance*, Vol. L, No. 1, March 1995, pp. 53-85.

- LEONE P., BOIDO C., *Rischio di credito e credit derivatives. Modelli e strumenti*. CEDAM, 2004.
- LI D.X., *Valuation and risk analysis of synthetic CDOs: a copula function approach*. In: Gregory J. (edited by), *Credit derivatives: the definitive guide*. Incisive Media Investments, 2003, pp. 287-312.
- LONGSTAFF F., SCHWARTZ E., *A simple approach to valuing risky fixed and floating rate debt*. In: *The Journal of Finance*, Vol. L, No. 3, July 1995, pp. 789-819.
- LUO L.S.J., *Bootstrapping default probability curves*. In: *Journal of Credit Risk*, Vol. 1, No. 4, 2005.
- O'KANE D., *Modelling single-name and multi-name credit derivatives*. John Wiley & Sons Ltd., 2008.
- O'KANE D., TURNBULL S.M., *Valuation of credit default swaps*. Lehman Brothers Quantitative Credit Research, April 2003.
- RESTI A., *La previsione del rischio di insolvenza*. In: Resti A. (a cura di), *Misurare e gestire il rischio di credito nelle banche: una guida metodologica*. Fondo Interbancario di Tutela dei Depositi, Febbraio 2011, pp. 29-39.
- RESTI A. (a cura di), *Misurare e gestire il rischio di credito nelle banche: una guida metodologica*. Fondo Interbancario di Tutela dei Depositi, Febbraio 2011.
- SANJIV R.D., *Pricing credit derivatives*. In: Francis J.C., Frost J.A., Whittaker J.G. (edited by), *The handbook of credit derivatives*. McGraw-Hill, 1999, pp. 101-138.
- SIRIONI A., *Il tasso di recupero*. In: Resti A. (a cura di), *Misurare e gestire il rischio di credito nelle banche: una guida metodologica*. Fondo Interbancario di Tutela dei Depositi, Febbraio 2011, pp. 65-78.
- SIRIONI A., *Introduzione*. In: Resti A. (a cura di), *Misurare e gestire il rischio di credito nelle banche: una guida metodologica*. Fondo Interbancario di Tutela dei Depositi, Febbraio 2011, pp. 9-17.
- SIRIONI A., *Un modello multinominale semplificato*. In: Resti A. (a cura di), *Misurare e gestire il rischio di credito nelle banche: una guida metodologica*. Fondo Interbancario di Tutela dei Depositi, Febbraio 2011, pp. 99-118.
- SZEGO G., VARETTO F. (a cura di), *Il rischio creditizio*. UTET, 1999.

- TROTTA A., *Credit derivatives: nuovi strumenti finanziari per la gestione del rischio di credito*. Giappichelli, 2002.
- WEISTROFFER C., *Credit default swaps. Heading towards a more stable system*. Deutsche Bank Research, 21/12/2009.
- ZAZZARA A., *La stima del valore dell'esposizione a rischio di insolvenza*. In: Resti A. (a cura di), *Misurare e gestire il rischio di credito nelle banche: una guida metodologica*. Fondo Interbancario di Tutela dei Depositi, Febbraio 2011, pp. 79-97.
- ZULLO F., *I derivati creditizi: aspetti tecnici*. In: Szego G., Varetto F. (a cura di), *Il rischio creditizio*. UTET, 1999, pp. 488-543.

SITI INTERNET E MATERIALI CONSULTATI

<http://www.bancaditalia.it/>

<http://www.dbresearch.com/>

<http://www2.isda.org/>

<http://www.risk.net/>

http://it.wikipedia.org/wiki/Pagina_principale

- BANCA D'ITALIA (comunicato stampa), Rilevazione sui prodotti derivati over-the-counter a fine dicembre 2012. 27 maggio 2013.